DUE DATE SLIP

GOVT. COLLEGE, LIBRARY

KOTA (Raj.)

Students can retain library books only for two weeks at the most

BORROWER S No	DUE DTATE	SIGNATURE

सांख्यिकी
के
सरल सिद्धान्त

बिशन नारायन अस्थाना, एम. काम., डी फिल.
वाणिज्य विभाग, प्रयाग विश्वविद्यालय

१९६१

चैतन्य पब्लिशिंग हाउस
इलाहाबाद-२

लेखक की अन्य रचनाएँ

राजस्व की सरल व्याख्या
Elements of Statistics
Applied Statistics of India (Co-author: Dr. S. S. Srivastava)

सर्वाधिकार सुरक्षित

मूल्य ८)५०

प्रकाशक—चैतन्य पब्लिशिंग हाउस, इलाहाबाद-२
मुद्रक—टेकनिकल प्रेस, प्रा० लि०, प्रयाग

द्वितीय सस्करण की भूमिका

पुस्तक के इस सस्करण मे पिछले सस्करण की त्रुटियो को दूर किया गया है। साथ ही भारतीय आँकडो के अध्याय मे विशेष सशोधन किया गया है। इसमे १९६१ की जनगणना के आकडे तथा अन्य नवीन आकडे सम्मिलित किये गये हैं। आशा है कि विद्यार्थीगण इस सस्करण मे पहले की भाँति पूर्ण लाभ उठायेंगे।

जुलाई १५, १९६१ — बी० एन० अस्थाना

प्राक्कथन

इन पृष्ठों में साख्यिकीय रीतियों का विस्तृत परिचय देने का प्रयास किया गया है। अधिक प्रयोग होने वाली रीतियों का निर्वचन तथा उनको लागू करने की विधियाँ सरल उदाहरणों द्वारा समझाई गई हैं। विविध क्षेत्रों से सैद्धान्तिक व क्रियात्मक प्रश्न सावधानी से इस प्रकार चुने गये हैं जिससे अभ्यास भली प्रकार हो जाय। यह प्रश्न प्रत्येक अध्याय के अन्त में दिये गये हैं और क्रियात्मक प्रश्नों के उत्तर अन्त में परिशिष्ट में दिये गये हैं। एक अध्याय में भारत में प्राप्त होने वाले मुख्य आँकड़ों का वर्णन किया गया है। अन्य विशेषताएँ, जिनका उल्लेख आवश्यक प्रतीत होता है, रेखाचित्र और लेखाचित्र का प्रचुर वर्णन, और गणितीय सारणियों के उपयोग करने की विधि हैं।

प्रस्तुत पुस्तक भारतीय विश्वविद्यालयों के लिए तथा विविध स्पर्धात्मक परीक्षाओं में बैठने वाले विद्यार्थियों के लिए लिखी गई है। वे व्यक्ति जो साख्यिकीय रीतियों का उपयोग करना चाहते हैं, इस पुस्तक को सरल पायेंगे।

यह पुस्तक लेखक की अँग्रेजी पुस्तक 'एलीमेंन्ट्स् ऑफ स्टैटिस्टिक्स" का हिन्दी अनुवाद है। उन सब साख्यिकिविदों को जिन्होंने समाचार पत्रों में इस पुस्तक की समीक्षा करके तथा पत्रों द्वारा लेखक को प्रोत्साहित किया है, लेखक का धन्यवाद। विशेष रूप से लेखक माननीय श्री वी० वी० गिरी, राज्यपाल, उत्तर प्रदेश तथा डा० पी० एस० लोकनाथन, महासचालक, राष्ट्रीय अनुप्रयुक्त सार्थिक परिषद् (Director General National Council of Applied Economic Research) नई दिल्ली, का अत्यन्त आभारी है जिन्होंने पुस्तक की सराहना की है।

वाणिज्य विभाग,
प्रयाग विश्वविद्यालय,
अगस्त १५ १९५८

विशन नारायन अस्थाना

विषय-सूची

अध्याय		पृष्ठ
	द्वितीय संस्करण की भूमिका	(३)
	प्राक्कथन	(४)
१.	परिचय ऐतिहासिक पृष्ठ-भूमि, १, भारत मे साख्यिकी की परम्परा, २, अन्य विज्ञानो से सबध, ३, साख्यिकी और अर्थशास्त्र, ४, विज्ञान और कला, ५, महत्त्व और उपयोग, ५, प्रश्न ७	१-८
२.	अर्थ और परिभाषा अर्थ, ९, आकडो के लक्षण, ९, परिभाषा, ११, समक की परिभाषा, १३, साख्यिकी के विभाग, १४, क्षेत्र और परिसीमाए, १६, आकडो पर अविश्वास, १८, सामान्यत मे त्रुटि के स्थान, २०, प्रश्न, २३	९-२३
३.	साख्यिकीय अनुसधान समस्या का क्षेत्र, २४, अनुसधान विधि—प्राथमिक और द्वितीयक विधियाँ, २५, सगणना अनुसधान और प्रतिदर्श अनुसधान, २६, वैयक्तिक अनुसधान या गणनकार द्वारा अनुसधान, २७, प्रश्नो का चुनाव, ३०, अनुसधान के अन्य ब्योरे—साख्यिकी इकाई की परिभाषा, ३२, इकाइयो के प्रकार, ३३, परिशुद्धता और उपसादन, ३४, साख्यिकीय त्रुटियाँ, ३५, सभाविता सिद्धान्त और वृहत् सख्याओ की जडता का नियम, ३८, प्रश्न, ४०	२४-४१
४.	सामग्री उपस्थापन—वर्गीकरण और सारणीयन उपस्थापन की विधियाँ, ४३, सामग्री का वर्गीकरण, ४४, साख्यिकीय श्रेणी, ४८, सामग्री का सारणीयन, ५१, प्रश्न, ५८	४२-५९
५.	सामग्री का उपस्थापन-लेखाचित्र और रेखाचित्र लेखाचित्र और रेखाचित्रो की परिसीमाए, ६१, लेखाचित्र और रेखाचित्रो के कार्य, ६२, लेखाचित्रीय उप-	६०-१००

अध्याय पृष्ठ

स्थापन, ६२, कूट आधार रेखा का उपयोग, ६५, काल-श्रेणी के लेखाचित्र—साधारण पैमाना, ६७, अनुपात पैमाना, ६९, लघुगुणकीय लेखाचित्र ७१, अनुपात पैमाने के उपयोग, ७२, बारबारता बटनो के लेखा चित्र—एकैक निरीक्षणो की श्रेणी, ७३, खडित श्रेणी, ७३, सतत श्रेणी, ७५, बारबारता बहुभुज, ७६, वक्र, ७६, सचयी वक्र—तोरण, ७७, रेखाचित्रीय उपस्थापन, ७८, रेखाचित्र बनाने के नियम, ७८, एक विस्तारी चित्र—सरल दड चित्र, ७९, निरपेक्ष आधार पर अन्तर्विभक्त दड चित्र, ७९, प्रतिशत आधार पर अन्तर्विभक्त दड चित्र, ८१, द्वि-विस्तारी चित्र—आयत-चित्र, ८२, वर्ग चित्र, ८४, त्रि-विस्तारी चित्र—घन, ८५, वृत-चित्र, ८७, कोणीय या वृत खड रेखा चित्र, ८७, चित्र और नक्शे, ९०, प्रश्न, ९१

६. वर्णात्मक मापन—केन्द्रीय प्रवृत्ति का मापन १०१-१५६

सामातर माध्य—सरल १०२, सरल सामातर माध्य की गणना, १०२, एकैक निरीक्षण की श्रेणी, १०३, खडित श्रेणी, १०४, सतत श्रेणी, १०५, मध्य विन्दु की समस्या, १०६, अव-श्रेणीयन की रीति, १०६, भारित सामातर माध्य, १०७, भार कैसे निश्चित किये जायें, १०८, भारित सामातर माध्य की गणना, १०८, स्थितियाँ जिनमें भारित सामातर माध्य की गणना करना आवश्यक है, १०९, सामातर माध्य के लाभ, १११, सामातर माध्य के दोष—उसकी परिसीमाएं ११२, अन्य प्रचलित माप—सचयी माध्य, ११४, गतिमान माध्य, ११४, वर्णात्मक माध्य, ११५, द्विघातीय माध्य ११५, प्रमापीकृत मृत्युदर ११५, माध्यिका ११७, माध्यिका की गणना—एकैक निरीक्षण की श्रेणी ११७, खडित श्रेणी ११८, सतत श्रेणी, ११९, माध्यिका के सूत्र का आधार, १२० लेखाचित्र द्वारा माध्यिका का निर्धारण—तोरण द्वारा १२१, गाल्टन की रीति, १२२, माध्यिका के लाभ १२३, माध्यिका के दोष १२३, माध्यिका सिद्धान्त पर आधारित अन्य मापक, १२४, एकैक

अध्याय पृष्ठ

निरीक्षण की श्रेणी, १२५, खडित श्रेणी १२६, सतत श्रेणी, १२६, बहुलक, १२७, बहुलक का निर्धारण—खडित श्रेणी, १२८, सतत श्रेणी १३०, बहुलक का लेखाचित्रीय स्थान निर्धारण १३३, बहुलक के लाभ १३४, बहुलक के दोष और कमियाँ १३४, अन्य केन्द्रीय प्रवृत्ति के मापक—गुणोत्तर माध्य, १३५, गुणोत्तर माध्य की गणना—एकक निरीक्षणो की श्रेणी, १३५, खडित श्रेणी, १३६, सतत श्रेणी भारित गुणोत्तर माध्य की गणना, १३६, गुणोत्तर माध्य के उपयोग, १३६, हरात्मक माध्य, १३९, हरात्मक माध्य की गणना, १३९, हरात्मक माध्य के उपयोग, १३९, माध्यो म सवध, १४१, प्रश्न, १४२

७. वर्णात्मक मापन—विचरण और सममिति के माप १५७-१८७

अपकिरण की गणना, १५८, परास विधि, १५८, परास विधि के लाभ-दोष, १५८, माध्य विचलन विधि, १५९, पहला अपकिरण घूर्ण माध्य विचलन, १६०, माध्य विचलन की गणना—एकक निरीक्षण की श्रेणी, १६१, खडित श्रेणी, १६१, सतत श्रेणी, १६२, माध्यविचलन का गुणाक, १६३, माध्य विचलन का महत्त्व, १६४, अपकिरण का दूसरा घूर्ण, १६४, प्रमाप-विचलन १६४, प्रमाप विचलन की गणना—एकक निरीक्षण की श्रेणी, १६४, खडित श्रेणी, १६५, सतत श्रेणी, १६६, लघु रीति का उपयोग, १६६, इकाई परिवर्तन, १६७, प्रमाप विचलन के उपयोग, १६९, दूसरे अपकिरण घूर्ण से अन्य माप—प्रसरण, १६९, मापाक, १७०, विचरण का गुणाक, १७०, चतुर्थक विचलन, १७०, चतुर्थक विचलन का गुणाक, १७०, चतुर्थक विचलन और उसके गुणाक का महत्व एव उपयोग, १७१, अपकिरण की मापो म सवध, १७१, लोरेंज वक्र, १७१, विषमता या असममिति के मापन, १७२, विषमता की प्रकृति, १७३, विषमता के मापन, १७४, विषमता का पहला माप, १७४, विषमता का दूसरा माप, १७५, विषमता के मापो के लक्षण, १७६, प्रश्न, १७८

अध्याय पृष्ठ

८. सरल सहसबंध १८८-२१८

परिभाषा, १८८, सहसबंध का माप, १८८; सहसबंध मापन की विधियाँ—लेखा चित्रीय सहसबंध, १८९, प्रकीर्ण चित्र १८९, सहसबंध गुणांक, १९०, लघु रीति, १९१, समूहित श्रेणी में सहसबंध १९२, दो श्रेणियों के अल्प-कालीन दोलनों में सहसबंध-गुणांक, १९४, सहसबंध गुणांक की सम्भावी त्रुटि, १९६, सम्भावी त्रुटि का महत्व १९६, सहसबंध गुणांक का निर्वचन, १९६, कार्ल पियर्सन के सहसबंध गुणांक की कल्पनायें १९७, सगामी विचलनों का गुणांक, १९७, सहसबंध माप में समय-पश्चता का स्थान, १९९, प्रश्न, १९९

९. काल-श्रेणी का विश्लेषण २१९-२३२

दीर्घकालीन उपनति २१९, अल्पकालीन दोलन, २२०, उपनति या दीर्घकालीन परिवर्तनों को निकालने की विधि, २२०, मुक्तहस्त वक्र विधि, २२१, गतिमान माध्य विधि २२१, गतिमान माध्यों का केन्द्रण, २२२, न्यूनतम वर्ग विधि २२४, अल्पकालीन दोलनों को निकालने की विधि, २२५, ऋतुनिष्ठ परिवर्तनों का माप २२६, नियमित और अनियमित घट-बढ़ों का माप, २२७, प्रश्न, २२९

१० सूचकांक २३३-२६१

सूचकांकों को बनाना २३४, पदों का चुनाव, २३४, आधार का चुनाव २३८, माध्य का चुनाव तथा भारण की प्रणाली २३९, भारण क्यों आवश्यक है २४१, भारण का आधार, २४१, अस्पष्ट और स्पष्ट भार २४१, भारण की विधियाँ—आपेक्षिकों की भारित माध्य विधि, २४२, समूही व्यय विधि २४३, फिशर का आदर्श सूचकांक, २४३, विविध प्रकार के सूचकांक बनाना २४३, सूचकांकों में गुणोत्तर माध्य के लाभ, २४५, भारित सूचकांक, २४७, फिशर के आदर्श सूचक की विपर्ययता २५०, शृंखला आधार सूचकांक को स्थिर आधार सूचकांक में बदलना,

अध्याय — पृष्ठ

२५१, स्थिर आधार सूचकांक को शृंखला आधार सूचकांक में बदलना, २५३, सूचकांकों का महत्त्व व उपयोग, २५४, प्रश्न, २५५

११. अन्तर्वेशन — २६२-२७७

कल्पनायें, २६२, अन्तर्वेशन की विधियाँ—रेखाचित्रीय विधि, २६३, बीजीय विधियाँ, २६४, परवलयिक वक्र विधि, २६५, न्यूटन का सूत्र, २६७, लगरांज सूत्र, २६९, परिमित अन्तर विधि २७०, द्विपद-विस्तार कैसे निकाला जाता है, २७१, उपसंहार, २७२, प्रश्न २७२

१२. गुण-साहचर्य — २७८-२९९

शब्दों और संकेतों का उपयोग, २७८, साहचर्य, २७९, साहचर्य-गुणांक, २८२, साहचर्य की अन्य परीक्षायें, २८९, आंशिक साहचर्य, २९०, आभासी साहचर्य, २९०, सामग्री में अविरोध, २९१, प्रश्न, २९२

१३. सांख्यिकीय सामग्री का निर्वचन — ३००-३०५

त्रुटियों के स्रोत, ३०१, उपसंहार, ३०३, प्रश्न, ३०४

१४. भारतीय आँकड़े — ३०६-४०६

संग्रह प्रविधि, ३०८, भारत में आर्थिक आंकड़ों की प्रकृति और क्षेत्र, ३०९

१. जनसंख्या आंकड़े, ३०९, जनगणना की पद्धति, ३१०, १९३१ तक की जनगणनायें, ३१०, १९४१ की जनगणना में किये गये परिवर्तन ३१२, १९५१ की जनगणना में किये गये परिवर्तन, ३१५, १९५१ की जनगणना में एकत्रित सूचनायें, ३१८, जनगणनाओं की महत्ता व उपयोगिता, ३२०, भारत में जनगणना का समालोचनात्मक मूल्यांकन, ३२२, १९६१ जनगणना की ३२६

२. कृषि आंकड़े, ३२७, क्षेत्रफल के आंकड़े, ३२७, उपज के आंकड़े, ३२९, फसलों का प्राक्कलन, ३३४, कृषि उत्पादन के सूची अंक, ३३५, कृषि सम्बन्धी आंकड़ों की उपयोगिता

अध्याय पृष्ठ

३३६, कृषि आकडो मे त्रुटि के स्रोत, ३३७, समालोचना, ३३९, दाय प्राक्कलनो मे दोष, ३४२

३ मूल्य आकडे, ३४३, कथित मूल्य, ३४३, मूल्य सूचकाक, ३४४, थोक मूल्य सूचकाक, ३४५, थोक मूल्य के सशोधित सूचकाक, ३४८, थोक मूल्य के सूचकाक, महत्वपूर्ण वस्तुयें, ३५१, उपभोक्ता मूल्य सूचकाक, ३५१, श्रम कार्यालय के निर्वाह सूचकाक ३५२, भारत मे प्राप्य मूल्य आकडो की सामान्य समालोचना, ३५३

४ व्यापार आकडे, ३५३, भारतीय व्यापार के सूचकाक, ३५४, वाणिज्य-सूचना विभाग सूचकाक, ३५४, सचित अधिकोष सूचकाक, ३५५, भारतीय व्यापार से सबधित सामग्री, ३५६, भारत के अन्तर्देशीय व्यापार से सबधित सामग्री, ३५७, भारत के फुटकर व्यापार से सबधित सामग्री ३५७, भारत के विदेशी थोक व्यापार सबधी सामग्री, ३५८, भारत के व्यापारिक आकडो की समालोचना, ३६३

५. मजूरी आकडे, ३६३, कृषीय मजूरी ३६४, औद्योगिक मजूरी, ३६६

६. औद्योगिक आकडे, ३६७, वार्षिक निर्माण उद्योग गणना—१९४२ का अधिनियम ३७०, आकडा सग्रह अधिनियम (१९५३), ३७२, औद्योगिक आकडा के अन्य प्रकाशन, ३७३, औद्योगिक क्रिया उत्पादन और लाभ के सूचक, ३७४, कैपिटल के औद्योगिक क्रियाशीलता सूचक, ३७५, औद्योगिक उत्पादन के सूचक, ३७६, औद्योगिक लाभो के सूचकाक, ३७८

७ राष्ट्रीय प्रतिदर्श सर्वेक्षण—आवश्यकता, ३७८ विधि, ३७९, सर्वेक्षण के दौर ३८०, तदर्थ सर्वेक्षण ३८३, रा० प्र० स० के काय का समालोचनात्मक अध्ययन ३८४

८ राष्ट्रीय आय, ३८४, भारत म राष्ट्रीय आय के पहले अनुमान, ३८६, राष्ट्रीय आय प्राक्कलन करने की विधियाँ, ३८७, आय-गणना विधि ३८८, उत्पादन गणना विधि

अध्याय | पृष्ठ

३८८, सामाजिक लेखाकन विधि, ३८९, भारत में विशेष समस्यायें, ३९०, राष्ट्रीय आय समिति द्वारा स्वीकृत विधि, ३९२, बाउले-गॉवर्टनन और राष्ट्रीय आय समिति की परियोजनाओं की तुलना, ३९३, डा० राव की विधि और राष्ट्रीय आय समिति की विधि में अन्तर, ३९६, सुधार के लिये कुछ सुझाव, ३९६

भारतीय आंकड़ो की सामान्य आलोचना, ३९९, प्रश्न, ४०३

परिशिष्ट ४०७-४१९

Mathematical Tables, ४०८, Method of Consulting, ४०८; Uses of Logarithmic Tables, ४१०, Various Tables, ४१४

Answers ४२०

अध्याय १

परिचय

ऐतिहासिक पृष्ठभूमि—लगभग एक शताब्दी पहले सांख्यिकी कम लोकप्रिय विज्ञान था। धीरे धीरे इसका महत्व बढ़ा और आज इसका उपयोग प्राय सभी विज्ञानो में किया जाता है। इस एक शताब्दी में सांख्यिकी की विधियों और उसके व्यवहार में आश्चर्यजनक वृद्धि हुई, जिसका कारण ढूंढना कठिन नहीं है। जैसे-जैसे मनुष्यों की क्रियाओ में प्रसार हुआ, वे अधिकाधिक परिमाण में गत अनुभवों पर आश्रित रहने लगे और चूंकि मात्रिक अध्ययनो पर आधारित अनुभवो से अधिक विश्वसनीय निष्कर्ष निकाले जा सकते हैं, इसलिए इसकी उन्नति होना स्वाभाविक था। इसलिए आजकल सांख्यिकी का अन्य विज्ञानो के, जिनमें अर्थशास्त्र और समाज शास्त्र मुख्य हैं, आधार के रूप में अध्ययन किया जाना ठीक ही है।

विश्व के सभ्य देश अति प्राचीन काल से सांख्यिकीय विधियों का अपरिष्कृत एव अवैज्ञानिक व्यवहार करके समको का संग्रह करते रहे हैं। आकड़ो का सबसे पहला उपयोग राजाओ द्वारा युद्ध छेड़ने और दैनिक शासन प्रबन्ध करने के लिए जन और धन शक्ति के लेखे रखने की प्रथा में मिलता है। इसलिए इसे 'राज-विज्ञान' (science of kings) कहा जाने लगा था। परन्तु वैज्ञानिक विधि से आकडो का अध्ययन और व्यवहार करने का कोई गभीर प्रयत्न १८ वी शताब्दी की अन्तिम दशाब्दी तक नहीं किया गया। बेल्जियन गणितज्ञ कुटलेट (Qutelet) पहला व्यक्ति था जिसने लोगो का ध्यान सांख्यिकी के आधारभूत सिद्धान्त—सभाविता का सिद्धान्त (Theory of Probability)—की ओर आकर्षित किया। आजकल यह सिद्धान्त सांख्यिकी के मूलाधार नियमो में माना जाता है और सांख्यिकीय निष्कर्ष मुख्यत इसी पर आधारित होते हैं। कुटलेट के अध्ययनो का उसके सुयोग्य सम-सामयिक हैन (Hain) ने, जो एक जर्मन गणितज्ञ था, विस्तार किया। नैप (Knapp) और लेक्सिस (Lexis), दो अन्य जर्मन गणितज्ञ ने जीवन आकडो में इस सिद्धात का उपयोग करने की दिशा में महत्वपूर्ण अशदान किये। आधुनिक सांख्यिकी विदो ने, जिनमें गाल्टन (Galton), कार्ल पिअर्सन (Karl Pearson) और एजवर्थ मुख्य है, प्रतिचयन (Sampling) और सभाविता के क्षेत्र में महत्वपूर्ण गवेषणाएँ की है। गाल्टन एक जीव शास्त्री था और उसने सोजनिकी स्कूल (School of Eugenics) की स्थापना की थी। उसने अपने वंशानुमात्र

के सिद्धान्तों (theories of heredity) की परीक्षा सांख्यिकीय विधियों का उपयोग करके की। बाद में कार्ल पियर्सन ने गाल्टन के कार्य का अनुसरण किया और मृतत्व विज्ञान (anthropology) और सहसबंध-गुणकों (correlation coefficient) के सिद्धान्तों में महत्वपूर्ण अंशदान किए।

बीसवीं शताब्दी के सांख्यिकी विदों में प्रो महल्नवीस (भारत), प्रो बोडिंगटन (Boddington), डा बाउले (Bowley), एम् जे मोरोने (M J Moroney), इ फिशर (I Fisher) उल्लेखनीय हैं। इनके अतिरिक्त कई अन्य लोगों ने सांख्यिकी को उसका वर्तमान स्थान दिलाने के लिए सतत प्रयत्न किए और इनकी कई महत्वपूर्ण देनें हैं।

भारत में सांख्यिकी की परम्परा—भारत में आंकडों का उपयोग प्राचीन काल से होता आया है। जब आर्य यहाँ निवास करने लगे, उन्हें युद्ध करने और प्रवास करने के लिए अपनी सख्या, भूमि और उपज सबधी आंकडों की आवश्यकता पडी और वे इसके लिए अनजाने ही सांख्यिकी का उपयोग करने लगे। इस समय सांख्यिकी अपनी प्रारंभिक अवस्था में थी। महाकाव्य युग में आंकडों के उपयोग का अधिक सुव्यवस्थित विवरण मिलता है। इस समय आंकडों का उपयोग मुख्यत राजनीति और युद्धनीति (strategy) के क्षेत्र में होता था। आर्थिक क्षेत्र में इनका उपयोग कम होने का कारण यह था कि जो भी आर्थिक समस्याएँ उठती थी वे राजनीति से सबधित होती थी। रामायण और महाभारत में हम पाते हैं कि युद्ध से पहले जन सख्या और सहयोगियों के बारे में पूरी जानकारी प्राप्त कर ली जाती थी। आंकडों का उपयोग सैन्य-दृष्टिकोण से किया जाता था और इसके लिए जिन विधियों का उपयोग किया जाता था वे अवैज्ञानिक थी।

ऐतिहासिक काल में आंकडों का उपयोग आर्थिक क्षेत्र में भी किया जाने लगा और विधियों में कुछ सुधार हुआ। कौटिल्य के अर्थशास्त्र में हम पाते हैं कि आंकडों की सहायता से विस्तृत आर्थिक विश्लेषण किया जाने लगा था। धीरे धीरे हिन्दू और मुगल राजा आर्थिक क्षेत्रों और विशेषत शासन-प्रबन्ध में आंकडों का पर्याप्त मात्रा में उपयोग करने लगे। अकबर के वित्त मंत्री टोडर मल ने भूमि, कृषि, व्यापार और वाणिज्य सबधी आंकडों का सकलन किया।

ईस्ट इंडिया कम्पनी के समय में भूमि और कृषि के आंकडों का सग्रह करने की प्रथा चलती रही और कृषि एव व्यापार सबधी आंकडों का अधिक विस्तृत रूप से सग्रह किया गया और वे प्रकाशित किए गए। शासन के ब्रिटिश सरकार के हाथ में आ जाने के बाद वे नियमित रूप से 'स्टेटिस्टिकल एब्स्ट्रेक्टस् ऑफ ब्रिटिश इंडिया' (Statistical Abstracts of British India) का प्रकाशन करने लगे। ये

'एब्सट्रेक्टस्' शासन-प्रबन्ध और व्यापार के लिए प्रकाशित किए जाते थे। 'स्टेटिस्टिकल एब्सट्रेक्ट' एक वार्षिक प्रकाशन है जिसमें पिछले दस वर्षों के बारे में उपयोगी सूचनाएँ रहती हैं। इसके अतिरिक्त 'दी इम्पीरियल गजेटियर ऑफ इंडिया' (The Imperial Gazetteer of India) भी प्रकाशित किया गया। इसमें भी काफी सांख्यिकीय सामग्री मिलती है। स्वतन्त्रता मिलने के बाद भारत सरकार ने 'स्टेटिस्टिकल एब्सट्रेक्टस्' का प्रकाशन जारी रक्खा। चूंकि 'एब्सट्रेक्ट' में दी जाने वाली सामग्री अधिकाधिक विस्तृत होती जा रही है इसलिए १९४९ में यह निश्चय किया गया कि इसमें पिछले दस वर्षों की सूचना न दी जाय। अब अधिकांश विषयों से संबंधित सामग्री केवल एक वर्ष के लिए होती है और कुछ विषयों के लिए पिछले कुछ वर्षों की सूचना दे दी जाती है। ब्रिटिश सरकार ने विशिष्ट क्षेत्रों जैसे रेल-मार्ग, उद्योग, मूल्य, मजदूरी, कृषि आदि से संबंधित सांख्यिकीय सामग्री का नियमित रूप से जर्नलों, प्रतिवेदनों, पुस्तिकाओं और पत्रिकाओं के रूप में प्रकाशन कराया। इनका विस्तृत वर्णन भारतीय समंक के परिच्छेद में किया जायगा। यहाँ पर यह उल्लेखनीय है कि भारत में आँकडों के उपयोग में वृद्धि होने के साथ साथ सांख्यिकीय विधियों का उपयोग अधिकाधिक वैज्ञानिक होता जा रहा है और आजकल हम आँकडों के संग्रह और उनके सांख्यिकीय वर्णन एवं विश्लेषण में आधुनिकतम और वैज्ञानिक विधियों का प्रयोग करते हैं।

अन्य विज्ञानों से संबंध

सांख्यिकी और गणित—आधुनिक काल में सांख्यिकीय विधियों को आशातीत सफलता मिली है और उनका बड़ी तेजी से प्रसार हुआ है। यह उनके सब जगह उपयोग होने का पर्याप्त प्रमाण है। परन्तु कई स्थानों में सांख्यिकी के गणितात्मक होने के कारण कठिनाई उपस्थित हो जाती है। यह सच है कि सांख्यिकी का आधार गणितात्मक है और सामग्री का विश्लेषण केवल गणितीय विधियों से हो सकता है। परन्तु जैसा हम आगामी परिच्छेद में देखेंगे, सांख्यिकी का प्रारंभिक ज्ञान प्राप्त करने के लिए साधारण बीजगणित और अंकगणित का ज्ञान पर्याप्त है। सांख्यिकी के दो स्पष्ट विभाग किए जा सकते हैं, पहला सामग्री-संग्रहण और दूसरा उसका सांख्यिकीय विश्लेषण। गणित की जानकारी दूसरे के लिए आवश्यक है। *चूँकि आँकडों का एक मुख्य लक्षण यह है कि वे सांख्यिक रूप में व्यक्त किए जाते हैं,* इसलिए उनका वैज्ञानिक विश्लेषण करने के लिए गणित के सिद्धान्तों का उपयोग करना आवश्यक हो जाता है। जब हम सामग्रियों की तुलना माध्यों (averages) या प्रतिशतों से करते हैं, या चरों में सहसंबंध गुणांक द्वारा संबंध स्थापित करते हैं, या

जब हम अन्य सांख्यिकीय विधियो द्वारा सामग्री का निर्वचन (interpretation) करते हैं, तब गणित का ज्ञान आवश्यक हो जाता है। परन्तु यह ध्यान रखना चाहिए कि सांख्यिकी गणित नही है, इसमें गणितीय विधियो का उपयोग होता है। गणित एक प्रकार की तर्क-प्रणाली है जिसका सांख्यिकी में उपयोग किया जा सकता है और किया जाता है। इस कारण यह आश्चर्य का विषय नही है कि कुछ विद्वान सांख्यिक आरम्भ में गणितज्ञ थे।

सांख्यिकी और अर्थशास्त्र—अर्थशास्त्र और सांख्यिकी के संबंध की घनिष्टता इससे समझी जा सकती है कि आजकल सांख्यिकी के बिना अर्थशास्त्र का ज्ञान अधूरा समझा जाता है। आर्थिक सिद्धान्त के क्षेत्र में प्रगति होने पर इस बात का अनुभव किया गया कि आर्थिक नियमो का सत्यापन किया जाय। अर्थशास्त्र के कई नियम ऐसे थे जो निगमन तर्क-प्रणाली द्वारा निकाले गए थे और कई अर्थशास्त्री आगमन-विधि को अर्थशास्त्र के लिए अनुपयुक्त मानते थे। परन्तु किसी भी विज्ञान की प्रगति के लिए यह आवश्यक है कि वह तथ्यो के समीप रहे। फिर, प्रत्येक विज्ञान में आधारतत्व (postulates) वास्तविकता से लिये जाने चाहिएँ। इस प्रकार हम पाते हैं कि अर्थशास्त्र में आधारतत्व निश्चित करने और नियमो का सत्यापन करने के लिए तथ्यो का अध्ययन करना आवश्यक हो जाता है। इसके लिए सांख्यिकीय विधियाँ सबसे उपयुक्त हैं क्योकि अर्थशास्त्री का अध्ययन विषय मानव-व्यवहार है। कोई अर्थशास्त्री प्रयोगशाला में बैठ कर अन्य प्रतिकारको (factors) को नियन्त्रित करके किसी एक प्रतिकारक का प्रभाव नही जान सकता। उसे मानव व्यवहार का अध्ययन करना पड़ता है जो बहुत जटिल कारणों पर निर्भर रहता है। केवल सांख्यिकीय विधियाँ ही ऐसी हैं जिनके द्वारा मानव व्यवहार का उसकी सम्पूर्णता में अध्ययन किया जा सकता है। यह तो हुआ आर्थिक सिद्धान्त का संबंध। परन्तु जब हम अर्थशास्त्र के व्यवहारिक पक्ष पर विचार करते हैं तो सांख्यिकीय विधियाँ अत्यन्त महत्वपूर्ण हो जाती हैं। आर्थिक नीतियो और कार्यों का अर्थव्यवस्था पर क्या प्रभाव पड़ता है, यह जानने के लिए सांख्यिकीय विधियो का उपयोग करने के अतिरिक्त कोई उपाय नही है। सामाजिक विज्ञानो में (और भौतिक विज्ञानो में भी) प्रत्येक अन्वेषक को घटनाओ का निरीक्षण करना पड़ता है और उन्हें नापना होता है। इसलिए यह आवश्यक है कि वह जानकारी प्राप्त करने की, उसका सांख्यिकीय रूप से प्रतिपादन करने की, और अन्त में, उसे इस प्रकार प्रस्तुत करने की जिससे घटना के सबसे महत्वपूर्ण अंगो पर प्रकाश पड़े, नवीनतम प्रविधियो को जाने। आजकल अर्थशास्त्र के सिद्धान्तो और उनके व्यवहार में सांख्यिकीय विधियो का अधिकाधिक मात्रा में उपयोग किया जाता है। यहाँ तक कि अर्थशास्त्र का एक नया विषय अर्थमिति

(Econometrics) शुरू होगया है जिसमें आर्थिक नियमों (जैसे माँग और पूर्ति के नियम), आर्थिक सिद्धान्तों (जैसे केन्स का सिद्धान्त), और आर्थिक राशियों (जैसे माँग की लोच) आदि का सांख्यिकीय रूप से सत्यापन किया जाता है या उनके संख्यात्मक मूल्य निकाले जाते हैं। अर्थशास्त्र में आँकड़ों के महत्व के बारे में मार्शल ने कहा है कि "आँकड़े भूसे के समान हैं, जिनसे अन्य अर्थशास्त्रियों की भाँति मुझे ईंटें बनानी पड़ती हैं"।

वैज्ञानिक अनुसंधान के लगभग सभी क्षेत्रों में सांख्यिकी की सहायता लेनी पड़ती है और ये अनुसंधान इसके बदले में सांख्यिकीय सिद्धान्तों के अध्ययन और उनके विवरण (exposition) में सहायता देते हैं। यह ठीक ही कहा गया है कि 'बिना आँकड़ों के विज्ञान फलदायक नहीं होते और बिना विज्ञान के आँकड़े समूल नहीं होते'।

विज्ञान और कला—सांख्यिकी एक विज्ञान है क्योंकि अन्य विज्ञानों की भाँति इस की विधियाँ क्रमबद्ध (systematic) हैं। यह सच है कि इसके द्वारा निकाले गये निष्कर्ष पूर्णतः खरे नहीं उतरते परन्तु जहाँ तक विधियों का प्रश्न है वे उतनी ही निर्दोष हैं जितनी अन्य विज्ञानों की विधियाँ। निष्कर्षों के बिल्कुल ठीक न होने का कारण अध्ययन-सामग्री की जटिलता है, विधियों की कमियाँ नहीं। यह सैद्धान्तिक विज्ञान है जो आँकड़ों के व्यवहार के सिद्धान्तों और विधियों पर विचार करता है।

जहाँ तक हम इन सिद्धान्तों को व्यवहार में लाते हैं, यह एक कला भी है। इसका सफल प्रयोग सांख्यिकीविद् के अनुभव और उसकी कुशलता पर निर्भर करता है। ठीक और सही निष्कर्ष निकालना सिखाया नहीं जा सकता। यह व्यक्तिगत अभ्यास और विषय के ज्ञान पर आश्रित है।

महत्व और उपयोग—सांख्यिकी का महत्व इसके द्वारा किए जाने वाले कार्यों के कारण है। इसका मुख्य कार्य बहु-कारणत्व (multiple causation) से प्रभावित होने वाली जटिल सामग्री को सरल करना है जिससे वह अधिक आसानी से समझ में आ जाय और उसकी मुख्य विशेषताएँ सुगमता से सामने आ जायें। सांख्यिकीय विधियों का उपयोग करके अन्य विज्ञानों के सिद्धान्तों की प्रायः परीक्षा की जाती है और उनकी सत्यता सत्यापित की जाती है। इस प्रकार ये विधियाँ मनुष्य के ज्ञान के क्षेत्र में वृद्धि करती हैं। इनकी सहायता से हम तुलना करने में और सबंध स्थापित करने में समर्थ होते हैं और इस प्रकार वास्तविकता का समुचित नेत्रदृश्य (perspective) में और महत्ता से अध्ययन कर पाते हैं।

ऐसे सब लोगो के लिए जो सत्य की खोज में प्रयत्नशील रहते हैं और साख्यिकी का उचित उपयोग करना जानते हैं, साख्यिकी अत्यन्त उपयोगी और महत्वपूर्ण विज्ञान है। व्यापार-गृह, सरकारी विभाग, परिकल्पक (speculators), लोकोपयोगी सस्थाऐं, समाज सुधारक, सैद्धान्तिक अर्थशास्त्री, वैज्ञानिक आदि सभी अपने कामो और गवेषणाओ में साख्यिकी की सहायता लेते हैं। सरकारें, व्यापार सगठन, और अन्य सार्वजनिक सस्थाएँ पिछले अभिलेखो को रखती हैं, जिससे अन्तत साख्यिकीय अनुसधान किए जा सकें। इस प्रकार के अनुसधानो को पर्याप्त सुविधाएँ दी जाती हैं और अब साख्यिकीय अध्ययनो के महत्व को अधिकाधिक समझा जाने लगा है। बिना साख्यिकीय विश्लेषण के किसी समस्या का उसकी समुचित नेष्ठता में अधिमूल्यन करना सभव नहीं है। इस प्रकार हम देखते हैं कि साख्यिकी कितना महत्वपूर्ण विज्ञान है। परन्तु साख्यिकीय विश्लेषण केवल तभी किया जा सकता है जब हमारे पास आँकडे हो। अतएव आँकडे जो साख्यिकीय विश्लेषण के लिए कच्चे माल के समान हैं अत्यन्त महत्वपूर्ण हो जाते हैं।

आँकडे सब प्रकार के आयोजन का आधार हैं। सफल आयोजन के लिए यह आवश्यक है कि हमारे पास देश के ससाधनो के प्राक्कलन (estimates) और उसकी आवश्यकताओ के निर्धारण (assessments) हो और हम योजनाओ की सफलता का मूल्याकन कर सकें। इन सब के लिए सांख्यिक अध्ययन करना आवश्यक है। अन्यथा साख्यिकीय विधियो का उपयोग नहीं किया जा सकता।

व्यापारियों के लिए आँकडे अत्यधिक उपयोगी हैं। गत सामग्री का सावधानी से विश्लेषण करके और इन के आधार पर अपने प्राक्कलन निश्चित करके व्यापारी वर्ष के विभिन्न महीनों में होने वाली समावी माँग के प्राक्कलन पर्याप्त परिशुद्धता (accuracy) से कर सकते हैं। इसी प्रकार सफल परिकल्पना के लिए यह आवश्यक है कि परिकल्पी मूल्यो और ब्याज की दरो की उपनति और ऋतुनिष्ठ विचरण (trend and seasonal variations) जाने। एक बैंकर गत जानकारी का उपयोग इसलिए करता है जिससे वह जान सके कि व्यापृत काल (busy season) में कितनी सचिति (reserve) पर्याप्त होगी।

इसी प्रकार बडी व्यापारी सस्थाओ जैसे रेलमार्गों और बीमा कम्पनियो के लिए भी आँकडे बहुत उपयोगी हैं। रेलमार्गों के कार्यकरण का साख्यिकीय विश्लेषण, सेवाओ की कुशलता, उनकी आवश्यकताएँ और उनके प्रसार कार्य क्रमों को निर्धारित करने के लिए, बहुत उपयोगी है। वर्ष के विभिन्न भागो में की जाने वाली सेवा की माँगो के अभिलेख (records) को रखती है और आवश्यकता पडने पर

अपनी सेवाओ में तदनुसार परिवर्तन करती है। इसी प्रकार मृत्यु सारणी (mortality table) बनाने के लिए बीमा कम्पनियो को देश के जीवन आंकडो (vital statistics) की ठीक ठीक जानकारी होना आवश्यक है। अन्य प्रकार की बीमा कम्पनियो को सफल कार्यकरण के लिए तत्सबधी सुसगत साख्यिकीय जानकारी की आवश्यकता होती है।

समाज-सुधार के क्षेत्र मे भी काम करने के लिए आँकडो की आवश्यकता पडती है। बीमारियो का आपात (incidence), भिखारी समस्या या दरिद्र-सहायता का परिमाण, बाल-विवाह का विस्तार, विधवाओ की सख्या आदि जानने के लिए और उनका समाधान करने के लिए आँकडे और उनका साख्यिकीय विश्लेषण आवश्यक है। कभी कभी सबधित घटनाओ के सबध को ठीक ठीक जानने की आवश्यकता पडती है। हम यह जानना चाह सकते हैं कि कौन घटना किस पर आश्रित है। उदाहरणार्थ अपराधी विज्ञान का कोई अन्वेषक यह जानना चाह सकता है कि शराब पीने और अपराध करने में कोई सबध है या नही या कोई अर्थशास्त्री मदी की अवधि और दृष्टिहीनता में ठीक सबध जानना चाहता हो।

इस प्रकार हम देखते हैं कि साख्यिकीय विधियाँ और अध्ययनो का उपयोग सर्वत्र किया जा सकता है। 'साख्यिकी का ज्ञान विदेशी भाषा या बीजगणित के समान है। यह किसी भी समय और किसी भी परिस्थिति मे उपयोगी सिद्ध हो सकती है'। ज्ञान-विज्ञान का शायद ही कोई ऐसा क्षेत्र हो जो साख्यिकी के क्षेत्रान्तर्गत न आता हो। इसलिए यह ठीक ही कहा गया है कि 'साख्यिकी प्रत्येक व्यक्ति को प्रभावित करती है और जीवन के निकट कई स्थानो में आती है'। आयोजन-अधिकारियो, व्यापारियो, बडी व्यापारी-सस्थाओ, समाज सुधारको और अर्थशास्त्रियो को सामयिक समस्याओ का अध्ययन करने, असगत और अनावश्यक तथ्यो का निरसन करने, कार्य-कारण सबधो की स्थापना करने और व्यापक नियमो को बनाने के लिए सदैव साख्यिकी की सहायता लेनी पडती है।

QUESTIONS

1 'Statistical method is less precise than experimental method but it can often be applied successfully when the latter fails'

Discuss the above statement and explain the importance of statistical methods in social sciences (M S W, *Lucknow*)

2 Discuss the role of statistics in a scientific study of the social problems of a country (M S W, *Lucknow*)

3 Discuss the role of statistics in Economic Planning How has the Planning Commission been handicapped in drawing the First Five Year Plan (B A, *Lucknow*)

4 Define 'statistics' and point out the main difficulties that a statistician has to face as compared with a physicist or a chemist (B Com, *Allahabad*)

5 Statistics is said to be both a science and an art Why? What relation, if any, has Statistics with other sciences? (M A, *Agra*)

6 Discuss the usefulness of Statistics to the state, the economist, the industrialist and the trader (B Com, *Lucknow*)

7 Write an essay on "Statistics in the service of the State" (I C S)

अध्याय २

अर्थ और परिभाषा

सांख्यिकी का अर्थ

अंग्रेजी शब्द 'स्टेटिस्टिक्स' के उपयोग के तीन अर्थ हैं। सौभाग्य से हिन्दी में इन तीन अर्थों को व्यक्त करने के लिए तीन विभिन्न शब्द हैं। ये शब्द हैं, आँकड़े, सांख्यिकी और प्रतिदर्शज।

साधारण प्रयोग में 'स्टेटिस्टिक्स' का प्रयोग आँकड़े के अर्थ में होता है जैसे भारत में कपास उत्पादन के आँकड़े (statistics of cotton production in India)। आँकड़े (statistics) का प्रयोग उन सब स्थानों में किया जा सकता है जहाँ अभिलेखों का संग्रह मात्रिक और संख्यात्मक (quantitative and numerical) रूप में किया जाता है। इस प्रकार के आँकड़े (statistics) 'स्टेटिस्टिकल एब्सट्रैक्टस ऑफ इंडिया', या जनगणना के प्रतिवेदनों में पाए जाते हैं। आँकड़े तथ्यों का अंकों के रूप में किया गया संग्रह मात्र है। (यहाँ यह उल्लेखनीय है कि इस अर्थ में अंग्रेजी शब्द 'स्टेटिस्टिक्स' का हमेशा बहुवचन में प्रयोग होता है।)

'स्टेटिस्टिक्स' का दूसरा अर्थ उन विधियों से है जिनका सांख्यिकी में उपयोग किया जाता है। इस अर्थ में हम *'सांख्यिकीय विधियों' का प्रयोग करेंगे। सांख्यिकीय* विधियों के अन्तर्गत वे सब सिद्धान्त और युक्तियाँ (devices) आती हैं जिनका उपयोग तथ्यों के मात्रिक विवरण का संग्रह, विश्लेषण और निर्वचन करने में किया जाता है। (इस अर्थ में भी स्टेटिस्टिक्स का प्रयोग अंग्रेजी में बहुवचन में होता है।)

'स्टेटिस्टिक्स' का तीसरा अर्थ सांख्यिकी है। इस अर्थ में यह एक विज्ञान है और गणित का एक भाग माना जाता है। (अंग्रेजी में इस अर्थ में स्टेटिस्टिक्स का प्रयोग एकवचन में होता है)। 'स्टेटिस्टिक्स' का प्रयोग 'स्टेटिस्टिक' के बहुवचन के रूप में भी होता है। 'स्टेटिस्टिक' के लिए हिन्दी शब्द प्रतिदर्शज है। प्रतिदर्शज (statistic) का अर्थ समष्टि के संख्यात्मक गुणों को बताने वाली संख्या या संख्याओं का प्राक्कलन है। मान लीजिए हम एक प्रतिदर्श (sample) लें और इसके लिए माध्य, विचलन या सहसंबंध गुणक की गणना करें। अब अगर इनके मूल्यों को हम समष्टि के मूल्यों का प्राक्कलन मान लें तो ये प्रतिदर्शज कहलाएँगे।

आँकड़ों के लक्षण (characteristics of statistics)—किसी भी शब्द की परिभाषा देना कठिन होता है क्योंकि परिभाषा ऐसी होनी चाहिए जिससे

उसकी सारभूत विशेषताओं और उसकी प्रकृति एवं विषयवस्तु का ठीक ठीक ज्ञान हो सके। यहाँ यह बताया जा सकता है कि आँकडे केवल सख्याएँ नही है। सख्याओं का सग्रह मात्र आँकडे नही कहलाएँगे। इसके लिए यह आवश्यक है कि सख्याएँ कुछ शर्तों को पूरा करें। अगर वे इन शर्तों को पूरा नही करती, तो आँकडे नही कहलाएँगी। ये शर्तें जो आँकडो के लक्षण बताती है निम्नलिखित है

(१) वे तथ्यों के सख्यात्मक विवरण होने चाहिएँ (They must be numerical statements of facts)—अगर तथ्यो का गुणात्मक (qualitative) विवरण दिया गया हो तो यह सभव हो सकना चाहिए कि वह निश्चित सख्यात्मक राशियो के रूप में दिया जा सके। जैसे, विद्यार्थियो को स्तर के अनुसार अच्छे औसत और मामूली इन तीन वर्गों में बाँटा जा सकता है। परन्तु बिना कोई सख्यात्मक निकष (criterion) बनाए यह निश्चित करना सभव नही होगा कि ठीक कितने विद्यार्थी किस वग में हैं क्योंकि यह सख्या निश्चित करने वाले व्यक्ति के साथ बदलती जाएगी, परन्तु अगर हम यह तय करलें कि ६०% से अधिक अक प्राप्त करने वाले 'अच्छे', ४०–६०% वाले 'औसत' और ४०% से कम वाले मामूली' विद्यार्थी है, तो हम निश्चित सख्यात्मक विवरण दे सकते हैं और ये सख्याएँ केवल तभी आँकडे कहलाएँगी।

(२) आँकडे तथ्यों के समूह है (They are aggregates of facts)—आँकडे किसी एक व्यक्ति या सदस्य के बारे में नही बल्कि एक समूह के बारे में होते है। किसी व्यक्ति की लम्बाई अगर ६० इच हो तो यह सख्या 'आँकडे' नही कहलाई जाएगी। साख्यिकीय दृष्टिकोण से किसी एक व्यक्ति से सबधित अध्ययन महत्वपूर्ण नही है। सख्याओ को किसी समूह से सबधित होना चाहिए, किसी एक सदस्य से नही।

(३) वे एक दूसरे से सबधित किये जाने योग्य होने चाहिएँ (They should be capable of being related to each other)—सख्याओं का समूह तभी आँकडे कहा जा सकता है जब ये सख्याएँ सजातीय हो और उनमें स्पष्ट सबध स्थापित किया जा सके। जैसे यह कहना कि कक्षा में ८० विद्यार्थी हैं, स्कूल में २० चपरासी हैं और मैदान में ९ पेड हैं सख्यात्मक तथ्य है, और आँकडो के समूह भी हैं परन्तु वे एक दूसरे से सबधित किये जाने योग्य नही है इसलिए साख्यिक आँकडे नही कहला सकते।

(४) आँकडे सोद्देश्य होने चाहिएँ (They must have certain object behind them)—आँकडो का सग्रह किसी पूर्व-निर्धारित उद्देश्य से होना चाहिए।

सख्याएँ किसी अनुसधान (enquiry) से सबधित होनी चाहिएँ। जब तक यह मालूम न हो कि आँकड़े जमा करने का क्या उद्देश्य है, तब तक वे सख्याएँ मात्र ही रहेंगे। आँकड़ो का उपयोग तभी किया जा सकता है जब यह मालूम हो कि वे किस उद्देश्य से जमा की गई थी। किसी स्कूल में ८०० विद्यार्थी हैं और २० अध्यापक हैं, ये आँकड़े कहला सकते हैं, यदि उद्देश्य छात्र-अध्यापक अनुपात निकालना हो। परन्तु अगर हमारा कोई उद्देश्य नहीं है तो ये केवल सख्याएँ है, आँकड़े नहीं।

(५) **वे कई कारणों से प्रभावित होते हैं** (They are affected by a large number of causes)—उनके मूल्यो में किसी एक प्रतिकारक (factor) के कारण परिवर्तन नही होना चाहिए। अगर परिवर्तन केवल एक प्रतिकारक के कारण होता है तो उसका अध्ययन सांख्यिकीय दृष्टिकोण से महत्वपूर्ण नही है। जैसे, अगर लम्बाई बढ़ती है तो वजन भी बढ़ता है। परन्तु वजन में होने वाली वृद्धि केवल लम्बाई के कारण नहीं बल्कि अन्य प्रतिकारकों, जैसे जलवायु, आहार, जातीय लक्षणों आदि के कारण भी होती है। इसलिए ये सख्याएँ आँकड़े कहलाएँगी।

(६) ***आँकड़ों के सग्रह में पर्याप्त परिशुद्धता होनी चाहिए*** (*A reasonable standard of accuracy must be maintained in collection of statistics*)—आँकड़ो का सग्रह करने में साधारणतः ऐसी स्थितियाँ आती हैं जब हम प्रत्येक पद (item) का निरीक्षण नही कर सकते है। ऐसी स्थितियो में हम एक प्रतिदर्श लेते है और उसके आधार पर समष्टि के सबध ज्ञात करते हैं। यहाँ यह आवश्यक है कि आँकड़े जमा करने में पर्याप्त सावधानी बरती जाय ताकि हम आवश्यक परिशुद्धता प्राप्त कर सकें। 'पर्याप्त' शब्द सापेक्ष है और अनुसधान के उद्देश्य एव उपलब्ध साधनो पर निर्भर करता है।

यह तो हुआ उस पदार्थ का विवरण जिसका सांख्यिकी में उपयोग किया जाता है। अब हम सांख्यिकी की परिभाषा पर विचार करेंगे।

सांख्यिकी की परिभाषा

सांख्यिकी को विभिन्न समयो में विभिन्न लेखकों ने विविध प्रकार से परिभाषित किया है। इसका कारण यह है कि सांख्यिकी ने बड़ी तेजी से उन्नति की और तदनुरूप उसके विषयवस्तु में भी परिवर्तन होते रहे। सांख्यिकी के लेखकों ने अपने काल के सबसे महत्वपूर्ण भाग पर बल देने का प्रयत्न किया। यहाँ हम एक ऐसी परिभाषा देने का प्रयत्न करेंगे जिसके अन्तर्गत वह सब कुछ आ जाय जो आजकल साधारणतः सांख्यिकी की विषयवस्तु माना जाता है। परन्तु इससे पहले कि हम अन्य परिभाषाओ

की आलोचना करें और अपनी परिभाषा दें, यहाँ पर अच्छी परिभाषा के लक्षण बता देना आवश्यक है। एक अच्छी परिभाषा स्वयं पूर्ण होनी चाहिए। इसे विज्ञान के उन सब विषयो पर बल देना चाहिए जो उसके सारभूत हैं। दूसरे शब्दो में, परिभाषा को पर्याप्त रूप से समावेशी (inclusive) होना चाहिए। परिभाषा को स्पष्ट होना चाहिए अर्थात् इसके लक्षणो का वर्णन स्पष्ट और असदिग्ध शब्दो में करना चाहिए और विज्ञान को अन्य ज्ञान विज्ञानो से सुस्पष्ट रूप में अलग करना चाहिए। अन्त में, एक परिभाषा को स्वय व्याख्यात (self-explanatory) होना चाहिए। परिभाषा का तात्पर्य समझने के लिए यह आवश्यक नही होना चाहिए कि हम अन्य जगहो में उसकी व्याख्या ढूंढें। परिभाषा की जाँच करने की इन मापो से सुसज्जित होकर हम साख्यिकी की विविध परिभाषाओ की परीक्षा करेंगे।

बाउले के अनुसार साख्यिकी 'गणन विज्ञान' (science of counting) है। उपर्युक्त निकषो (criteria) से इसकी परीक्षा करने पर हम पाते हैं कि यह परिभाषा पूर्ण नही है। यह साख्यिकी के उन मुख्य लक्षणो को नही बताती है जिनके कारण साख्यिकी अन्य गणन-विज्ञानो से भिन्न है। केवल साख्यिकी ही गणन विज्ञान नही है।

एक अन्य स्थान पर बाउले कहते हैं कि साख्यिकी माध्यों का विज्ञान है ('Statistics is the science of averages')। यह सच है कि माध्य साख्यिकीय विधियो का एक महत्वपूर्ण भाग है, परन्तु साख्यिकी केवल माध्यो का वर्णन नही है। माध्यो के साथ-साथ साख्यिकी में अन्य महत्वपूर्ण विधियो का उपयोग किया जाता है। इसलिए यह परिभाषा भी अपूर्ण है और साख्यिकी की मूलाधार प्रकृति को नही बताती।

बाउले की दूसरी परिभाषा की भाँति बॉडिंगटन (Boddington) भी अपनी परिभाषा में हमारा ध्यान साख्यिकी की एक अन्य विधि की ओर आकर्षित करता है। उसके अनुसार साख्यिकी 'प्राक्कलनो और सभाविताओ का विज्ञान है' (science of estimates and probabilities)। इसमें कोई सन्देह नही कि साख्यिकी में प्राक्कलनो और सभाविता के गणितीय सिद्धान्त का उपयोग दिन प्रतिदिन बढता जा रहा है, परन्तु हम अन्य विधियो का उपयोग भी करते हैं। इसलिए इस परिभाषा में भी वे दोष विद्यमान हैं जो बाउले की परिभाषा में थे।

अपनी परिभाषा के विषय में डब्लू० आई० किंग (W I King) का कहना है कि उनकी परिभाषा साख्यिकी की सीमाओ को बताती है, अर्थात् वह पर्याप्त रूप से समावेशी है। उनके अनुसार साख्यिकी 'प्राक्कलनो की प्रगणना या सग्रहों के विश्लेषण से प्राप्त परिणाम द्वारा सामूहिक प्राकृतिक या सामाजिक घटनाओ का

विवेचन करने की विधि है'।[1] किंग के अनुसार यह परिभाषा पर्याप्त रूपसे समावेशी है। परन्तु जैसा परिभाषा को पढ़ने से लगता है, यह परिभाषा अनिश्चित रूप से समावेशी है। यह पर्याप्त रूप से अपवर्गी (exclusive) नहीं है और इसलिए इसका ठीक-ठीक निर्वचन नहीं किया जा सकता। सांख्यिकी के अतिरिक्त और भी ऐसे विज्ञान हैं जो प्राक्कलना का विश्लेषण करके सामूहिक,सामाजिक और प्राकृतिक घटनाओं को विवेचन करने की विधियों का अध्ययन करते हैं। फिर, यह परिभाषा सांख्यिकी के एक भाग निर्वचन (interpretation) को अधिक महत्व देती है और सामग्री-संग्रहण एवं उसके विश्लेषण को छोड़ देती है। किंग स्वय इस बात को स्वीकार करते हैं कि ऐसी समस्याएँ हो सकती हैं जिनका अध्ययन सांख्यिकी में किया जाता हो परन्तु वे इस परिभाषा के अन्तर्गत न आ पाती हो। परन्तु अगर हम व्यवहारिक दृष्टिकोण से देखें तो यह परिभाषा पर्याप्त रूप से विस्तृत है।

बाउले ने एक और परिभाषा दी है, जिसके अनुसार सांख्यिकी 'समाज के, उसकी सम्पूर्णता और अभिव्यक्ति में,माप का विज्ञान है'।[2] यह परिभाषा सांख्यिकी को मनुष्य और उसके कार्यों तक सीमित रखती है। इस दृष्टिकोण से यह संकीर्ण है। बाउले स्वय इस मत से सहमत हैं। परन्तु जब हम 'सम्पूर्णता और अभिव्यक्ति' वाले वाक्यांश पर विचार करते हैं तो ऐसा लगता है कि परिभाषा का क्षेत्र बहुत अधिक विस्तृत हो गया है। लगभग सभी विज्ञान मनुष्य से प्रत्यक्ष या परोक्ष रूप से संबंधित होते हैं और इस दृष्टिकोण से यह परिभाषा अत्यन्त व्यापक है।

समंक की परिभाषा

वैब्स्टर (Webster) ने जो परिभाषा दी है वह समंको से संबंधित है। उसके अनुसार "समंक वे वर्गित तथ्य हैं जो एक राज्य में व्यक्तियों की स्थिति से संबंधित हैं . . . . विशेषकर वे तथ्य जो संख्याओं में या संख्या-सारणीयों में या किसी सारणित या वर्गित व्यवस्था में व्यक्त किये जा सकते हैं"। यहाँ यह स्पष्ट है कि इस परिभाषा द्वारा आंकड़ो या समंको की विशेषता पर प्रकाश डाला गया है। परन्तु यह परिभाषा पर्याप्त मात्रा में समावेशी नहीं है। यह समंको के क्षेत्र को केवल राज्य तक ही सीमित करती है। अभी हाल तक सांख्यिकी राजाओं का विज्ञान माना जाता था, और राजा प्रजा के संबंध से अभिरुचि रखता था। इस परिभाषा के आलोचकों

---

[1] "the method of judging collective natural or social phenomena from the results obtained by the analysis of an enumeration or collection of estimates".

[2] 'The science of the measurement of social organism, regarded as a whole, in all its manifestations'.

के अनुसार आज इस विज्ञान का क्षेत्र बहुत विस्तृत हो गया है। यह जीव-विज्ञान या सामाजिक शास्त्र जैसे महत्वपूर्ण विषयो से लेकर ऐसे सूक्ष्म तथ्यो से, जैसे एक कक्षा में कितने विद्यार्थी और कितनी मेजें हैं, सबधित है। यह आवश्यक नही है कि इन तथ्यो को सारिणियो में रक्खा ही जावे जिससे कि वे समक कहला सकें। इस कारण वैब्स्टर की यह परिभाषा समको की विशेषता व्यक्त करने के लिए बिल्कुल अपर्याप्त है परन्तु ध्यान से देखने पर यह निष्कर्ष निकाला जा सकता है कि आलोचको का तर्क उचित नही है। वैब्स्टर की परिभाषा समको के क्षेत्र को सीमित नही करती है, परन्तु उसको बहुत विस्तृत बनाती है। "समक वे वर्णित तथ्य हैं जो एक राज्य में व्यक्तियो की स्थिति से सबधित हैं"। यह प्रत्यक्ष करता है कि समक अपने अन्तर्गत न सब तथ्यो का समावेश करते हैं जिनमें व्यक्तियो का हित हो। सैक्रिस्ट ने समको की अधिक विस्तृत परिभाषा दी है। उनके अनुसार, "आँकडे कई कारणो से प्रभावित तथ्यो के सख्यात्मक विवरण के समूह हैं, जो एक पद्धति के अनुसार पर्याप्त परिशुद्धता से सोद्देश्य सग्रह करके परस्पर सम्बन्ध में रखे गये हैं"।

साख्यिकी के विभाग साख्यिकी का अध्ययन साधारणत दो व्यापक वर्गों के अन्तर्गत किया जाता है। ये दो वर्ग हैं (१) साख्यिकीय विधियाँ (Statistical Methods), और (२) व्यवहारिक साख्यिकी (Applied Statistics)।

(१) साख्यिकीय विधियाँ—इस वर्ग के अन्तगत वे युक्तियाँ (devices) आती हैं जिनका साख्यिकी में उपयोग किया जाता है। आँकडे जमा करने का हमेशा कोई न कोई उद्देश्य होता है। इन्हें अधिक बोधगम्य बनाने या, दूसरे शब्दों में, अधिक उपयोज्य बनाने, के लिए यह आवश्यक है कि इनका ऐसा उपचार किया जाय जिससे ये अधिक महत्वपूर्ण हो सकें, और इनसे ठीक-ठीक निष्कर्ष निकाले जा सकें। अपनी प्रारम्भिक अवस्था म सग्रहीत सामग्री कच्चे माल के समान है। उनका निर्वचन करने से पहले यह आवश्यक है कि वे उपयोगी रूप में रखी जाय। यह काम साख्यिकीय विधियाँ करती हैं। इसलिए, साख्यिकीय विधियाँ वे विधियाँ हैं जिनका उपयोग मात्रिक (quantitative) सामग्री का विश्लेषण और परीक्षण करने में होता है, जिससे सामग्री का निर्वचन आसानी से किया जा सके।

किसी भी साख्यिकीय अनुसधान में पहला स्थान सामग्री-सग्रहण (collection of data) का है। इसके बाद सामग्री का विश्लेषण किया जाता है और इस विश्लेषण के आधार पर उसका निर्वचन किया जाता है और इसी पर पूर्वानुमान (forecast) आधारित होते हैं। इन सब में 'सामग्री-विश्लेषण' साख्यिकी विद् के दृष्टिकोण से सबसे महत्वपूर्ण है और इसमें बहुत सावधानी, धैर्य और वैज्ञानिक ज्ञान की आवश्यकता होती है।

आंकडो के लक्षणो में एक महत्वपूर्ण लक्षण यह है कि वे कई कारणो से एक साथ प्रभावित होते हैं। इसलिए संगृहीत सामग्री बहुधा सुगम नही होती और सरलता से समझ में भी नहीं आती। इस दशा में इसका ठीक-ठीक निर्वचन नही किया जा सकता। विश्लेषण का कार्य-कारण बाहुल्य से उत्पन्न प्रभावो को अलग अलग करना और इन्हें कम करना है। प्राकृतिक विज्ञानो में यह कार्य प्रयोगशालाओ में परीक्षा करके किया जाता है, परन्तु सामाजिक विज्ञानो को इसकी सुविधा नही है। अतएव इनके लिए सांख्यिकीय विश्लेषण बहुत महत्वपूर्ण हो जाता है। चूंकि किसी एक कारण का पूर्णत: एकलन करना संभव नहीं है, इसलिए जो निष्कर्ष निकाले जायें उनका ठीक-ठीक रूप से वास्तविक होना आवश्यक नहो है। ये निष्कर्ष प्राक्कलन (estimates) होते हैं। सांख्यिक का काम इस प्रकार के निष्कर्ष निकालना है। इसके लिए जिन युक्तियो का उपयोग किया जाता है वे अत्यत प्रारंभिक से अत्यन्त कठिन तक होती है। कुछ इतनी सहज होती है कि कोई भी व्यक्ति उन्हें समझ लेगा, परन्तु कुछ इतनी कठिन और जटिल हैं कि केवल उच्च गणित का विद्यार्थी उन्हें समझ सकता है। इन युक्तियो का उद्देश्य और लक्ष्य महत्वपूर्ण प्रतिकारको का एकलन (isolate) करना है। परन्तु विश्लेषण करने से पहले यह आवश्यक है कि सामग्री को सुव्यवस्थित रूप में रखा जाय। इसके लिए सामग्री का वर्गीकरण (classification) और सारणीयन (tabulation) किया जाता है। इसके बाद निर्वचन करने के लिए सामग्री पर आश्रित रहने वाले स्थिरांको (constant) की, जैसे माध्य (averages), प्रतिशतें (percentages), सहसंबंध-गुणांक, आदि, गणना की जाती है। इस प्रकार गणना के प्रक्रिया-नियम (rules of procedure) जिनके द्वारा सामग्री के समूहो का निर्वचन किया जाता है, सांख्यिकीय विधियाँ कहलाते हैं। ये वे युक्तियाँ हैं जिनकी सहायता से कई कारणो से प्रभावित सामग्री का संग्रहण और विश्लेषण किया जाता है, जिससे वह सरलता से बोध्य हो जाती है।

सांख्यिकी में जिन विविध विधियो का उपयोग होता है, वे निम्नलिखित हैं

(१) संग्रहण (collection)
(२) वर्गीकरण (classification)
(३) सारणीयन (tabulation)
(४) माध्य आदि द्वारा तुलना करना (comparison by averages etc)
(५) सहसंबंध (correlation)
(६) निर्वचन और पूर्वानुमान (Interpretation & forecasting)

इन विधियों का वैज्ञानिक प्रतिपादन करना सांख्यिकी के अन्तर्गत आता है।

(२) व्यवहारिक सांख्यिकी (Applied Statistics)—व्यवहारिक सांख्यिकी के अन्तर्गत वास्तविक समस्याओं को हल करने के लिए उनका सांख्यिकीय प्रतिपादन करना आता है। इसमें हम मुख्यतः सांख्यिकीय विधियों या सामग्री का निर्वचन करने वाले सामान्य नियमों को व्यवहार में लाते हैं। किसी व्यवहारिक समस्या से सबंधित सामग्री का किस प्रकार संग्रह, विश्लेषण और निर्वचन किया गया, यह व्यवहारिक सांख्यिकी का विषय-क्षेत्र है।

व्यवहारिक सांख्यिकी का समुचित ज्ञान प्राप्त करने के लिए यह आवश्यक है कि हम वर्णनात्मक और आगमिक या वैज्ञानिक विधियों में भेद करें। वर्णनात्मक विधियों में हम घटनाओं के संख्यात्मक विवरण पर विचार करते हैं और इनके द्वारा संख्याओं के समूह को बोध्य और सुगम बनाने का प्रयत्न करते हैं। इस विधि के क्षेत्र में आगमिक साधारणीकरण (inductive generalization) नहीं आता। निर्वचन या पूर्वानुमान के द्वारा निष्कर्ष निकालना इस विधि के अन्तर्गत नहीं आता। यह आगमन का क्षेत्र है। 'आगमिक सांख्यिकी' (inductive statistics) की मुख्य विशेषता यह है कि इसके द्वारा हम निष्कर्ष निकाल सकते हैं और अपने को दी हुई सामग्री तक ही सीमित नहीं रखते बल्कि उससे आगे भी जा सकते हैं। निष्कर्ष निकालने के लिए केवल इतना ही आवश्यक नहीं है कि सांख्यिक उपलब्ध सामग्री पर ध्यान दे, बल्कि यह और भी अधिक आवश्यक है कि वह उन विविध प्रतिकारकों पर विचार कर सके जिनके कारण सामग्री उत्पन्न हो सकती है।

क्षेत्र और परिसीमाएँ (Scope and Limitations)—अब तक सांख्यिकी की परिभाषा, प्रयोग और विभागों के बारे में जो कहा जा चुका है, उससे सांख्यिकी की व्यापकता में कोई सन्देह नहीं रह जाता। आधुनिक काल में सांख्यिकी का क्षेत्र इतना विस्तृत हो गया है कि प्रत्येक अनुसंधान में जहाँ मात्रिक अध्ययन किया जाता है, सांख्यिकी का उपयोग होता है। परन्तु इसका कदापि यह अर्थ नहीं है कि सांख्यिकी का उपयोग आँख मूद कर किया जाय। वास्तव में सांख्यिकी की परिसीमाएँ हैं और इसका उपयोग इन्हें ध्यान में रखकर किया जाना चाहिए अन्यथा जो निष्कर्ष निकाले जाएँगे वे भ्रामक होंगे। परन्तु इन सीमाओं के भीतर सांख्यिकीय विधियों का उपयोग किसी भी क्षेत्र में सफलतापूर्वक किया जा सकता है। सांख्यिकीय विधियों का प्रयोग करने समय जिन परिसीमाओं का ध्यान रखा जाना चाहिए वे निम्न-लिखित हैं

(१) सांख्यिकीय विधियों का उपयोग केवल उन्हीं स्थानों में किया जा सकता है जहाँ तथ्यों को संख्यात्मक रूप में व्यक्त किया जा सके। जैसा बताया जा चुका है,

सांख्यिकीय विधियाँ केवल आँकड़ों के लिए उपयुक्त हैं इसलिए ऐसे तथ्यों के लिए जो मात्रिक रूप में नहीं लाए जा सकते सांख्यिकीय विधियाँ अप्रयोज्य हैं। अगर हम इनका सांख्यिकीय प्रतिपादन करना चाहते हैं तो हमें पहले ऐसी परिभाषाएँ और निकष बनाने पड़ेंगे जिनके आधार पर ये तथ्य मात्रिक रूप में रखे जा सकें। उदाहरणार्थ, हम दो देशों में हुए आर्थिक विकास की तुलना तब तक नहीं कर सकते जब तक हम 'विकास' की ऐसी परिभाषा और निकष नहीं दे देते जो आँकड़ा के रूप में व्यक्त की जा सके। जैसे हम विकास की स्थिति का उद्योगों, अस्पतालों, शिक्षण-संस्थाओं आदि की संख्याओं के आधार पर जान सकते हैं। इसी प्रकार 'समृद्धि', 'बुद्धि', 'सच्चाई' आदि का सांख्यिकीय अध्ययन तब तक संभव नहीं है जब तक कोई ऐसा निकष (criterion) नहीं बना लिया जाता जो संख्यात्मक रूप से व्यक्त किया जा सके।

(२) सांख्यिकी की दूसरी परिसीमा यह है कि यह व्यक्तियों (individuals) का अध्ययन नहीं करती। *सांख्यिकीय विधियाँ केवल तभी लागू की जा सकती हैं जब हमें समूह पर विचार करना है।* अद्वितीय घटनाओं या व्यक्तियों पर विचार करना सांख्यिकी की विषय-वस्तु नहीं है। इसीलिए हमने आँकड़ों के लक्षणों में एक लक्षण यह बताया है कि वे हमेशा समूह के बारे में होते हैं व्यक्ति के बारे में नहीं। इस परिसीमा का कारण सांख्यिकीय नियमों की प्रकृति है। इस पर हम यहाँ विस्तारपूर्वक विचार नहीं करेंगे क्योंकि यह एक कठिन विषय है। यहाँ केवल इतना ही कहना पर्याप्त होगा कि वे नियम संभाविता के सिद्धान्त (Theory of Probability) पर आधारित हैं और संभाविता का सिद्धान्त तभी लागू होता है जब हम घटनाओं की बृहत्संख्या (large numbers) पर विचार करते हैं।

(३) सांख्यिकीय नियमों के संभाविता पर आश्रित रहने के कारण एक अन्य परिसीमा उत्पन्न होती है। वह यह कि सांख्यिकीय नियम माध्यत (on an average) और दीर्घ काल में सच होते हैं। इस बात का एक उदाहरण देकर समझाया जा सकता है। अगर एक सिक्का उछाला जाय तो वह या तो चित (head) गिरेगा या पट (tail)। संभाविता का सिद्धान्त कहता है कि चित या पट गिरने की संभाविता $\frac{1}{2}$ है। परन्तु यह केवल तभी सच है जब सिक्का बृहत्संख्या में उछाला जाय। अगर वह केवल दो बार उछाला जाय तो हो सकता है कि वह दोनों बार चित गिरे या दोनों बार पट। पर जैसे-जैसे हम उछालने की संख्या बढ़ाते जाते हैं वैसे-वैसे चित और पट की संख्या कुल संख्या को आधी के अधिकाधिक निकट होती जाती है। यदि हम सिक्का दस हजार बार उछालें तो चित और पट की संख्या ५ हजार के बहुत आस-पास होगी।

इन परिसीमाओं के साथ-साथ हमें कुछ अन्य बातों का भी ध्यान रखना पडता है। अगर इनका ध्यान न रखा जाय तो गलत निष्कर्ष निकलेंगे। (१) सांख्यिकीय सामग्री एक सम (uniform) होनी चाहिए और उसके मुख्य लक्षण पूरे अध्ययन-काल में स्थायी होने चाहिएँ। उदाहरणार्थ, अगर हमें दो उद्योगों में मजदूरियों की तुलना करनी है, तो दोनों उद्योगों में एक ही प्रकार के मजदूरों की मजदूरियों की तुलना करनी चाहिए। यह नहीं कि हम एक उद्योग में काम करने वाले पुरुषों की मजदूरी की तुलना दूसरे उद्योग के स्त्री-मजदूरों या बाल-मजदूरों की मजदूरी से करने लगें। ऐसा करने में यदि दोनों उद्योगों में कोई अन्तर नहीं भी हुआ तो भी हमें अन्तर दीखेगा। किसी भी सांख्यिकीय अनुसंधान में सामग्री का एकसम और तुलनीय होना आवश्यक है। (२) दूसरी बात पहले कही गयी बातों से निकलती है। वह यह है कि आंकडों का प्रयोग किसी विशेषज्ञ को ही करना चाहिए। उसे सांख्यिकीय विधियों का पूरा ज्ञान होना चाहिए, और वह जिस विषय से सम्बंधित आँकड़ों पर विचार कर रहा है उसका भी अच्छा ज्ञान होना चाहिए। अन्यथा इस बात की बहुत संभावना रहेगी कि निष्कर्ष गलत या निरर्थक हों।

परन्तु इन परिसीमाओं के कारण सांख्यिकी का महत्व कम नहीं हो जाता है। इससे तो केवल यह निष्कर्ष निकाला जा सकता है कि सभी दशाओं में सांख्यिकी का प्रयोग करना उपयुक्त नहीं है और यह बात लगभग सभी विज्ञानों पर लागू होती है। प्रत्येक नियम के साथ कुछ शर्तें जुड़ी होती हैं और ये शर्तें ही उसकी परिसीमाएं हैं। सांख्यिकीय नियमों के व्यवहारिक उपयोग के साथ भी कुछ शर्तें जुड़ी रहती हैं जिनके पूरा होने पर नियम के द्वारा निकाले गए निष्कर्ष सच होते हैं अन्यथा उनमें गलती हो सकती है। आँकडों की एकसमता भी एक शर्त है जो केवल सांख्यिकी में ही नहीं बल्कि सभी विज्ञानों में पूरी होनी चाहिए। वास्तव में समूह का अध्ययन तभी संभव हो सकता है जब वह एकसम हो अन्यथा वह समूह ही नहीं रह जाता।

आँकड़ों पर अविश्वास (Distrust of statistics)—सर्वसाधारण आँकडों को अविश्वसनीय समझता है। ब्रिटेन के एक प्रधान मंत्री ने यहाँ तक कहा है कि 'झूठ की तीन कोटियां (degrees) होती हैं—झूठ, सफेद झूठ और आँकडे'। इस प्रकार के कथन आंकडों की उपयोगिता और उनके महत्व को अत्यधिक हानि पहुँचाते हैं और सांख्यिकी के उद्देश्य और गंभीरता को मिथ्या बताते हैं।

इसका कारण यह है कि आंकडे सन्देह की दृष्टि से देखे जाते हैं। सन्देह का एक कारण यह है कि साधारण लोगों को संख्याएँ सुबोध नहीं होतीं और वे उनसे डरे से रहते हैं। अगर आँकडों के द्वारा कोई बात सिद्ध की जाय तो वे अपने को ठगा सा समझते हैं। परन्तु इसके अतिरिक्त अविश्वास का एक अन्य महत्वपूर्ण कारण

है जो लोगो की भावना पर आधारित नही है बल्कि आँकडो से निकाले गए निष्कर्षों और साधारणीकरणो के गलत सिद्ध होने के कारण उत्पन्न होता है। यह देखा जाता है कि सामग्री के पर्याप्त सावधानी से किए गए विश्लेषण और परीक्षण के बाद जो निष्कर्ष निकाले जाते हैं, वे तक वास्तविक जगत मे अधार्य (untenable) होते हैं और सही नहीं उतरते। अगर सावधानी न बरती जाय तो गलत निष्कर्षों के निकाले जाने की सभावना कही अधिक हो जाती है। निम्नलिखित उदाहरण पर विचार कीजिए। अमरीकी नौसेना में मृत्यु-दर ६ प्रति सहस्र है और न्यूयार्क मे मृत्यु दर ३० प्रति सहस्र है। ये दोनो तथ्य हैं। परन्तु इनसे अगर हम यह निष्कर्ष निकालें कि चूँकि न्यूयार्क की मृत्यु दर नौ सेना की मृत्यु दर की पाँच गुनी है, इसलिए नौसेना मे जीवन-प्रत्याशा (expectation of life) न्यूयार्क से अधिक होगी, तो यह निष्कर्ष सन्देहजनक होगा। कोई भी सामान्य बुद्धि वाला व्यक्ति यह सोचेगा कि गुणा-भाग तो ठीक है, परन्तु कही न कही कुछ गडबड अवश्य है। इस गलत निष्कर्ष निकलने का कारण यह है कि हमने तो समान स्थितियो में तुलना नही की है। नौसेना मे रहन-सहन की व्यवस्था न्यूयार्क से कहीं अधिक स्वास्थ्यजनक है। फिर, नौसेना मे केवल स्वस्थ युवक चुने जाते हैं, जब कि न्यूयार्क मे सभी प्रकार के लोग रहते हैं। माध्यों और प्रतिशतो का उपयोग करने मे भी इस प्रकार के भ्रान्तिकारी निष्कर्ष निकल सकते हैं। दो फर्मो के तीन साल के औसत लाभ बराबर होने से यह निष्कर्ष नही निकाला जा सकता कि दोनो की दशा एक सी है। हो सकता है कि एक समृद्ध हो रही हो और दूसरी में घाटा हो रहा हो। ऐसी दशा मे माध्यो से हमे सही स्थिति का ज्ञान नही होता। यही बात प्रतिशतो पर भी लागू होती है। विद्यार्थियो के दो समूहो की परीक्षा की गई। एक में केवल दो विद्यार्थी थे और दूसरे मे १०० । अब यदि पहले में दोनो उत्तीर्ण हो तो परिणाम १००% होगा और यदि दूसरे में ९९ उत्तीर्ण हो तो परिणाम ९९% होगा। इन दो प्रतिशतो से यह निष्कर्ष निकालना कि पहला समूह दूसरे से अच्छा है, भ्रामक होगा। हो सकता है कि दूसरे समूह के विद्यार्थी पहले से कही अधिक अच्छे हो। परन्तु इसका अर्थ यह नही है कि हम आँकडो के आधार पर निष्कर्ष हो न निकाले। 'आँकडे उस मिट्टी के समान हैं जिससे भगवान और शैतान दोनो की मूर्ति बनाई जा सकती हैं'। यह मूर्तिकार पर निर्भर करता है कि वह क्या बनाता है।

इसका यह अर्थ नही है कि हम आँकडो को निष्प्रयोज्य ठहरा दें और यह निष्कर्ष निकालें कि 'आँकडो से कुछ भी सिद्ध किया जा सकता है'। सही उपाय यह है कि हम आँकडो का समुचित उपयोग करें। यह याद रखना चाहिए कि 'आँकडे झूठे नही होते परन्तु झूठे आँकडे बनाए जा सकते हैं'। साधारणत. यह होता है कि लोग अपनी

पूर्व धारणाओं से प्रभावित होकर अपवहित (rash) निष्कर्ष निकालते हैं। अगर आंकडों का उचित उपयोग किया जाय तो उपयुक्त निष्कर्ष निकलते हैं परन्तु यदि अल्पज्ञ उनका गलत उपयोग करते हैं तो भ्रान्तिकारी निष्कर्ष निकलेंगे ही, और यह आंकडों का दोष नही है। सांख्यिकीय विश्लेषण एक सूक्ष्म कार्य-प्रणाली है जिसे हम मात्रिक जानकारी पर लागू करते हैं और विश्लेषण के परिणाम अधिकांशत: इस कच्चे माल पर निर्भर करते हैं। सांख्यिक रसविद् (alchemist) नहीं है। उससे इसकी प्रत्याशा करना बेकार है कि वह किसी भी कुप्य धातु (base metal) से सोना बना देगा'। परन्तु यह सच है कि आंकडों की सहायता से कोई भी अन्वेषक सत्य की दिशा में काफी आगे बढ सकता है, बशर्ते उसे अपना मतलब न सिद्ध करना हो। मार्शल ने सत्य कहा है कि "आंकडे वे कच्चे माल हैं जिनसे अन्य अर्थशास्त्रियों के समान मैं निर्बाह करता हूँ। वास्तव में 'आंकडे गीली मिट्टी के समान है जिनसे आप चाहे एक राक्षस का रूप या एक भगवान का रूप बना सकते हैं"। जो व्यक्ति सांख्यिकी का उचित प्रयाग करते हैं वे मानो उससे भगवान का ही रूप बनाते हैं।

सामान्यन मे त्रुटि के स्रोत (sources of errors in generalization)—सांख्यिकीय विश्लेषण द्वारा निकाले गए निष्कर्षों में त्रुटि (error) होने के निम्नलिखित स्रोत हैं

(१) अतुलनात्मक सामग्री (Non-comparable data)—एक सामान्य गलती यह की जाती है कि लोग ऐसी सामग्री से जो सर्वथा सजातीय (homogeneous) न हो, या जिनका समान महत्व न हो, या जो एक दूसरे से सारत भिन्न हो, निष्कर्ष निकालते हैं। दो विश्वविद्यालयों, क और ख के विद्यार्थियों की सांख्यिकी की परीक्षा ली गई और यह पाया गया कि क के परिणाम ख से अच्छे थे। बाद में पता चला कि क के जो विद्यार्थी परीक्षा में बैठे थे वे सांख्यिकी में एम् ए पास कर चुके थे, परन्तु ख के विद्यार्थियों ने बी ए भी पास नहीं किया था। स्पष्टत ऐसी तुलना अनुचित है और इससे निकाला गया निष्कर्ष भ्रामक है। बर्टिल्लिअन (Bertillion) ने कहा है कि 'प्रभावों की तुलना सदैव उन्हें उत्पन्न करने वाले कार्यों से की जानी चाहिए'।

(२) माध्यों और प्रतिशतों का उपयोग (Use of averages and percentages)—एक दूसरी प्रचलित त्रुटि का कारण माध्यों और प्रतिशतों का उपयोग है। यदि किसी सेमिनार के १० विद्यार्थियों में एक का मासिक व्यय २०० रु० हो, और शेष का १०० रु० हो, तो इससे यह निष्कर्ष निकालना गलत होगा कि चूँकि औसत व्यय ११० रु० है इसलिए प्रत्येक ११० रु० खर्च करता है। इसी प्रकार

अगर यह कहा जाय कि भारत में १०% लोग एक कम्पनी के जूतो का उपयोग करते हैं तो इससे यह निष्कर्ष नही निकालना चाहिए कि ३६ करोड लोगो में ३६ लाख लोग इस कम्पनी के जूते पहिनते हैं क्योकि ३६ करोड में से कुछ लोग नगे पाँव चलते होगे और कुछ जूतो के स्थान पर चप्पल आदि पहनते होगे।

(३) सुतथ्यता का अभाव (Lack of Preciseness)—इसके कारण भी गलत सामान्यन हो सकते हैं। जैसे 'एक शहर में एक साधारण व्यक्ति प्रतिदिन पाँच सिगरेट पीता है। शहर में १० हजार व्यक्ति रहते हैं, इसलिए कुल ५० हजार सिगरेटें प्रतिदिन पी जायेंगी'। यह सुतथ्यता के अभाव का उदाहरण है। प्रश्न यह है कि कौन व्यक्ति साधारण है, और क्या शहर के सब निवासी सिगरेट पीते हैं। हो सकता है कि सब लोग सिगरेट न पीते हों। सामान्यन करने से पहले इन प्रश्नो का ठीक ठीक उत्तर देना आवश्यक है, अन्यथा सामान्यन गलत होगा।

(४) अपृथक्करण (Non-sequester)—सामान्यन करने से पहले यह अत्यावश्यक है कि विविध प्रतिकारको के प्रभावो का एकलन (isolation) कर लिया जाय। पृथक्करण न करने से बहुधा गलती हो जाती है। मान लीजिए हम एक सुधरे हुए बीज के कारण उपज में वृद्धि देखना चाहते हैं और प्रयोग करने के लिए उसे एक खेत में बोते हैं। अब अगर हम पाते हैं कि उपज मे वृद्धि हुई है तो एक दम यह निष्कर्ष निकालना कि यह सुधरे हुए बीज का प्रभाव है, गलत हो सकता है। क्योकि हो सकता है कि यह भूमि अधिक उपजाऊ हो और अगर साधारण बीज बोया जाता तब भी उपज अधिक होती। या चूँकि प्रयोग किया जा रहा था, इसलिए सिंचाई और खाद आदि की अधिक परवाह की गई। जब तक इन कारणो से हुई वृद्धि को पृथक नही कर लिया जाय, तब तक उपर्युक्त निष्कर्ष भ्रामक हो सकता है।

(५) साहचर्य को कार्य-कारण संबंध समझना (Mistaking Association for correlation)—किसी शहर मे यह देखा गया कि विद्यार्थी सिनेमा अधिक देखते हैं। इससे यह निष्कर्ष निकालना कि चूंकि वे विद्यार्थी हैं इसलिए वे सिनेमा देखते हैं, या इसका विलोम, गलत सामान्यन होगा। इनमे कोई कारण सबध नही है, केवल साहचर्य है। इस प्रकार साहचर्य और कार्य-कारण सबध में भेद न कर सकने के कारण भी भ्रामक सामान्यन किए जा सकते हैं।

(६) अप्रतिनिधि सामग्री (Non-representative Data)—एक समाचार पत्र आगामी चुनाव के परिणाम का पूर्वानुमान करने के लिए मत सग्रह करता है और इन मतो के आधारपर निष्कर्ष निकालता है कि एक उम्मीदवार अपने विरोधी से दस गुना अधिक मत पाएगा। निर्वाचन होने पर पाया गया कि विरोधी १०%

मतो से जीता। पत्र का निष्कर्ष गलत था क्योकि कारण ढूँढने पर जाना गया कि यह पत्र पहले उम्मीदवार के समर्थको में ही पढा जाता था। अन्य लोग इसे बहुत कम पढते थे। निष्कर्ष के गलत सिद्ध होने का कारण अप्रतिनिधि सामग्री थी।

(७) अभिनति (Bias)—अनुसधानकर्ता की अभिनति के कारण भी गलत सामान्यन हो जाते हैं। अगर वह पहले से ही किन्ही कारणो से कुछ धारणा बना लेता है, तो वह जाने अनजाने सामग्री से ऐसा निष्कर्ष निकालेगा जो उसकी धारणा की पुष्टि करते हो। अगर किसी परीक्षक की धारणा यह है कि बी० ए० के विद्यार्थी बी० एस्० सी० के विद्यार्थियो की अपेक्षा कम मेहनती होते हैं, तो उसके परिणामो का झुकाव बी०-एस्० सी० के विद्यार्थियो के पक्ष में होगा।

(८) कुतर्क (Bad logic)—गलत तर्क करने के कारण भी सामान्यन त्रुटिपूर्ण हो सकते हैं। जैसे यह कहना कि चूँकि शराब पीने वालो में ९९% व्यक्तियो की मृत्यु १०० साल से पहले हो जाती है, इसलिए शराब पीना दीर्घ जीवन के लिए बुरा है, एक तर्क-विरुद्ध निष्कर्ष है, क्योकि हमें यह नही मालूम है कि शराब न पीने वालो में कितने प्रतिशत व्यक्ति १०० साल तक जीते हैं। हो सकता है कि इन पीने वालो में भी ९९% व्यक्तियो की मृत्यु १०० साल से पहले ही हो जाती हो।

(९) वर्गीकरण में उपवर्गों पर विचार न करना (Overlooking of sub classes in classification)—अगर यह कहा जाय कि देश के समस्त उत्पादन में १५% की वृद्धि हुई है, तो इससे यह निष्कर्ष निकालना कि अब लोगो को पहले से अधिक सुविधा मिल रही है गलत होगा। समस्त उत्पादन के अन्तर्गत विभिन्न उत्पादन क्षेत्रो में हुए परिवर्तन पर विचार किया जाता है और ये उत्पादन समस्त उत्पादन के उपवर्ग हैं। हो सकता है कि कुछ क्षेत्रो में कम वृद्धि हुई हो और अर्थ-व्यवस्था के असतुलित होने के कारण लोगो को अधिक कठिनाई का सामना करना पड रहा हो। अतएव समस्त के आधार पर निष्कर्ष निकालने से पहले उपवर्गों पर अवश्य विचार किया जाना चाहिए।

सांख्यिकी के प्रत्येक सावधान विद्यार्थी को इस प्रकार के भ्रान्तिकारी निष्कर्ष निकालने से बचना चाहिए। केवल वे ही निष्कर्ष निकाले जाने चाहिएँ जो सामग्री पर आधारित हो। ऐसा कोई भी निष्कर्ष जिसके लिए दी हुई सामग्री से अधिक जानकारी की आवश्यकता हो, हमेशा भ्रान्तिकारी होगा। सामग्री का निर्वचन करना और उस से निष्कर्ष निकालना एक अत्यधिक कठिन काम है और इसमें जितनी भी सावधानी बरती जाय, वह कम है। यह केवल विशेषज्ञ का काम है। यह ठीक है कि 'अगर सांख्यिकीय विधियो का उपयोग अल्पज्ञ करता है तो ये सबसे भयकर

उपकरण हो जाते हैं। सांख्यिकी उन विज्ञानों में है जिसमें प्रवीण व्यक्तियों को कलाकार का सा आत्मसंयम रखना पड़ता है।

QUESTIONS

1 Reconcile the following statements —

(a) Statistics can prove anything

(b) Statistics prove nothing (B Com, *Allahabad*)

2 "Statistics is the science of counting" Give the important uses and limitations of Statistics (B Com, *Madras*)

3 "Statistical methods are the most dangerous tools in the hands of the inexpert Statistics is one of those sciences whose adapts must exercise the self restraint of an artist"

Explain clearly the significance of the above statement (M Com, *Agra*)

अध्याय ३

सांख्यिकीय अनुसंधान
(Statistical Enquiries)

पिछले अध्याय में बताया जा चुका है कि सांख्यिकीय विधियों में सामग्री संग्रहण क्रमानुसार सबसे पहले आता है। अगर सामग्री न हो तो न हम विश्लेषण कर सकते हैं और न निष्कर्ष ही निकाल सकते हैं। इसलिए 'संग्रहण' पहला पग है। यह एक महत्वपूर्ण विषय है क्योंकि संपूर्ण परिणाम संग्रहीत सामग्री के गुणों पर आश्रित रहेगा और इसलिए हम जितनी भी सावधानी से सामग्री-संग्रह करें, वह कम ही है। अनुसंधान की सफलता की दृष्टि से यह सदैव लाभकारी है कि सामग्री संग्रह करने से पहले हम सावधानीपूर्वक आयोजन कर लें। एक उचित रीति से सोची-विचारी गई योजना में निम्नलिखित बातों पर ध्यान दिया जाना चाहिए

(क) समस्या के क्षेत्र की परिभाषा (defining the scope of the problem)।

(ख) अनुसंधान-विधि (method of enquiry)।

(ग) अन्य बातें (other details), जैसे

(१) सांख्यिकीय इकाइयों की परिभाषा (Definition of statistical units)

(२) अभीष्ट यथार्थता-परिमाण (Degree of accuracy desired) अर्थात् अनुमोदित त्रुटि का परिमाण (the magnitude of error permissible)।

(क) समस्या का क्षेत्र

सामान्यतः अनुसंधान के उद्देश्य और प्रयोजन उसका क्षेत्र निर्धारित करते हैं। अनुसंधान का प्रयोजन (purpose) और उसका क्षेत्र निश्चित करना बहुत आवश्यक है क्योंकि इसी पर आवश्यक सांख्यिकीय सामग्री का संग्रह निर्भर करता है। यदि अनुसंधान का उद्देश्य ठीक ठीक असंदिग्ध रूप से पहले ही नहीं बता दिया गया हो तो बाद में गड़बड़ी और कठिनाइयाँ पैदा हो सकती हैं और हो सकता है कि ऐसी सामग्री का संग्रह कर दिया जाय जो अनुसंधान के प्रयोजन को देखते हुए सुसंगत न हो। इसलिए यह आवश्यक है कि समस्या के सब पक्षों की सावधानी से जाँच कर

ली जाय, जिससे फिर दूसरा अनुसंधान करने की आवश्यकता न पड़े और त्रुटि की संभावनाएँ न्यूनतम रहें।

(ख) अनुसंधान-विधि

सामग्री-संग्रह की कई विधियाँ हैं जिनका प्रयोग किया जा सकता है। किसी विधि-विशेष का औचित्य अनुसंधान के उद्देश्य और प्रयोजन पर आश्रित रहता है। सब विधियाँ सब अनुसंधानों के लिए उपयुक्त नहीं हैं। इन विविध विधियों को दो सामान्य वर्गों में बाँट सकते हैं, प्राथमिक और द्वितीयक (Primary and Secondary)।

प्राथमिक और द्वितीयक विधियाँ—यदि सांख्यिकीय प्रतिपादन, निर्वचन, और प्रकाशन के लिए सामग्री का पहली बार संग्रह किया जाता है, तो इसे प्राथमिक सामग्री कहते हैं। जिस विधि से प्राथमिक सामग्री का संग्रह किया जाता है उसे प्राथमिक विधि कहते हैं। जब ऐसी सामग्री का किसी दूसरे प्रयोजन से या उसी प्रयोजन से किसी दूसरे अनुसंधान में उपयोग किया जाता है तो उसे द्वितीयक सामग्री कहते हैं और जिस विधि से इसका संग्रह किया जाता है उसे द्वितीयक विधि कहते हैं। एक उदाहरण से इनका अन्तर स्पष्ट हो जायगा। मान लीजिए हमें एक गाँव में ऋणिता (indebtedness) का विस्तार जानना है। अनुसंधान-पर्यन्त जिस सामग्री का संग्रह किया जाता है उसे प्राथमिक सामग्री कहते हैं और जिस विधि से इसका संग्रह किया जाता है उसे प्राथमिक विधि कहते हैं। यदि इसी सामग्री का उपयोग इस प्रकार के किसी अनुवर्ती अनुसंधान में या अन्य प्रकार के अनुसंधान में किया जाता है तो इसे द्वितीयक सामग्री कहते हैं और जिस विधि से अब इसका संग्रह किया जाता है, उसे द्वितीयक विधि कहते हैं। द्वितीयक सामग्री का उपयोग उन स्थितियों में किया जाता है जब या तो प्राथमिक सामग्री उपलब्ध न हो, या जब सामग्री के पर्याप्त और प्रामाणिक विवरण उपलब्ध हों और इसलिए संग्रह करने में समय और साधनों का उपयोग करना व्यर्थ हो। द्वितीयक सामग्री का उपयोग करने में बहुत सावधानी बरतनी चाहिए क्योंकि प्रायः इस विधि से निकाले गए परिणाम विश्वसनीय नहीं होते। द्वितीयक विधि का उपयोग करने में यह सदैव निश्चित कर लेना चाहिए कि सामग्री का संग्रह पहले किस उद्देश्य के लिए और किस विधि से किया गया था। द्वितीयक सामग्री का उपयोग करने पर अनुसंधान का उत्तरदायित्व बढ़ जाता है। उसे उपलब्ध सामग्री की सावधानी से परीक्षा करनी पड़ती है, जिससे वह जान सके कि क्या उपलब्ध सामग्री अपने वर्तमान रूप में उपयोज्य है या नहीं; और अगर नहीं है तो कितनी अतिरिक्त जानकारी और गणना करने पर वह उपयोज्य हो जाएगी।

उपर्युक्त दो सामान्य विभाजनो के साथ साथ अनुसधान विधियो के उप विभाजन किए जा सकते हैं। ये उप-विभाग उपर्युक्त विभागो के अन्तर्गत आते हैं। नीचे इसका संक्षिप्त वर्णन किया जाता है।

(क) **सगणना-अनुसधान और प्रतिदर्श-अनुसधान** (Census Enquiry & Sample Enquiry)—*यदि सामग्री सग्रह पूरे अनुसधान क्षेत्र मे किया जाता है तो* इसे सगणना अनुसधान कहते हैं परन्तु यदि अनुसधान-क्षेत्र के छोटे भागो में सबधित सामग्री का सग्रह किया जाता है तो प्रतिदर्श-अनुसधान कहते हैं। इनमें से कौन सी विधि चुनी जाएगी यह इस बात पर आश्रित है कि किस प्रकार की सामग्री का सग्रह करना है और अनुसधान के लिए कितने साधन उपलब्ध हैं। अगर पूरे क्षेत्र के प्रत्येक सदस्य के सबध में जानकारी प्राप्त करनी है तो सगणना-अनुसधान किया जाता है। परन्तु साधनो का अभाव होने के कारण हमेशा सगणना अनुसधान करना सभव नहीं होता। ऐसी स्थिति में प्रतिदर्श (samples) ले लिये जाते हैं और यह मान लिया जाता है कि ये पूरे क्षेत्र का प्रतिनिधित्व करते हैं।

प्रतिदर्श-अनुसधान में अनुसधाता को बहुत सावधानी से काम करना पडता है और पक्षपात से विशेष रूप से अपने को बचाना पडता है। सामान्यत एक उचित प्रतिदर्श प्राप्त करने के लिए अनुसधान क्षेत्र के सदस्यो में से मध्यमत बडी (moderately large) संख्या में पद यदृच्छ (at random) चुन लिए जाते हैं। यदृच्छ चुने गए प्रतिदर्शों की मुख्य विशेषता यह है कि प्रत्येक सदस्य के चुने जाने की सभावना समान होती है। इस उद्देश्य को प्राप्त करने के लिए सर्वप्रथम सब सदस्य किसी निश्चित क्रम में रख दिए जाते हैं जैसे काल-क्रम (chronological order) में, भौगोलिक-क्रम, वर्ण-क्रम (alphabetical order) आदि में। ये क्रम पक्षपात रहित होने चाहिएँ। इसके बाद उपयुक्त संख्या में पदो (items) को चुन लिया जाता है। उदाहरणार्थ मान लीजिए हमें किसी राज्य के गाँवो की आर्थिक दशा के सबध मे अनुसधान करना है। इस राज्य में ३० हजार गाँव हैं। यह सभव नहीं है कि इन सब गाँवो का अध्ययन किया जाय। इसलिये यह निश्चय किया जा सकता है कि उद्देश्य की पूर्ति के लिए ३०० गाँवो का अध्ययन करना पर्याप्त होगा। इन ३०० गावो को चुनने के लिए हम इन को भौगोलिक या वर्ण क्रम मे व्यवस्थित करते हैं और प्रत्येक सौवें गाँव का अध्ययन के लिए चुन लेते हैं।

कभी-कभी यह होता है कि समूह काफी बडा होता है और उसमें ऐसी विशेषताएँ होती हैं जिनका प्रतिदर्श में प्रतिनिधित्व होना चाहिए। अगर ये विशेषताएँ वर्गीकृत की जा सकती हैं तो **स्तरित प्रतिदर्श** (Stratified Sample) का उपयोग किया जाता है। स्तरित प्रतिदर्श लेने के लिए पहले समूह को वर्गों में विभाजित कर

दिया जाता है और फिर प्रत्येक वर्ग में से कुछ सदस्यों को यदृच्छ चुन लिया जाता है। इन वर्गों को स्तर (strata) कहते हैं। स्तरित प्रतिदर्श-विधि का उपयोग तब किया जाता है जब समूह विषमांगों (heterogeneous elements) से मिलकर बना होता है और यह आवश्यक होता है कि इन अंगों का प्रतिनिधित्व प्रतिदर्श में उसी अनुपात में किया जाय जिसमें वे पूरे समूह में हैं। इससे प्रतिदर्श में प्रतिनिधित्व सुनिश्चित हो जाता है और वह अधिक विश्वसनीय हो जाता है।

यहाँ यह पूछा जा सकता है कि क्या प्रतिदर्श-विधि से निकाले गए परिणाम उतने ही विश्वसनीय होंगे जितने सगणना-विधि से जाने गए परिणाम। यह देखा गया है कि इन दोनों में अधिक अन्तर नहीं होता। इसकी व्याख्या सभाविता-सिद्धान्त की सहायता से की जा सकती है। परन्तु इसे हम इस तरह भी समझ सकते हैं कि यदि सब सदस्यों (उपर्युक्त उदाहरण में ३० हजार गांवों) का अध्ययन किया जाय तब ऐसी त्रुटियों के होने की सभावना रहेगी जो जुड़ती चली जाती है। चूँकि सदस्यों की संख्या बहुत अधिक है इसलिए सावधानी कम हो जायगी और पक्षपात की सभावना और अनुसधानाओं के अन्तर के कारण उत्पन्न त्रुटियाँ बढ़ आएँगी। अगर इन सब पर नियत्रण रखा जाय तो अनुसधान में इतना अधिक व्यय होगा और इतना अधिक समय लगेगा कि तात्कालिक उद्देश्य की पूर्ति के लिए वह व्यर्थ हो जायगा।

यह तो हुआ यादृच्छिक प्रतिदर्श चुनने का वर्णन। कभी-कभी यह विधि साध्य या व्यवहार्य नहीं होती। ऐसी स्थिति में सदस्यों का सविचार (deliberate) या सोद्देश्य (purposive) प्रवरण (selection) किया जाता है। इस विधि में अनुसधाता ऐसे सदस्यों का जानबूझ कर और सप्रयोजन प्रवरण करता है जिन्हें वह संपूर्ण की वास्तविक दशाओं का प्रतिनिधि समझता है। यह विधि सब जगह काम में नहीं लाई जा सकती क्योंकि कोई भी अनुसधाता पक्षपात-रहित नहीं होता। ऐसी स्थिति में वह जाने-अनजाने ऐसे सदस्यों को चुन लेगा जो उसके सिद्धान्त का समर्थन करते हों या जिनके प्रति उसका किसी प्रकार का लगाव हो।

(ख) **वैयक्तिक अनुसधान या गणनकार द्वारा अनुसधान** (Personal enquiry or enquiry through enumerator)—वैयक्तिक अनुसंधान में अनुसधाता विषय का अध्ययन मूलप्राप्त (first hand) जानकारी के लिए स्वयं करता है। इस प्रकार के अनुसधान गणनकारों को नियुक्त करके भी किए जा सकते हैं। ये गणनकार अनुसधाता की ओर से काम करते हैं।

(१) वैयक्तिक अनुसधान प्रत्यक्ष स्वयं निरीक्षण (direct personal observation) द्वारा किया जा सकता है। इसमें अनुसधाता स्वयं तत्स्थान (on the spot) अनुसधान करता है और प्रत्यक्ष स्वयं निरीक्षण करके अनुसधान के

परिणामो का अभिलेखन करता है। इस प्रकार के अनुसधान का पहला दोष यह है कि यदि अनुसधान का क्षेत्र विस्तृत है तो समय या धन के अभाव के कारण अडचनें आ सकती हैं। इसमें वे कठिनाइयाँ भी सम्मिलित हैं जो मनुष्यो की स्वाभाविक अक्षमता के कारण उत्पन्न होती हैं। इस का दूसरा दोष यह है कि सामग्री के परिणाम व्यक्तिगत पक्षपातो से काफी प्रभावित हो सकते हैं। तीसरा दोष यह है कि इस प्रकार के अनुसधान में यह प्रत्याशा की जाती है कि व्यक्तियो में विशेष योग्यताएँ हो, जैसे व्यवहार-कुशलता, सावधानी, निरीक्षण में प्रखरता, सर्वसाधारण के रीति-रिवाजो और मनोवृत्ति को समझने की योग्यता आदि। इन सब का एक ही व्यक्ति में होना सामान्य नही है।

इन सब के होते हुए भी यह विधि सबसे अच्छी है। यदि यथार्थ (accurate) और गहन (intensive) अनुसधान करना हो तो सामान्यत इसका उपयोग करना चाहिए। सावधान अनुसधाता होने पर इसके द्वारा विश्वसनीय और सही जानकारी प्राप्त की जा सकती है क्योकि निरीक्षक प्रत्यक्ष अनुभव द्वारा सूचना देता है।

(२) वैयक्तिक अनुसधान परोक्ष स्वय निरीक्षण (indirect personal observation) द्वारा भी किया जा सकता है। इस विधि का उपयोग साधारणत सरकारो द्वारा नियुक्त की समितियाँ या आयोग करते हैं। इस विधि में बहुत सावधानी की आवश्यकता होती है क्योकि सूचना ऐसे लोगो से माँगी जाती है जो स्वय प्रत्यक्ष या परोक्ष रूप से समस्या से सबधित होते हैं और प्रश्नो पर उनके अपने मत और विचार होते हैं। इस सूचना के गुण स्वभावत सूचना देने वाले व्यक्तियो के गुणो पर आश्रित रहते हैं और उनके पक्षपात एव उनकी परिसीमाएँ सूचना को प्रभावित करती हैं। इसलिए जब तक परोक्ष साक्ष्य की सपुष्टि अन्य स्वतन्त्र स्रोतो से न हो जाय, उस पर अधिक विश्वास नही करना चाहिए।

जब अनुसधान गणनकारो को नियुक्त करके किया जाता है तो उसके कई रूप भेद हो सकते हैं (१) स्थानीय सवाददाताओं (local correspondents) की नियुक्ति की जा सकती है जो सूचना देते रहते हैं। साधारणत सवाददाताओ के मार्गप्रदर्शन के लिए एक नियमावली बना दी जाती है। ये सवाददाता नियमित समयान्तरो में सूचना देते रहते हैं और बहुधा सूचना-अभिकरण (information agencies) का काम भी करते हैं और सूचना देने के अतिरिक्त अन्य काम भी करते हैं। इसलिए यह विधि मितव्ययी और अविलम्ब है। (२) ज्ञापकों द्वारा भरी जाने वाली सारणियाँ (schedules to be filled by informants) भेजकर भी अनुसधान किया जा सकता है। इस विधि का उपयोग तब किया जाता है जब सूचना दे सकने वाले लोगो की सख्या बहुत बडी हो और वे शिक्षित हो।

इस विधि के द्वारा कम समय में और कम व्यय करके विस्तृत अनुसंधान किए जा सकते हैं। सूचना प्राप्त करने के लिए केवल प्रश्नावली छपाने और उसका वितरण करने का व्यय उठाना पड़ता है।

इन विधियों का दोष यह है कि साधारणतः लोग अनुसंधानों के प्रति उदासीन रहते हैं। अधिक सहयोग प्राप्त करने के लिए कुछ गवेषण-संस्थाएँ ज्ञापकों का डाक-व्यय आदि की सुविधाएँ देती हैं जिससे उन्हें व्यय न करना पड़े। इससे प्रत्युत्तर पाना अधिक सुनिश्चित हो जाता है। कभी-कभी आवश्यक सूचना देने वाले के लिए पुरस्कार की व्यवस्था भी की जाती है। ये सुविधाएँ और आकर्षण देना निजी संस्थाओं के लिए आवश्यक होता है। परन्तु यदि इस प्रकार के अनुसंधान राज्य द्वारा संचालित होते हैं तो इनके पीछे वैधानिक दबाव होता है और इसलिए प्रत्युत्तर अधिक आते हैं। चूँकि निजी संस्थाओं को यह सुविधा प्राप्त नहीं है इसलिए उन्हें प्रलोभन देकर और विनती करके सूचना प्राप्त करनी पड़ती है।

चाहे कितने ही भी आकर्षण, सुविधाएँ और प्रार्थनाएँ की जाएँ, लोगों की उदासीनता के कारण सूचनाएँ गलत और अपर्याप्त हो सकती हैं। अतएव यह आवश्यक है कि प्रश्नावली सावधानी से बनाई जाय। प्रश्नावली में प्रारंभ में ही यह बता दिया जाना चाहिए कि अनुसंधान का उद्देश्य क्या है और विशेषतः इस बात पर बल देना चाहिए कि अनुसंधान के परिणामों से ज्ञापक को किन लाभों के होने की संभावना है। यदि ऐसे प्रश्न पूछे जा रहे हैं जिनका उत्तर सबके सामने नहीं दिया जा सकता या ज्ञापक उन्हें सार्वजनिक नहीं करना चाहता तो यह बता दिया जाना चाहिए कि अनुसंधान गोपनीय है और ज्ञापक की पहिचान का उपयोग नहीं किया जाएगा। जहाँ तक हो सके ज्ञापक को बहुत बड़ी संख्या में संदिग्ध प्रश्न पूछ कर परेशान नहीं करना चाहिए। ऐसा करने पर वह अभिनत (biased) और असावधानी से उत्तर देगा। यदि ये पूर्वोपाय (precaution) किए जायें, तो इस विधि का लाभपूर्वक उपयोग किया जा सकता है।

(३) अनुसंधान की एक अन्य प्रचलित विधि में प्रश्नावली गणनकारों को दे दी जाती है। इस विधि का उपयोग वहाँ किया जाता है जहाँ शिक्षित लोग कम हों या जहाँ प्रश्नों की व्याख्या और प्रत्युत्तरों का सत्यापन करना पड़ता हो। इस विधि में अधिक विस्तृत (detailed) अनुसंधान किए जा सकते हैं। परन्तु यह पहली विधि से अधिक महँगी और कम अविलम्ब है।

इस प्रकार के अनुसंधान में गणनकार के चुनाव में बहुत सावधानी बरतनी चाहिए। उसकी सामान्य बुद्धि प्रखर होनी चाहिए और वह अनुसंधान के उद्देश्य से प्रोत्साहित होना चाहिए। अपने काम सफल बनाने के लिए उसे अपने कष्टों की

परवाह नहीं करनी चाहिए। दूसरे शब्दों में उसे बुद्धिमान और मेहनती होना चाहिए। उसे व्यवहार कुशल और प्रिय स्वभाव का होना चाहिए। वह ऐसा व्यक्ति होना चाहिए जिस पर यह विश्वास किया जा सके कि वह समय से काम देगा और व्यक्तिगत पक्षपातों को हटा सकेगा।

गणनकारों का चुनाव कर लेने के बाद उनको अनुसंधान के काम में प्रशिक्षण दिया जाना चाहिए। गणनकारों का प्रशिक्षण अनुसंधान का एक अति मुख्य भाग है। यदि गणनकार प्रशिक्षित हैं और अनुसंधान के उद्देश्य और अभिप्राय से सुपरिचित हैं तो अनुसंधान में एक सफलता आ सकती है।

प्रश्नों का चुनाव (Choice of questions)—यह पहले बताया जा चुका है कि प्रश्न संख्या में कम, सरल और असंदिग्ध होने चाहिएँ और ऐसे बनाए जाने चाहिएँ जो ज्ञापकों की भावनाओं को चोट न पहुँचाएँ और उन्हें अभिनत न बनाएँ। सफल और सन्तोषजनक अनुसंधान के लिए प्रश्नावली (questionnaire) का बनाना बहुत महत्त्वपूर्ण है। किसी अच्छी प्रश्नावली में निम्नलिखित बातें होनी चाहिएँ

(१) **प्रश्नावली सरल और स्पष्ट होनी चाहिए**—प्रश्नों की सरलता और स्पष्टता बहुत महत्त्वपूर्ण है। ज्ञापकों के पास जाकर प्रश्न पूछने की सुविधा मिलना सदैव संभव नहीं होता। अगर यह सुविधा हो तो गणनकार संदिग्ध प्रश्नों को समझा सकता है। परन्तु प्रायः केवल प्रश्नावली ही भेजनी पड़ती है। इस दशा में जब तक ज्ञापक प्रश्नों का अर्थ और उनकी ठीक-ठीक प्रकृति नहीं समझते, उनसे शुद्ध उत्तरों की प्रत्याशा नहीं करनी चाहिए। प्रश्नावली की सरलता का तात्पर्य यह भी है कि प्रश्नों की संख्या कम हो। लम्बी प्रश्नावली में सब प्रश्नों का वांछित उत्तर मिलने की संभावना कम हो जाती है क्योंकि ज्ञापक या तो गड़बड़ी में पड़ जाते हैं या ऊब जाते हैं। स्पष्टता का तात्पर्य यह भी है कि टिप्पणियाँ, अनुदेश (instructions) परिभाषाएँ आदि स्पष्ट और असंदिग्ध रूप से पाद-टिप्पणियों या प्रश्नों के साथ—जहाँ ठीक हो—दे दी जानी चाहिएँ।

(२) **प्रश्नों का विन्यास तर्कसंगत क्रम में किया जाना चाहिए**—प्रश्न ऐसे विन्यासित किए जाने चाहिएँ कि एक के बाद दूसरा स्वभाविक सा लगे। पहले जो सूचना प्राप्त करनी है उसे शीर्षकों-उप-शीर्षकों में बाँट लेना चाहिए और इनका विन्यास सोच समझकर करना चाहिए। यही बात प्रश्नों पर लागू होती है। जैसे, अगर हम कुटुम्ब-बजट के बारे में अनुसंधान करना चाहते हैं तो तीन शीर्षक होंगे: कुटुम्ब के सदस्यों से संबंधित सूचना, उनकी आय, और अन्त में उनके व्यय। पहले

के अन्तर्गत कर्ता (head) का नाम, परिवार के सदस्यों की संख्या, उनका वर्ग या समूह आदि आएँगे। दूसरे के अन्तर्गत आय के साधन और तीसरे के अन्तर्गत विभिन्न वस्तुओं जैसे अन्न, शाक, आदि पर किए गए व्यय आएँगे। यह नहीं कि कर्ता का नाम पूछने के बाद अन्न पर किया गया व्यय पूछा जाय और फिर बच्चों की संख्या आदि।

(३) प्रश्नों के उत्तर ऐसे मिलें जो संक्षिप्त हों और जिनका सांख्यिकीय प्रतिपादन किया जा सके—जैसे अगर ज्ञापक से अपनी आर्थिक स्थिति का वर्णन करने के लिए कहा जाय तो सूचना संक्षिप्त शायद ही होगी और वह ऐसे रूप में मिलेगी कि उसका सांख्यिकीय प्रतिपादन नहीं किया जा सकेगा। वह ऐसे शब्दों का प्रयोग करेगा जिनकी परिभाषा नहीं दी गई है। इसलिए प्रश्न ऐसे होने चाहिएँ जिनके उत्तर निश्चित और संक्षिप्त हों, जैसे क्या आप एक अर्जक/आश्रित/आंशिक अर्जक हैं।

(४) प्रश्न ऐसे हों कि उनके ठीक-ठीक उत्तर दिए जा सकें—इस संबंध में ज्ञातव्य है कि कुछ प्रश्न ऐसे होते हैं जिनका ठीक-ठीक उत्तर देना संभव नहीं है और कुछ ऐसे होते हैं जिनका ठीक-ठीक उत्तर तो दिया जा सकता है, परन्तु इस सूचना को ज्ञापक गोपनीय समझता है और इसलिए उनका सही उत्तर देना नहीं चाहता। इस का उपचार यह है कि प्रश्न ऐसे बनाए जाएँ जिनके उत्तरों का ठीक-ठीक वर्गों में सारणीयन किया जा सके और ज्ञापक को विश्वास दिला दिया जाना चाहिए कि उनकी सूचना का उपयोग गोपनीय और अवैयक्तिक रूप में किया जाएगा। उदाहरण के लिए हम जन-गणना के प्रतिवेदन पर विचार करेंगे। साधारणतः लोग अपनी आयु पूर्णांकों में बतलाते हैं जिनका अन्तिम अंक शून्य या पाँच होता है। फलस्वरूप शून्य और पाँच में अन्त होने वाली संख्याओं में लोगों का संकेन्द्रण हो जाता है। इसका उपचार यह है कि आयु-समूह ५ से कम, ५-१०, १०-१५ आदि नहीं बल्कि २½ से कम, २½-७½, ७½-१२½ आदि बनाने चाहिएँ। इसी प्रकार अगर किसी ऐसी बीमारी के बारे में सूचना एकत्रित करनी है जिसे लोग नहीं बताना चाहते, तो उन्हें इस बात का विश्वास दिलाना चाहिए कि सूचना गोपनीय समझी जायगी। इसका यह भी तात्पर्य है कि कुछ प्रकार के प्रश्नों का सावधानी से परिहरण (avoid) करना चाहिए क्योंकि या तो वे अवांछनीय समझे जाएँगे और उनके उत्तर नहीं दिए जाएँगे या उनके गलत उत्तर दिए जाएँगे। यदि मजदूर-नेताओं से पूछा जाय कि मजदूरों की अनुचित माँगों का क्या कारण है, तो इसका ठीक उत्तर नहीं दिया जायगा। अगर उत्तर दिया जाता है तो इसका अर्थ यह हुआ कि माँगें अनुचित हैं इसलिए मजदूर-नेता प्रश्न में 'अनुचित' शब्द के प्रयोग को चुनौती देगा। इसी प्रकार यदि विद्यार्थियों से पूछा जाय कि क्या अनुशासनहीनता का उत्तरदायित्व विद्यार्थियों पर

है या विश्वविद्यालय के अधिकारियों और सरकार की नीति के कारण यह बढ़ा है, तो अधिकांश उत्तरों में अन्तिम दो को उत्तरदायी बताया जायगा।

(५) **प्रश्न ऐसे होने चाहिएँ कि उनके उत्तरों का सपोषण (corroboration) और सत्यापन (verification) किया जा सके**—प्रश्नावली में कुछ प्रश्न केवल इसी उद्देश्य से पूछे जाने चाहिए। कुछ दशाओं में प्रश्न स्वयं एक दूसरे की सत्यता सिद्ध करते हैं। कुटुंब बजट में दिए गये उदाहरण में आय और कुल व्यय में समानता होनी चाहिए। इसी प्रकार एक अन्य प्रश्न 'कहाँ काम करता है' पूछ कर आय का सत्यापन किया जा सकता है।

सबसे अच्छी नीति यह है कि प्रश्नावली की सदैव परीक्षा करनी चाहिए और अनुभव के आधार पर उसमें संशोधन कर देना चाहिए। यदि यह संभव न हो तो अन्तिम रूप देने से पहले उसे अनुभवी व्यक्तियों को अवश्य दिखा देना चाहिए।

(ग) अनुसन्धान के अन्य ब्योरे

उपर्युक्त बातों के साथ-साथ अनुसंधान में अन्य कई बातों का ध्यान रखना पड़ता है। यहाँ हम केवल दो अत्यन्त महत्वपूर्ण बातों पर विचार करेंगे। इन पर सावधानी पूर्वक ध्यान दिया जाना चाहिए।

(१) **सांख्यिकीय इकाई की परिभाषा (Defining the statistical unit)**—यहाँ अनुसंधान के विषय (subject) और उद्देश्य (object) में भेद करना आवश्यक है। यदि हम शहर में धुम्रपान करने वाले विद्यार्थियों की संख्या जानना चाहते हों तो अनुसंधान का उद्देश्य विद्यार्थियों में धुम्रपान का प्रचलन, इसमें हुए परिवर्तन आदि जानना हो सकता है, परन्तु अनुसंधान का विषय या गणन-इकाई (unit in terms of which counting will be made) 'विद्यार्थी' होगा।

प्रथम दृष्टि में लगता है कि इकाई की परिभाषा करना आसान काम है। परन्तु ऐसा नहीं है और सांख्यिकीय इकाई की परिभाषा देना एक अत्यन्त कठिन काम है जिसे पूरी सावधानी से करना चाहिए। उपर्युक्त उदाहरण में हमने 'विद्यार्थी' को इकाई माना। परन्तु विद्यार्थी कौन है? क्या हम विद्यार्थी का प्रजातीय (generic) अर्थ मानेंगे या केवल स्कूलों में पढ़ने वालों को विद्यार्थी कहेंगे? पहले अर्थ के अनुसार प्रत्येक व्यक्ति विद्यार्थी है। फिर, धन के अभाव में जो लोग व्यक्तिगत रूप से पढ़ रहे हैं क्या वे विद्यार्थी हैं? क्या एक व्यक्ति जिसका नाम रजिस्टर में है परन्तु उसने हाल ही में पढ़ना छोड़ दिया है, विद्यार्थी है? इसके साथ हमें 'धुम्रपान करने वाले' की परिभाषा देनी होगी। क्या कभी कभी धुम्रपान करने वाला इसके

अन्तर्गत आएगा ? आदि। अनुसंधान करने से पहले इन सबका स्पष्टीकरण कर दिया जाना चाहिए।

परिभाषा दृढ़ और असंदिग्ध होनी चाहिए। ऐसा नहीं कि गणनकार उसकी अपनी व्याख्या करने लगे। यह भी आवश्यक है कि जो परिभाषा दी गई है वह अनुसंधान में पर्यन्त निभाई जाय। इकाई का सुनिश्चेय (ascertainable) होना चाहिए जिससे तथ्यों का सत्यापन किया जा सके। यदि हमें शहर में झूठ बोलने वालों की संख्या जाननी है तो मुख्य कठिनाई इसकी परिभाषा की नहीं बल्कि यह सुनिश्चित करने की होगी कि कौन व्यक्ति झूठा है। अन्त में, इकाई के लक्षण **परिवर्ती** (variable) नहीं होने चाहिएँ।

इकाइयों के प्रकार (Kinds of units)—इकाई वह वस्तु या 'गुण' है जिसके रूप में चीजों (विषय) की गणना, मापन या तुलना की जाती है। यह या तो गणन-इकाई (unit of enumeration) या विश्लेषण और निर्वाचन इकाई (unit of analysis and interpretation) हो सकती है।

(अ) **गणन इकाई** वह है जिस के रूप में चीजें (विषय) नापी जाती हैं। यह दो प्रकार की हो सकती है—(क) **सरल इकाई** (simple unit) यह सामान्य अर्थ को व्यक्त करती है और ऐसे गुणों को बताती है जो साथ होते हैं जैसे विद्यार्थी नेता, यात्री, मील फुट आदि। (ख) **संयुक्त इकाई** (composite unit) यह साधारणतः दो या अधिक सरल इकाइयों का मिलाकर बनती है। यदि सरल इकाई में कोई विशेषण (शब्द या वाक्यांश) जोड़ दिया जाय तो संयुक्त इकाई बन जाती है, जैसे विद्यार्थी-नेता, यात्री-मील (passenger unit) आदि। एक सरल इकाई सामान्य होती है, परन्तु जब विशेषण लगा कर उसमें एक संयुक्त इकाई बनाई जाती है तो विषय की परिभाषा अधिक परिबद्ध और यथार्थ (strict and precise) हो जाती है। संयुक्त इकाई प्राय सरल इकाई से अधिक अच्छे प्रास्फल देती है। उदाहरण के लिए, यदि हमसे कहा जाय कि 'क' रेलवे में १०० यात्री और 'ख' में ५०० यात्री चलते हैं तो इससे हम यह निष्कर्ष नहीं निकाल सकते कि 'ख' रेलवे अधिक लोकप्रिय है। हमें यह भी देखना होता कि ये यात्री कितने मील चले। यदि 'क' रेलवे में यात्री १००० मील चले और 'ख' रेलवे में ५० मील तो इन के यात्री-मील क्रमशः १ लाख और २५ हजार होंगे। अगर अन्य परिस्थितियों (जैसे कम दूरियों के लिए मोटरबसों की व्यवस्था आदि) का ध्यान रखा जाय तो 'क' रेलवे अधिक उपयोगी और लोकप्रिय सिद्ध होगी।

(ब) विश्लेषण और निर्वचन की इकाई वह है जिसके रूप में विषयों की तुलना, विश्लेषण या निर्वचन किया जाता है। तुलना तभी सभव है जब वस्तुएँ एक ही प्रकार की इकाइयों में नापी जाती हैं, या इकाइयों से स्वतन्त्र होती हैं। अन्यथा तुलना का कोई अर्थ नहीं होता। इस प्रकार की इकाइयाँ प्रतिशत, अनुपात, औसत, गुणांक आदि हैं।

(९) परिशुद्धता और उपसादन (Accuracy and Approximation)—एक परिभाषा के अनुसार सांख्यिकी गणना करने का और प्राक्कलनों एवं संभावितताओं का विज्ञान है। यह संभव है कि ठीक-ठीक गणना या माप न की जा सके। इसलिए यह आवश्यक है कि परिशुद्धता का स्तर पहले ही निश्चित कर दिया जाय। इस संबंध में एकसमता होना नितान्त आवश्यक है। सदैव यह बता दिया जाना चाहिए कि आँकड़े कहाँ तक सही हैं। जैसे मूल्य आँकड़ों में यह बताया जाना चाहिए कि मूल्यों के उद्धरण आने तक सही हैं या पाइयों तक या लम्बाई इंचों तक सही है या इंच के दसवें हिस्से तक आदि। परिशुद्धता-परिमाण (degree of accuracy) कितनी होनी चाहिए यह एक सापेक्षिक चीज है और अनुसंधान के उद्देश्य और प्रकृति पर आश्रित रहता है। इसके संबंध में कोई निश्चित बात नहीं कही जा सकती और केवल व्यावहारिक ज्ञान ही मार्ग-दर्शक है। जैसे अगर हम दो नगरों की दूरी नाप रहे हैं तो गजों तक सही नापना पर्याप्त होगा, इंचों तक सही नापना उपयुक्त नहीं समझा जाएगा। परन्तु अगर एक व्यक्ति की लम्बाई नापी जा रही है तो इंचों तक ठीक नापना उचित ही होगा।

इसी प्रकार गणना करने में यह बता दिया जाना चाहिए कि हम कितना सही उत्तर चाहते हैं, अर्थात् दहाई तक, इकाई तक या कितने दशमलव स्थान तक। इस संबंध में गणना करने के लिए यह नियम है कि जिस स्थान तक के लिए सही उत्तर चाहिए उससे एक अधिक स्थान तक गणना की जाय। जैसे अगर २ दशमलव स्थान तक सही उत्तर चाहिए तो गणना ३ दशमलव स्थान तक की जानी चाहिए, आदि। अब, यदि अन्तिम स्थान का अंक ५ या उससे अधिक है तो उससे पहले स्थान के अंक में (अर्थात जहाँ तक सही गणना करनी है) १ जोड़ दिया जाता है, परन्तु यदि अन्तिम अंक ५ से कम है तो उसे छोड़ दिया जाता है और उससे पहले का अंक वैसा ही बना रहता है। कभी-कभी यदि अन्तिम अंक ५ हो, तब भी उसे छोड़ देते हैं और उससे पहले का अंक वैसा ही रहने दिया जाता है। यदि ५ में अंत होने वाली संख्याएँ अधिक हों तो कुछ में एक बढ़ाया जाता है और कुछ में वैसा ही छोड़ दिया जाता है। नीचे उपसादन का उदाहरण दिया गया है।

वास्तविक अंक	दो दशमलव स्थानों तक सही उपसन्न (approximated) अंक
६ ३१२	६ ३१
६ ३१६	६ ३२
६ ३१५	६ ३१ या ६ ३२

उपसादन के लिए इन सरल नियमों को निर्धारित करने की आवश्यकता पड़ने का कारण यह है कि सांख्यिकीय विश्लेषण में यह आवश्यक है कि एक-सम कार्य प्रणाली होनी चाहिए। अन्यथा विभिन्न गणनकारों द्वारा निकाले गए परिणाम एक से नहीं होंगे।

सांख्यिकीय त्रुटियाँ (Statistical Errors)

सांख्यिकी में 'त्रुटि' का प्रयोग विशेष अर्थ में किया जाता है। इसमें और 'गलती' (mistake) में भेद करना आवश्यक है। गलती शब्द का प्रयोग तब किया जाता है जब निर्वचन या निष्कर्ष में कोई दोष हो। परन्तु सांख्यिकी में त्रुटि का उपयोग किसी पद (item) के वास्तविक मूल्य (actual value) और प्राक्कलित मूल्य (estimated value) के अन्तर के अर्थ में किया जाता है। त्रुटि गलती नहीं है। एक उदाहरण से यह भेद स्पष्ट हो जाएगा। माना हम कपड़े की लम्बाई नाप रहे हैं। यदि हम गिनने में भूल करते हैं या लापरवाही के कारण अधिक-कम गिन जाते हैं तो यह एक गलती होगी। कपड़ा अगर १० गज हो और हम उसे ८ या ११ गज नापें तो यह गलती होगी। अगली बार सावधानी से नापने पर यह दूर की जा सकती है। परन्तु यदि हम पूरी सावधानी से नापें, तब भी प्रत्येक नाप दूसरे से कुछ भिन्न होगी—चाहे वे ही इंच भिन्न क्यों न हो। नापने में यह दोष दूर नहीं किया जा सकता। इसे सांख्यिकी में त्रुटि कहते हैं।

त्रुटि का माप (Measurement of Error)—उपर्युक्त उदाहरण से यह स्पष्ट हो जाना चाहिए कि किसी भी मापन-क्रिया में त्रुटि सदैव निहित है। इसलिए यह आवश्यक है कि हम यह जानें कि हमारे परिणाम किन सीमाओं तक बदल सकते हैं। इस दृष्टिकोण से हम दो प्रकार से त्रुटियों को नाप सकते हैं।

(२) **सापेक्ष त्रुटि (Relative Error)**—निरपेक्ष त्रुटि और प्राक्कलित मूल्य के अनुपात के बराबर है। इसकी गणना करने के लिए निरपेक्ष त्रुटि मे प्राक्कलित मूल्य का भाग दे दिया जाता है। उपर्युक्त उदाहरण में सापेक्ष त्रुटियाँ क्रमश $\frac{२}{५०}$ या +०·०४ और — $\frac{३}{५५}$ या —०·०५५ (लगभग) के बराबर है। सापेक्ष त्रुटि को कभी-कभी प्रतिशत के रूप में भी व्यक्त किया जाता है। प्रतिशत के रूप में व्यक्त किए जाने पर यह प्रतिशत त्रुटि (percentage error) कहलाती है। प्रतिशत त्रुटि निकालने के लिए सापेक्ष त्रुटि को १०० से गुणा कर दिया जाता है। उपर्युक्त उदाहरण में प्रतिशत त्रुटि क्रमश ४% और —५·५% है। यदि सापेक्ष त्रुटि बहुत कम हो तो उसे प्रतिशत के रूप में व्यक्त करना विशेष उपयुक्त है।

त्रुटि का वास्तविक महत्व जानने के लिए निरपेक्ष त्रुटि की अपेक्षा सापेक्ष त्रुटि अधिक उपयुक्त है। निरपेक्ष त्रुटि कुल त्रुटि बताती है, जब कि सापेक्ष त्रुटि प्रति इकाई त्रुटि बताती है। तुलना करने के लिए यह आवश्यक है कि त्रुटियाँ एक ही इकाई में नापी जायें। उपर्युक्त उदाहरण के पहले हिस्से में हमने निरपेक्ष त्रुटि २" निकाली थी। *अब मान लीजिए एक दूसरे प्रयोग में प्राक्कलित लम्बाई १०००" है और* वास्तविक लम्बाई १००२"। निरपेक्ष त्रुटि अब भी २" है, परन्तु इस बार प्राक्कलन पहले की अपेक्षा कहीं अधिक अच्छा हुआ। निरपेक्ष त्रुटि इस बारे मे कुछ नहीं बताती। अब यदि हम सापेक्ष त्रुटियो को देखे तो पहली दशा में वह ०·०४ है जब कि दूसरी दशा में ०·००२ के बराबर है। इस प्रकार सापेक्ष त्रुटि निरपेक्ष त्रुटि की अपेक्षा अधिक अच्छा माप है।

त्रुटियों के वर्ग (classes of errors)—उपर्युक्त विभाजन के अतिरिक्त साख्यिकीय त्रुटियो के दूसरे वर्गीकरण भी किये जा सकते है। ये वर्गीकरण साख्यिकी-सिद्धान्त के दृष्टिकोण से अधिक महत्वपूर्ण है

१ **अभिनत और अनभिनत त्रुटियाँ (Biased and unbiased errors)**—अभिनत त्रुटियाँ वे है जो गणनकार की अभिनति या पक्षपात (bias or prejudice) के कारण या मापक (measuring instrument) के दोषो के कारण उत्पन्न होती हैं। हमेशा अति-प्राक्कलन (over-estimate) या अव-प्राक्कलन (under-estimate) करना इस बात का द्योतक है कि वह व्यक्ति अभिनत है। इसी प्रकार यदि कोई फुटरूल ११$\frac{९}{१०}$ इंच है तो उससे नापने में प्रत्येक बार $\frac{१}{१०}$ इंच की त्रुटि होगी। इन दोनों दशाओं में त्रुटि एक ही दिशा में जुड़ती हैं। यह अभिनत त्रुटि की पहचान है।

अनभिनत त्रुटियाँ गणनकार के बिना जाने अनजाने में और बिना मापक के दोष के अपने आप उत्पन्न होती हैं। ये त्रुटियाँ साख्यिकीय विधियो में निहित हैं। हम

किसी भी चीज को बिलकुल ठीक-ठीक नहीं नाप सकते हैं। अधिक से अधिक हम केवल उन सीमाओं को निर्धारित कर सकते हैं जिनके भीतर सही नाप होनी चाहिए। इन त्रुटियों के होने का कारण मानव-ज्ञान का अपूर्ण होना है और इस विषय में हम कुछ नहीं कर सकते हैं। जैसा आगे बताया जायगा, सांख्यिकीय विधियों का आधार संभाविता-सिद्धान्त है और इनसे प्राप्त होने वाला ज्ञान केवल संभाव्य (probable) है। इसलिए त्रुटि होना स्वाभाविक है। अनभिनत त्रुटि की विशेषता यह है कि यह दोनों दिशाओं में होती है। अगर आप किसी मेज की लम्बाई नापें तो वह कभी ४' १" कभी ३' ९" आदि निकल सकती है, जब कि उसकी वास्तविक लम्बाई ४' हो। इन त्रुटियों में एक-दूसरे के विपरीत दिशाओं में बराबर होने की प्रवृत्ति होती है।

अभिनत और अनभिनत त्रुटियों के प्रभाव—उपर्युक्त वर्णन से यह सुस्पष्ट हो गया होगा कि अभिनत त्रुटि के प्रभाव संचयी (cumulative) होते हैं, जब कि अनभिनत त्रुटि के प्रभाव समकारी (compensating) होते हैं। अगर एक कमरे की लम्बाई नापी जा रही है और फुट-रूल ½ इंच छोटा है तो प्रत्येक बार इससे नापने पर ½ इंच का अन्तर पड़ जायगा और अगर कमरे की लम्बाई ४८ फीट है तो इससे नापने पर ४९ फीट आएगी। जैसे-जैसे लम्बाई बढ़ती जाएगी वास्तविक लम्बाई और मापित लम्बाई में अन्तर बढ़ता चला जाएगा। इसलिए अभिनत त्रुटि सदैव अवांछनीय है और इससे हमेशा सावधानी से बचना चाहिए।

अनभिनत त्रुटि के प्रभाव समकारी होते हैं। यदि कोई व्यक्ति किसी समय थोड़ा सा अधिक नापता है तो दूसरे समय थोड़ा सा कम नाप लेता है और जितनी ही अधिक बार वह नापेगा कुल लम्बाई में अन्तर कम हो जाएगा। इसलिए अनभिनत त्रुटि विशेष हानिकर नहीं है और चूंकि यह समकारी है इसलिए प्रयोग को कई बार दुहराने पर यह कम हो जाती है। कुछ शास्त्रियों ने यहाँ तक कहा है कि 'अभिनत त्रुटि बिलकुल नहीं होनी चाहिए और अनभिनत त्रुटि जितनी ही अधिक हो उतना ही अच्छा'। इसका यह अर्थ कदापि नहीं है कि पूर्ण परिशुद्धता नहीं होनी चाहिए। अगर पूर्ण परिशुद्ध परिणाम निकाले जा सकें तो बहुत अच्छा है, परन्तु यह संभव नहीं है। त्रुटियों का होना स्वाभाविक है और हमें इस बात का ध्यान रखना है कि अभिनत त्रुटियाँ न हों।

२ शक्य त्रुटि और संभाव्य त्रुटि (Possible Error & Probable Error)—त्रुटियों का यह एक अन्य प्रचलित वर्गीकरण है। शक्य त्रुटि उपसादन के कारण हो सकने वाली त्रुटि का माप है। यदि हमें पूर्णांकों में उत्तर देना है

बढ़ती चली जाएगी, आप पाएंगे कि सिक्का लगभग आधी बार चित गिरता है। कुल क्षेपों (throws) की संख्या जैसे जैसे बढ़ती जाती है वैसे-वैसे चित या पट की संख्या का कुल संख्या से अनुपात ½ के अधिकाधिक निकट आता जाता है। यह ½ जो एक 'आदर्श' है, उत्तर-संभाविता कहलाता है। और उपर्युक्त कथन सांख्यिकीय नियमिता का एक उदाहरण है। सांख्यिकीय नियमिता के नियम के अनुसार यदि किसी परीक्षण को स बार दुहराया जाय और कोई घटना न बार घटती है तो जैसे-जैसे हम स को बढ़ाते चले जाते हैं, वैसे-वैसे अनुपात न/स सामान्यत स के बड़े होने पर एक स्थिर मूल्य की ओर प्रवृत्त होता है। अनुपात न/स ही उत्तर-संभाविता है। आप सिक्का उछालकर स्वयं एक प्रयोग कीजिए और य-अक्ष पर स और र-अक्ष पर न/स दिखाकर एक रेखाचित्र खींचिए। आप देखेंगे कि जैसे जैसे स बड़ा होता जाएगा रेखाचित्र पर बिन्दु ½ के अधिकाधिक निकट होते जाएँगे।

बृहत् संख्याओं की जड़ता का नियम—उपर्युक्त प्रयोग को अगर आपने किया तो आप यह बात देखेंगे कि न/स में स्थिरता केवल तब आती है जब स काफी बड़ा हो जाता है। आप एक प्रयोग कर सकते हैं। यदि आप एक प्रयोग में सिक्का दस बार उछालें और इस प्रयोग को तीन बार दुहराएँ तो चित की संख्याओं और १० के अनुपातों में इन तीन प्रयोगों में काफी अन्तर होगा। ये सब ½ नहीं होंगी परन्तु यदि एक प्रयोग में सिक्के को १०० बार उछाला जाय और इस प्रयोग को तीन बार दुहराया जाय तो अनुपात ½ के अधिक निकट होंगे और उनमें आपस में अन्तर पहले की अपेक्षा कम होगा। १००० बार उछालने पर ये ½ के और अधिक निकट होंगे और आपस का अन्तर और भी कम हो जाएगा। इससे यह निष्कर्ष निकाला गया है कि जैसे-जैसे संख्या बढ़ती जाती है अनुपात में अधिकाधिक स्थिरता बढ़ती जाती है। यही बृहत् संख्याओं की जड़ता का नियम है।

QUESTIONS

1 Distinguish between (*a*) primary and secondary data, and (*b*) primary and secondary sources

Examine the methods used for the collection of statistical data for different types of investigations (M S W , *Lucknow*)

2 Examine critically the various methods used in the collection of primary data (B Com , *Allahabad*)

3 Compare the different methods used in the collection of numerical data (B Com , *Agra*)

4 "In collection of statistical data commonsense is the chief requisite and experience the chief teacher' Discuss the above statement with comments (M A , *Patna*)

5 What are the essentials of a good questionnaire? Draft a suitable questionnaire to enable you to study the effects of Prohibition in Madras among industrial workers (B Com, *Madras*)

6 A certain state has just passed an enactment making attendance at school compulsory for all children between ages 5 15 You are asked to collect all statistics that might be necessary for the purpose of enforcing the Act

State how would you proceed with the work and what statistics you would collect Draw up a suitable questionnaire on blank form to collect the necessary information (B Com *Madras*)

7 What are statistical units? How would you define them? Describe the various types of statistical units and explain the importance of determining them.

8 What standard of accuracy is required in statistical calculations? How is approximation generally made? Give examples (M A, *Allahabad*)

9 What is a statistical error? How does it differ from a mistake? How would you measure it? (B Com *Allahabad*)

10 Discuss the application of the theory of probability to Statistics (M A *Allahabad*)

11 Explain the meaning and use of the law of statistical regularity How is it effected by the number of items under investigation? (B Com, *Lucknow*)

12 What do you understand by sampling? Explain the statement 'a moderately large number of items chosen *at random* from a very large number of items should have the characteristics of the larger group' (M S W *Lucknow*)

13 A coin is tossed 1000 times, and heads appear 830 times Is the coin biased? Discuss the theoretical principle involved (B Com Hons, *Travancore*)

14 You are asked to make a survey of the yield per acre of land under rice in an Indian province What method would you adopt?

What use, if any would you make of any existing statistics in the survey related to your own province? (*B Com*, *Madras*)

15 Describe the procedure involved in collecting data in each of the following cases —

(a) Survey of handloom industry in India
(b) Survey of housing conditions in a city
(c) Credit survey of a village
(d) Survey of the educated unemployed in a city

अध्याय ४

सामग्री उपस्थापन—वर्गीकरण और सारणीयन

(Presentat on of Data—Classification and Tabulation)

सूचना का संग्रह करने के बाद उसका सावधानी से सम्पादन करना पड़ता है। सारणियों, प्रश्नावलियों और मौखिक उत्तरों की परीक्षा करने का काम काफी कठिन है और इसमें पर्याप्त सतर्कता की आवश्यकता होती है। बहुधा यह पाया जाता है कि बहुत सी अनावश्यक सामग्री जमा की गई है। यह आवश्यक है कि उसपर विचार न किया जाय। इसके बाद प्रयोजनीय सामग्री (requisite data) की जाँच करना पड़ती है जिससे उसमें विस्तृत और निश्चित अनदान के होते हुए भी होने वाली त्रुटियाँ देखी जा सकें। सही निर्वचन करने और ठीक निष्कर्ष निकालने के लिए असंगत और घटिया सामग्री भी हटा देनी पड़ती है।

इस प्रकार की सामग्री की परीक्षण करने के पश्चात उसे सुगठित और संक्षिप्त रूप में प्रस्तुत करना पड़ता है। सामग्री या तो उसी रूप में उपस्थापित कर दी जाती है जिसमें वह प्राप्त हुई हो या उसका सांख्यिकीय प्रतिपादन करके उसे प्रस्तुत किया जाता है। सामान्यतः सरल और सुबोध सामग्री उसी रूप में उपस्थापित की जाती है जैसे वह प्राप्त होता है। इस प्रकार की सामग्री का केवल संग्रह और सम्पादन करना होता है। परन्तु जटिल और कठिन सामग्री का उपस्थापन करने में पहले उसका सांख्यिकीय प्रतिपादन करना आवश्यक होता है। उपस्थापन की रीति (manner) बहुत महत्वपूर्ण है। यदि सामग्री को उचित रूप से उपस्थापित नहीं किया गया है तो उसके मुख्य लक्षण और विशेषताएं प्रकट नहीं हो पायेगी और अपनी ओर ध्यान आकर्षित नहीं करेगा। बाद में निर्वचन में कठिनाई आ सकती है और गलत निष्कर्ष निकल सकते हैं। यदि सामग्री ऐसी है जो आवश्यक सूचना स्वयं देती है तो उसे इस प्रकार उपस्थापित करना चाहिए जिससे वह आसानी से समझ में आ जाय और लोगों का ध्यान अपनी ओर आकर्षित कर सके। चित्रों और रेखा चित्रों के द्वारा यह प्रभावपूर्ण ढंग से किया जा सकता है। यह स्मरणीय है कि उपस्थापन के लिए चाहे कोई भी रीति अपनाई जाय इसका मुख्य उद्देश्य यह है कि कोई व्यक्ति सामग्री के महत्वपूर्ण भागों को आसानी से और शीघ्रता से समझ जाय और उनमें स्पष्ट भेद कर सके।

उपस्थापन की विधियाँ—सामान्यतः उपस्थापन के लिए सांख्यिकी में निम्नलिखित विधियों का उपयोग किया जाता है

(१) विवरण के रूप में उपस्थापन (presentation in the form of statements)—इस विधि में सूचना को शब्दों और अंकों में दिया जाता है। नीचे उदाहरण के लिए एशिया और सुदूर पूर्व के संयुक्त राष्ट्र के आर्थिक आयोग (UNECAFE) के १९५५ के वार्षिक प्रतिवेदन में से एक सारांश दिया जा रहा है

'इकाफे (ECAFE) का प्रतिवेदन इस तथ्य की ओर ध्यान आकर्षित करता है कि भारत के शोधनान्तर (balance of payments) के अतिरेक में कमी के साथ देश के व्यापार के परिमाण में वृद्धि हुई। इस प्रकार १९५४ में चालू खाते में शोधनान्तर अतिरेक १९५३ के ५८.७ करोड़ रु० से घटकर ३.७ करोड़ रुपया रह गया, परन्तु इसी अवधि में व्यापार-स्तर में ६% वृद्धि हुई जबकि १९५३ में व्यापार के परिमाण में २०% कमी हुई थी।

'भारत के आयात में होनेवाली वृद्धि का एक मात्र कारण निज-लेखे (private accounts) में आयातों की वृद्धि होना था और यह औद्योगिक उत्पादन में हुई वृद्धि की ओर उदार आयात नीति को प्रतिबिंबित करता है'।

इस विधि का यह लाभ बताया जाता है कि उपस्थापन की सांख्यिकीय विधियों से अपरिचित व्यक्ति भी सामग्री को इस विधि में प्रस्तुत कर सकता है। इसका दूसरा लाभ यह है कि अंकों की व्याख्या करने के लिए व्याख्यात्मक टिप्पणियाँ (explanatory notes) दी जा सकती हैं (उपर्युक्त उदाहरण में दूसरा अनुच्छेद)। इसी प्रकार जहाँ आवश्यकता हो अंकों और निष्कर्षों पर बल दिया जा सकता है। परन्तु इसमें दोष भी हैं। पहला दोष यह है कि समझने में पहले विवरण का अत्यधिक सावधानी से पढ़ना पड़ता है और कोई सूचना पाने के लिए पूरा विवरण पढ़ना पड़ता है। उपस्थापन की विधियों का उपयोग जटिलता को कम करने के लिए किया जाता है और इस दृष्टिकोण से यह अधिक लाभदायक नहीं है। इसके अतिरिक्त उपस्थापन करने की यह रीति सदैव प्रभावशाली नहीं होती।

इस विधि म यह लाभ है कि जो अक महत्वपूण समझे जाते हैं उन्हे प्रमुख रूप से विवरण मे अन्य दिखाया जा सकता है। विवरण में व्याख्यात्मक टिप्पणियाँ दी जा सकती हैं। अको का एकत्रन करने के कारण सामग्री सुबोध और सुग्राह्य हो जाती है और गडबडी की सभावना कम हो जाती है।

(३) **सारणी के रूप में उपस्थापन** (presentation in the form of a table)—इस रीति में सामग्री को कई वर्गों में विभाजित कर दिया जाता है और उन्हें सारणी मे समुचित स्तम्भो में स्थान दिया जाता है। सारणी का शीर्षक सक्षेप में उसकी विषय वस्तु बताता है और यदि शीर्षक सावधानी से चुना जाय तो वह स्वय-व्याख्यात (self explanatory) होता है। सारणी में सम्पूर्ण सूचना सक्षेप में और ठीक-ठाक रीति से दी जाती है और उसका परिरेखन करना आसान होता है। पाद टिप्पणियाँ देकर और अको को बड़ा लिखकर विशेष तथ्य और अको की ओर ध्यान आकर्षित किया जा सकता है। इस प्रकार इस रीति से जटिल सामग्री आसानी से समझ म आने योग्य बनाई जाती है।

(४) **रेखाचित्रीय और रेखाचित्रीय उपस्थापन** (diagrammatic and graphic presentation)—इस रीति का उपयोग साधारणत दृष्टि-सहाय (visual aid) के रूप म किया जाता है और अब यह धीरे धीरे प्रमुख होती जा रही है। सामग्री उपस्थापन की यह एक प्रभावपूर्ण रीति है। इसका विस्तृत वर्णन पाँचवें अध्याय मे किया जाएगा।

सामग्री का वर्गीकरण

वस्तुओ की अनेकरूपता में रहनेवाली एकता के आधार पर उन्हें विभिन्न वर्गों या अनुक्रमो में विभाजित करने की क्रिया को वर्गीकरण कहते हैं। यदि वस्तुओ के प्रत्येक लक्षण का महत्व समान है तो सामग्री को उतने ही वर्गों में विभाजित किया जाना चाहिए जितने पद हैं। परन्तु इस प्रकार से वर्गीकरण करना व्यर्थ है और इससे किसी प्रकार की सुविधा नहीं मिलती। परन्तु सामान्यत हम कुछ लक्षणो को अधिक महत्वपूर्ण समझते हैं और उनके आधार पर वर्गीकरण करते हैं। हम ऐसे चलते हैं मानो अन्य लक्षण विद्यमान नहीं हैं। किसी सामग्री का वर्गीकरण अनुसधान के उद्देश्य पर निर्भर करता, क्योंकि इसी के द्वारा हम जान सकते हैं कि कौन लक्षण महत्वपूर्ण हैं और कौन नहीं हैं।

वर्गीकरण की आवश्यकता और इसका उद्देश्य—जैसा बताया जा चुका है हमारी समस्या जटिलताओ को सरल बनाना है। वृहत परिमाण में जटिल सामग्री कुछ भी बताने मे असमर्थ है और इसलिए यह आवश्यक है कि इसे परिवर्ती लक्षणो के आधार

पर यथोचित समूहों में विभाजित करके समुचित रीति से उपस्थापित किया जाय। इसलिए वर्गीकरण का मुख्य उद्देश्य सामग्री की जटिलता को दूर करना और सुबोध बनाना है। इसके साथ-साथ, चूंकि वर्गीकरण लक्षणों के सादृश्य के अनुसार किया जाता है इसलिए इसका दूसरा उद्देश्य समान और असमान लक्षणों को अलग करना है। इस प्रकार भेदकारी लक्षण प्रमुख हो जाते हैं। इससे यह लाभ है कि बिना सैकड़ों पदों पर अलग-अलग विचार किए हुए हम तुलना कर सकते हैं और निष्कर्ष निकाल सकते हैं। इसके अतिरिक्त यह मानसिक सहाय और दृष्टि सहाय का कार्य करता है और सारणीयन के काम को सरल बनाता है। यहाँ यह भी उल्लेखनीय है कि वर्गीकरण आवश्यक रूप से तर्क संगत क्रिया है और इसलिए सामग्री सुव्यवस्थित और क्रमबद्ध हो जाती है।

वर्गीकरण के प्रकार

सामग्री की प्रकृति के आधार पर दो प्रकार से वर्गीकरण किया जा सकता है। यदि सामग्री ऐसी है जिसमें लक्षणों या गुणों को नापा नहीं जा सकता, परन्तु जिन पदों में वे लक्षण हैं उन्हें गिना जा सकता है तो हम गुणानुसार वर्गीकरण (classification according to attributes) करते हैं, जैसे स्त्री और पुरुष, भारतीय और अभारतीय आदि। परन्तु यदि लक्षणों या गुणों को नापा जा सकता है तो वर्गांतरों के अनुसार वर्गीकरण (classification according to class-intervals) किया जाता है, जैसे आयु, लम्बाई आदि के आधार पर किए गए वर्गीकरण।

गुणानुसार वर्गीकरण—इस प्रकार के वर्गीकरण में समूह गुणों की समानता के आधार पर विभाजित किया जाता है। वे सब पद जिनमें एक प्रकार के गुण हैं एक वर्ग के अन्तर्गत रखे जाते हैं। गुणानुसार वर्गीकरण दो प्रकार का हो सकता है

(१) **सरल वर्गीकरण** (simple classification) में केवल एक गुण के अनुसार वर्गीकरण किया जाता है। किसी पद में वह गुण या तो होगा या नहीं होगा। कोई तीसरी संभावना नहीं रहती है। एक बार गुण की परिदृढ़ परिभाषा करने के बाद वर्गीकरण का काम सरल हो जाता है। जैसे अगर हमारा गुण ५½ फीट से अधिक लम्बाई है तो या तो लोग ५½ फीट से अधिक लम्बे होंगे या ५½ फीट और उससे कम लम्बे। अर्थात् वर्ग परस्पर निवारक (mutually exclusive) होते हैं। इस प्रकार के वर्गीकरण के अन्य उदाहरण हैं। पुरुष और अपुरुष, साक्षर और निरक्षर आदि। एक गुण के आधार पर वर्गीकरण करते चले जाने की क्रिया को द्विभाग द्वारा वर्गीकरण (classification by dichotomy) कहते हैं, जैसे,

पहले हमने मुख्य गुण के आधार पर जनसंख्या को दो भागों में बाँटा, फिर इन दो वर्गों को विवाहित के आधार पर उपवर्गों में बाँटा, आदि।

(२) **बहुवर्गीकरण** (manifold classification)—जहाँ एक से अधिक गुणों का निरीक्षण किया जाता है, वहाँ सामग्री कई वर्गों और उपवर्गों में बँट जाती है। यदि हम द्विधात्व द्वारा वर्गीकरण करते चले जायें तो हम बहुवर्गीकरण कर रहे हैं। बहु-वर्गीकरण करने की दूसरी रीति यह है कि कई गुणों के आधार पर एक साथ समूह को विभाजित कर दिया जाय। जैसे मारीफल के गुण को हलका, मध्यम और भारी तीन वर्गों में बाँटा जा सकता है आदि।

गुणानुसार वर्गीकरण में यह आवश्यक है कि विभाजन करने वाला गुण परिदृढ रूप से परिमाणित हो और विभेद-रेखा (line of demarcation) पूर्णत स्पष्ट हो। अतिच्छादन (overlapping) की सम्भावना नहीं होनी चाहिए, अन्यथा सही परिणाम नहीं निकाले जा सकेंगे। इसमें वे सब बातें लागू होती हैं जो सांख्यिकीय इकाई की परिभाषा के संबंध में कही गयी थीं।

वर्गान्तर के अनुसार वर्गीकरण—यदि हम गुणों को नाप सकते हैं तो किसी समूह के लिए हमें उतनी ही नापें मिलेंगी जितने उसमें पद होंगे। नापों को इस समूह को सुबोध बनाने के लिए उन्हें वर्गों और उपवर्गों में एकत्रित कर दिया जाता है। प्रत्येक वर्ग की सीमाएँ होती हैं जो स्वेच्छा से या सुविधानुसार निश्चित की जाती हैं। वे सब नापें जो किसी वर्ग की सीमाओं के भीतर आती हैं उस वर्ग में रख दी जाती हैं। इस प्रकार के वर्गीकरण को वर्गान्तर के अनुसार वर्गीकरण कहते हैं। यहाँ यह उल्लेखनीय है कि कई दशाओं में गुणानुसार वर्गीकरण करने से पहले वर्गान्तर के अनुसार वर्गीकरण करना पड़ता है, जैसे अगर हम जनसंख्या को शिशु, बालक, किशोर, युवक, मध्यायु और वृद्ध के अनुसार विभाजित करना चाहें तो पहले हमें वर्गान्तर निश्चित करने पड़ते हैं क्योंकि इनकी कोई दूसरी ठीक-ठीक परिभाषा सम्भव नहीं है। आयु के वर्गों के अनुसार ये क्रमशः ५ से कम वर्ष (शिशु), ५-१० वर्ष (बालक), १०-२० वर्ष (किशोर), २०-३५ वर्ष (युवक), ३५-५५ वर्ष (मध्यायु) और ५५ वर्ष से अधिक (वृद्ध), माने जा सकते हैं।

वर्गान्तर के अनुसार वर्गीकरण करने से पहले इससे संबंधित कुछ शब्दों को जानना आवश्यक है। प्रत्येक वर्ग को निश्चित करने के लिए दो संख्याओं की आवश्यकता पड़ती है। ये संख्याएँ वर्ग-सीमाएँ (class limits) कहलाती हैं। उपर्युक्त उदाहरण में शिशु की वर्ग-सीमाएँ ० और ५ हैं बालक की वर्ग-सीमाएँ ५ और १० हैं आदि। इसमें पहली संख्या वर्ग की अवर सीमा (lower limit) और दूसरी संख्या वर्ग की उपर सीमा (upper limit) कहलाती है। अवर सीमा और

अपर सीमा के अंतर को वर्ग-अंतरण (magnitude of class-interval) कहते हैं। यदि पूरे वर्गीकरण में वर्ग अंतरण समान रहते हैं तो वर्गीकरण समान वर्ग-अंतरालों (uniform class intervals) में किया गया है और यदि ये असमान हैं तो असमान वर्गांतरालों में। उपर्युक्त वर्गीकरण दूसरी प्रकार का है और इनके वर्ग अंतराल क्रमशः ५, ५, १०, १५ आदि हैं। किसी वर्ग के अन्तर्गत आने वाले पदों की संख्या को वर्ग-बारंबारता (class frequency) कहते हैं। यदि किसी वर्ग की बारंबारता में उससे पहले के वर्गों की बारंबारता जोड़ दी जाय तो हमें संचयी-बारंबारता (cumulative frequency) मिलती है।

वर्गांतराल बनाने की विधियाँ—वर्गांतराल बनाने की दो विधियाँ हैं. (१) निवारक विधि (exclusive method), और (२) समावेशी विधि (inclusive method)। ये विधियाँ वर्ग-सीमाएँ निश्चित करने की समस्या का समाधान करती हैं। समस्या यह है कि उस पद का क्या किया जाय जिसका मूल्य सीमा पद के मूल्य के बराबर है। उपर्युक्त उदाहरण में यदि किसी की आयु ठीक ५ वर्ष है तो उसे किस वर्ग में रखा जाय? क्योंकि ५ दो वर्गों की सीमा बनाता है। यही बात १०, १५ आदि पर लागू होती है। निवारक विधि में जो पद किसी वर्ग की ऊपर सीमा के बराबर होता है उसे अगले वर्ग में रखा जाता है। इसीलिए इसका नाम निवारक विधि है। उपर्युक्त उदाहरण में ठीक ५ वर्ष की आयु वाले व्यक्ति को दूसरे वर्ग में ठीक १० वर्ष की आयु वाले व्यक्ति को तीसरे वर्ग में रखेंगे। इसका तात्पर्य यह हुआ कि निवारक विधि से निश्चित किये गये वर्गांतराल ५-१०, १०-१५ का अर्थ है '५ से लेकर १० से कम तक', '१० से लेकर १५ से कम तक' आदि। दूसरी विधि या समावेशी विधि में इस संदिग्धता को दूर करने के लिए पहले वर्ग की अपर सीमा दूसरे वर्ग की अधर सीमा से एक इकाई कम कर दी जाती है। इस प्रकार उपर्युक्त उदाहरण के वर्ग-अंतराल ०-८, ५-९ या ०-४ ५, ५-९ ५ या ०-४ ९, ५-९ ९ आदि होंगे। इस प्रकार के वर्गांतरों का भी वही प्रभाव है जो पहली विधि से। कहने का तात्पर्य यह है कि इन प्रत्येक अवस्थाओं में वर्ग-अंतरण ५ ही माना जाएगा।

अधिक' जोड दिया जाता है। इस प्रकार की सामग्री का सांख्यिकीय प्रतिपादन करने से पहले इन्हें साधारण वर्गांतरो के रूप में व्यक्त करना पड़ता है। निम्नलिखित उदाहरण से यह स्पष्ट हो जाना चाहिए कि ऊपर या नीचे से संचित की गई सामग्री को किस प्रकार साधारण रूप से व्यक्त किया जाता है।

(१) ऊपर से संचित वर्ग-बारंबारतायें (२) नीचे से संचित वर्ग-बारंबारतायें

नापें	स० बारंबारतायें	नापें	स० बारंबारतायें
5 से कम	10	0 से अधिक	55
10 ,,	22	5 ,,	45
15 ,,	37	10 ,,	33
20 ,,	50	15 ,,	10
25 ,,	55	20 ,,	5

वर्ग-बारंबारता निकालने के लिए पहले वर्ग की सचयी बारंबारता से घटा देते हैं। इस प्रकार उपर्युक्त सामग्री निम्नलिखित रूप में आ जाएगी

नापें	बारंबारताएँ
0— 5	10
5—10	12
10—15	15
15—20	13
20—25	5

सांख्यिकी श्रेणी (statistical series)

पदो का तर्क सगत या व्यवस्थित विन्यास श्रेणी है। जैसे यदि हम वस्तुओं या गुणो को गिनें या नापें और उन्हे क्रमानुसार व्यवस्थित रूप में रखें तो वे एक श्रेणी बनाते हैं। विभिन्न प्रकार की श्रेणियो के बारे मे आगे बताया गया है।

१ कालिक, स्थान सम्बन्धी और दशा श्रेणी (historical, spatial and condition series)—सांख्यिकीय सामग्री समय, स्थान या दशाओं के बारे में होती है। इनमें से प्रत्येक के सगत हम श्रेणी बना सकते हैं अर्थात् इनसे संबंधित सामग्री को व्यवस्थित रूप से रख सकते हैं। परिणामत हमें तीन प्रकार की श्रेणियां मिलती हैं

(क) कालिक या काल-श्रेणी (historical or time series) वे श्रेणियां हैं जो किसी चीज के इतिहास या समय के बारे में होती हैं। इन श्रेणियो की मुख्य विशेषता कालक्रम (chronology) है। समय से संबंधित सामग्री को

व्यवस्थित करना सरल है। इस सब में काल या समय स्वतन्त्र चर (independent variable) होता है और अन्य बातें परतंत्र चर होती है।

उदाहरण :

भारतीय रेल मार्गों में विनियोजित पूंजी (१९५१-५८)

वर्ष	पूंजी (करोड रु०)	वर्ष	पूंजी (करोड रु०)
१९५१-५२	८५० ११	१९५५-५६	९६८ ९८
१९५२-५३	८५७ ८८	१९५६-५७	१,०८७ ०९
१९५३-५४	८६९ ३०	१९५६-५७(सशो०)	१,०६७ ०३
१९५४-५५	९०१·५८	१९५७-५८(बजट)	१,१९१·२०

यह श्रेणी भारतीय रेल-मार्गों में किये गये पूंजी विनियोग का इतिहास बनाती है और इसमें 'वर्ष' को मुख्य स्थान दिया गया है।

(ख) स्थान सम्बन्धी श्रेणी (spatial series) में तथ्यों का सबंध स्थानो से होता है। जिस प्रकार घटनाएँ समय में होती हैं उसी प्रकार स्थानों में भी होती है और इन श्रेणियो में तथ्य स्थानों से सबंधित किये जाते हैं। इन्हें भौगोलिक श्रेणियाँ भी कहते हैं। इन श्रेणियो में स्थान स्वतन्त्र चर होता है।

उदाहरण :

भारत में पांच सबसे बड़े नगरों की जन संख्या (१९५१)

नगर का नाम	जन सख्या (१९५१)
१ कलकत्ता	४५ ८ लाख
२ बम्बई	२८·४ ,,
३ मदरास	१४·२ ,,
४ देहली	१३ ८ ,,
५ हैदराबाद	१० ९ ,,

उपर्युक्त श्रेणी में समय (१९५१) अचल है और स्थानो की जनसख्या बदल रही है।

(ग) दशा-श्रेणी (condition series) में विषय-वस्तु की दशाओं का वर्णन रहता है। इनमें सामान्यत कुछ पदो की बारबारता बताई जाती है। लम्बाई, वजन, आयु आदि की श्रेणियाँ इसके अन्तर्गत आती हैं। इसमें जिन दशाओं के बारे में जानकारी प्राप्त करनी है वे स्वतन्त्र चर होते हैं।

उदाहरण

परीक्षा में विद्यार्थियों के प्राप्तांक

प्राप्तांक	विद्यार्थियों की सख्या
0—5	3
5—10	10
10—15	18
15—20	8
20—25	2
योग	41

२ एकैक निरीक्षण की श्रेणी, खण्डित श्रेणी और सतत श्रेणी (series of individual observations, discrete series and continuous series)—श्रेणियों का यह एक दूसरा वर्गीकरण है। इसके अनुसार श्रेणियों का वर्णन आगे किया जा रहा है।

(क) एकैक निरीक्षण की श्रेणी में प्रत्येक पद अकेला लिया जाता है। उसे किसी समूह में नहीं रखा जाता। अर्थात प्रत्येक पद एक वर्ग बनाता है। यदि ६ विद्यार्थियों के प्राप्तांक एक एक करके दिये जायें तो हमें एकैक निरीक्षण की श्रेणी मिलेगी। यहाँ यह स्मरणीय है कि इस प्रकार की श्रेणी में पदों का निरीक्षण एक एक करके किया जाता है। इसमें और अन्य श्रेणियों में अन्तर है कि जबकि अन्य श्रेणियों में इन एकैक निरीक्षणों के समूह बना दिये जाते हैं इस श्रेणी में वे एकैक रूप में प्रस्तुत किये जाते हैं।

उदाहरण

छ विद्यार्थियों के प्राप्तांक

नामांक	प्राप्तांक	नामांक	प्राप्तांक
1	10	4	18
2	25	5	12
3	15	6	22

(ख) खण्डित श्रेणी तब प्राप्त होती है जब जिस कारण गुण या पद का माप का जा रहा है वह ऐसा हो कि वह निश्चित इकाइयों के गुणितों (multiples) के रूप में हो दिया जा सके जैसे कमरों की सख्या। यह हमेशा पूर्णांक ही होगी क्योंकि २½ या ३¾ कमरे के कोई मान नहीं होते। इसी प्रकार मनुष्यों की सख्या भी हमेशा खण्डित श्रेणी के रूप में दी जा सकती है।

उदाहरणः

दिए हुए कमरों में रहने वाले परिवारो की संख्या

कमरो की सख्या	परिवारो को सख्या	कमरो की सख्या	परिवारो की सख्या
1	5	4	7
2	[illegible]	5	6
3	10	6	1

इस प्रकार की श्रेणी को असतत (discontinuous) श्रेणी भी कहते हैं।

(ग) संतत श्रेणी—जब लक्षण, गुण या पद ऐसा है कि वह कोई भी राशि हो सकता है तो हमें सतत श्रेणी मिलती है। इस दशा में चर(variable) को ठीक-ठीक नही नापा जा सकता जैसे लम्बाई। यदि हम लोगो की लम्बाई नापने लगें तो वह (अधिकाशत) ४ फीट से ७ फीट तक कुछ भी हो सकती है। अर्थात इन सीमाओ के भीतर चर कोई भी मूल्य ले सकता है। इस प्रकार की श्रेणियो का विन्यास समूहो में किया जाता है। कभी-कभी असतत चर को भी समूहो मे रखा जाता है। ऐसा तब करते है जब चर को बिल्कुल ठीक रूप से नही नापा जाता। पिछले पृष्ठ पर दी हुई दशा श्रेणी (विद्यार्थियो के प्राप्तांक) का उदाहरण एक सतत श्रेणी है। यह विचारणीय है कि पदो की सततता अटूट है और जहाँ एक वर्ग समाप्त होता है उसी माप से दूसरा वर्ग आरम्भ होता है।

सामग्री का सारणीयन

सामग्री का वर्गीकरण करने के बाद उसका सारणीयन किया जाता है अर्थात् वह एक या अधिक सारणियो के स्तम्भो (columns) और पक्तियो के अन्तर्गत रख दी जाती है। सारणीयन वह प्रक्रिया है जिसमें वर्गीकृत सामग्री को व्यवस्थित रीति से उपस्थापित किया जाता है, जिससे उसकी सारभूत विशेषताएँ और मुख्य लक्षण सम्मुख आ जायें। सारणीयन सामग्री के सकलन के काम में अन्तिम स्थिति है और सामग्री का ऐसे प्रस्तुत करती है जिसमें उसका सांख्यिकीय विश्लेषण किया जा सके।

सारणियों का उपयोगः इनका लाभ और महत्त्व—सारणीयन के लाभ और महत्त्व निम्नलिखित हैं

१ यह सामग्री का ऐसी रीति से उपस्थापन करता है जिससे उसका उपयोग करने वाले उसका सर्वोत्तम उपयोग कर सकें। अपेक्षित सूचना आसानी से मिल जाती है क्योंकि शब्दों में कोई वर्णन नही रहता है।

२ सारणीयन के द्वारा सामग्री संक्षेप में और इकट्ठे दी जाती है। इस प्रकार बारबार अन्य ब्यौरे और व्याख्यात्मक टिप्पणियाँ देने की आवश्यकता नहीं पड़ती।

३ सारणियों की सहायता से तुलना करना आसान हो जाता है। दो या अधिक सारणियों को साथ रख कर आसानी से तुलना की जा सकती है।

४ सारणी में सामग्री हमेशा तर्क संगत क्रम में रखी जाती है और इसलिए उसको समझना आसान होता है। यह सुविधा अन्य प्रकार के विवरणों में नहीं मिलती।

५. सारणी के रूप में सामग्री का उपस्थापन करने का एक लाभ यह भी है कि इस प्रकार की सामग्री अधिक शीघ्रता से याद हो जाती है क्योंकि इसमें समान पद साथ रखे जाते हैं और इसलिए यह दृश्य-सहाय का काम करता है और मानस चित्र बनाने में सहायता पहुंचाता है। इसके अतिरिक्त लिखित विवरण की तुलना में यह कहीं कम जगह घेरता है।

६. सारणीयन के फलस्वरूप सामग्री से गणना करना आसान हो जाता है और यह गलतियों और चूकों को पकड़ने में सुविधाजनक होता है।

सारणियों के प्रकार—प्रथानुसार सांख्यिकी में काम में लाये जाने वाली सारणियाँ दो वर्गों में बाँटी जाती हैं (१) सामान्य या निर्देश सारणियाँ (general or reference tables); (२) संक्षिप्त, व्युत्पन्न या निर्वचनात्मक सारणियाँ (summary, derivative or interpretative tables)।

(१) सामान्य सारणियों में विषय-वस्तु से संबंधित सब समस्त सूचना विस्तार में दी जाती है। अतएव इस प्रकार की सारणियाँ बहुत बड़ी होती हैं और कई पृष्ठों तक जा सकती हैं। इस प्रकार की सारणियों का उद्देश्य यह होता है कि किसी समस्या से संबंधित सब सामग्री एक स्थान पर एकत्रित कर दी जाय जिससे लोग उसे आसानी से प्राप्त कर सकें। इस प्रकार की सारणियाँ विशेष अध्ययनों या प्रतिवेदनों के परिशिष्टों में प्रायः पाई जाती हैं।

(२) **संक्षिप्त सारणियाँ** किसी विशिष्ट उद्देश्य को पूरा करने के लिए बनाई जाती हैं। ये अपेक्षाकृत छोटी होती हैं और सामग्री के किसी पक्ष-विशेष पर बल देती हैं। इन सारणियों का स्रोत सामान्य सारणियाँ होती हैं, इसलिए इन्हें व्युत्पन्न सारणियाँ भी कहा जाता है। पुनः, विशेष प्रश्नों का समाधान करने के लिए इनमें निर्वचन भी किया जाता है। इसलिए इन्हें निर्वचनात्मक सारणियाँ भी कहते हैं। इस प्रकार की सारणियाँ साधारणतः सरल होती हैं।

सारणियों का आकार (Forms of Tables)—आकार के दृष्टि कोण से सारणियों को दो सामान्य भागों में विभाजित किया जा सकता है

(१) सरल सारणी
(२) जटिल सारणी।

सरल सारणियो में सबधित सामग्री के केवल एक कुलक (set) की सूचना दी जाती है। सरल सारणियो में साधारणत दो स्तंभ होते हैं जो एक दूसरे के साथ-साथ रहते हैं।

उदाहरण

निम्नलिखित उदाहरण में एक परीक्षा में विद्यार्थियो के प्राप्तांकों की सूचना दी गई है :

प्राप्तांक	विद्यार्थियों की सख्या	प्राप्तांक	विद्यार्थियो की सख्या
0— 5	10	15—20	20
5—10	12	20—25	15
10—15	17	25—30	8

जटिल सारणियो में कई समकक्ष विषयो से सबधित सूचना होती है। यदि दो समकक्ष विषय (coordinate factors) हो तो सारणी को द्विगुण सारणी (double table) कहते हैं। यदि समकक्ष समूहो की सख्या तीन है तो इसे त्रिगुण सारणी (treble table) कहते हैं। यदि समकक्ष-समूहो की सख्या तीन से अधिक है तो सारणी को बहुगुण सारणी (multiple table) कहते हैं।

उपर्युक्त सारणी में यदि विद्यार्थियो को निवास स्थान (छात्रावासी, पुरवासी आदि) के आधार पर और आगे विभाजित किया जाय तो यह एक द्विगुण सारणीयन का उदाहरण होगा। यदि इनको और भी आगे धर्म के आधार पर विभाजित किया जाय तो यह त्रिगुण सारणीयन होगा। पुन इन्हें राष्ट्रीयता, राज्य आदि के आधार पर विभाजित करके हम बहुगुण सारणी बना सकते है। जैसे-जैसे समकक्ष विषयो की सख्या बढ़ती जाएगी, सारणी अधिकाधिक जटिल होती जाएगी।

अगले पृष्ठ पर एक बहुगुण सारणी दी गई है। यह सारणी विविध परस्पर आश्रित प्रश्नो का उत्तर दे सकती है

(१) सामान्य ज्ञान की परीक्षा देने वाले विद्यार्थियो की सख्या कितनी है ?
(२) ये विभिन्न प्राप्तांक-समूह में किस प्रकार वितरित हैं ?
(३) विविध प्राप्तांक समूहो के विद्यार्थी निवास स्थान के अनुसार किस प्रकार वितरित हैं ?
(४) उनकी राष्ट्रीयता क्या है—भारतीय या अन्य ?
(५) कितने विद्यार्थी उत्तर प्रदेश से परीक्षा दे रहे हैं और कितने अन्य राज्यो से ?
(६) लिंग के अनुसार उनकी सख्या क्या है ?

निवास-स्थान, सेक्स, राष्ट्रीयता और राज्य के आधार पर
परीक्षा में प्राप्त किए गए

प्राप्तांक													विद्यार्थियों की
		छात्रावासी											
		भारतीय			अन्य			कुल			भारतीय		
		उ० प्र०	अन्य	कुल	उ० प्र०	अन्य	कुल	उ० प्र०	अन्य	कुल	उ० प्र०	अन्य	कुल
0—5	पु०												
	स्त्री												
	कुल												
5—10	पु०												
	स्त्री												
	कुल												
10—15	पु०												
	स्त्री												
	कुल												
15—20	पु०												
	स्त्री												
	कुल												
20—25	पु०												
	स्त्री												
	कुल												
योग	पु०												
	स्त्री												
	कुल												

विभाजित किए गए विद्यार्थियों द्वारा एक सामान्य ज्ञान
अंकों की सारणी—१९५८

संख्या														
पुरवासी									कुल					
अन्य			कुल			भारतीय			अन्य			कुल		
उ० प्र०	अन्य	कुल	उ० प्र०	अन्य	कुल	उ० प्र०	अन्य	कुल	उ० प्र०	अन्य	कुल	उ० प्र०	अन्य	कुल

टिप्पणी—पु =पुरुष,
स्रोत—अखिल भारतीय सामान्य ज्ञान परीक्षा, उ० प्र०, की प्राप्तांक-सूची।

इन सूचनाओं के अतिरिक्त इस सारणी को और अधिक विस्तृत बनाकर अन्य सूचनाएँ जैसे आयु, समूहों में विद्यार्थियों का वितरण आदि, दी जा सकती हैं। इस प्रकार से सरल सारणी की पंक्तियों या स्तम्भों में समक्ष विषयों को स्थान देकर उसे द्विगुण, त्रिगुण या बहुगुण सारणी बनाया जा सकता है।

सारणीयन के नियम और उसमें सावधानियाँ—सारणीयन के लिए कोई कठोर और दृढ़ नियम नहीं बनाये जा सकते। अनुभव और अभ्यास से अच्छी सारणियाँ बनाई जा सकती हैं। परन्तु इस बात का ध्यान रखना चाहिए कि जिस उद्देश्य से सारणी बनाई गई है उसे वह पूरा करे और सामग्री को सुबोध बनाये। इन उद्देश्यों को ध्यान में रख कर सांख्यिकों के मार्ग-दर्शन के लिए कुछ प्रक्रिया-नियम (rules of procedure) बनाये गये हैं—

(१) मुख्य विचार इस बात का करना चाहिए कि सारणी जितनी हो सके उतनी सरल बनाई जाय, जिसमें सामग्री के मुख्य लक्षण और आवश्यक सूचना आसानी से जानी जा सके। सारणीयन का उद्देश्य सामग्री को सुस्पष्ट बनाना है, इसलिए इस विशेषता का किसी भी परिस्थिति में त्याग नहीं करना चाहिए। यदि सूचना का परिमाण अधिक है तो बहुधा उसे दो या अधिक सारणियों में प्रस्तुत करना अधिक सुविधाजनक होता है। इन सारणियों के साथ एक संक्षिप्त सारणी दी जा सकती है। प्रत्येक सारणी को स्वतः एक इकाई होना चाहिए और स्वयं पूर्ण होना चाहिए। यदि सारणी में बहुत अधिक ब्योरे दिये गये हैं तो तुलना करना और गल्ती पकड़ना कठिन हो जाता है। इसलिए इससे सावधान रहना चाहिए। सारणी को ऐसा बनाना चाहिए कि पदों का कोई और विन्यास करके वह पहले से अच्छा न बनाया जा सके। सारणी का आकार पृष्ठ के माप पर निर्भर होगा। पहले उसका प्रारूप खींच कर उसका भली प्रकार परीक्षण कर लेना चाहिए, तब उसे अपनाना चाहिए।

(२) जिन अंकों की तुलना करनी है वे एक दूसरे के जितने निकट हो सकें उतने निकट रखे जाने चाहिएँ और दोनों, निरपेक्ष अंक एवं सापेक्ष अंक (जैसे प्रतिशत आदि), सारणी में रखे जाने चाहिएँ। जिन अंकों की तुलना करनी है वे जहाँ तक हो सके शीर्ष-स्तम्भों (vertical columns) में लिखे जाने चाहिएँ क्योंकि इनसे तुलना करना अधिक आसान हो जाता है। योग यथासम्भव हमेशा मोटे अक्षरों में दिये जाने चाहिएँ।

(३) प्रत्येक सारणी को उपयुक्त शीर्षक देना चाहिए, जो सारणी की विषय वस्तु का दर्शन करे। शीर्षक और उपशीर्षक स्वतः पूर्ण होने चाहिएँ। ऐसा नहीं कि सारणी में

क्या दिया गया है इसे जानने के लिए इधर-उधर खोजना पड़े। यदि सारणी बहुत जटिल है तो उसका शीर्षक काफी लम्बा हो जाता है। ऐसी स्थितियों में दो शीर्षक देने का चलन है। मुख्य शीर्षक से पहले एक 'आकर्षक शीर्षक' दिया जाना चाहिए जो *बहुत संक्षेप में सारणी के बारे में बताये। कुछ स्थितियों में मुख्य शीर्षक के बाद एक* प्रस्तावनात्मक शीर्षक (prefatory title) दिया जाता है जो संपूर्ण सारणी की व्याख्या करता है। पृष्ठ ५४-५५ में दी गई सारणी का आकर्षक शीर्षक 'सामान्य ज्ञान परीक्षा का प्राप्तांक' हो सकता है और प्रस्तावनात्मक शीर्षक में लिखा जा सकता है कि केवल 'मान्यता प्राप्त संस्थाओं के नियमित विद्यार्थी ही सम्मिलित किए गये हैं'।

(४) व्याख्यात्मक टिप्पणियाँ हमेशा पाद-टिप्पणियों के रूप में दी जानी चाहिएँ और स्वतः पूर्ण होनी चाहिएँ, जिससे उन्हें समझने के लिए अन्य स्थानों में न ढूँढना पड़े। पाद-टिप्पणी में सामग्री का स्रोत अवश्य बताना चाहिए। यह न केवल सौजन्यता है, बल्कि यह उन लोगों को भी सहायता पहुँचाता है जो सामग्री का उपयोग करना और उसकी विश्वसनीयता जानना चाहते हैं। स्रोत दे देने के बाद सामग्री का उपयोग करने वाला स्वयं भी अंकों आदि की गलती और त्रुटि के लिए उत्तरदायी नहीं रह जाता। यदि सारणी में उद्धरित सामग्री में किसी प्रकार का विभेद (discrepancy) या *असंगति* है तो पाद-टिप्पणी में उसकी ओर अवश्य ध्यान आकर्षित किया जाना चाहिए। मुख्य सारणी में जिन बातों या अंकों के लिए पाद-टिप्पणियों की आवश्यकता हो उन्हें अंकों से (जैसे १, २, ३ आदि), अक्षरों से (जैसे क, ख आदि) या संकेतों से (जैसे *, †, § आदि) चिन्हित कर देना चाहिए और संगत चिन्ह पाद-टिप्पणी में लिख देना चाहिए।

(५) रेखांकन में इस बात का ध्यान रखना चाहिए कि मुख्य बातें, जो उप-शीर्षकों के अन्तर्गत हैं, मोटी रेखाओं से अलग की जायें।

(६) प्रत्येक महत्त्वपूर्ण और मुख्य शीर्षक के लिए अलग स्तंभ होना चाहिए और गौण शीर्षकों को एक साथ रख देना चाहिए। इस स्तंभ का शीर्षक 'विविध' होता है। 'विविध' शीर्षक के अन्तर्गत केवल वे ही पद होने चाहिएँ जो एक दूसरे से बहुत भिन्न नहीं हैं। जहाँ आवश्यक हो, वहाँ स्तंभ शीर्षकों में इकाइयों का भी उल्लेख किया जाना चाहिए। जहाँ तक हो सके अंकों को हजारों, सैकड़ों आदि में देकर अंकों को संक्षिप्त बना लेना चाहिए। ऐसा करने पर या तो शीर्षक में स्पष्ट लिख देना चाहिए कि इकाई क्या है अर्थात् १००, १००० आदि, या जितने शून्य अंकों में छोड़ दिये गये हैं, वे लिख देने चाहिए जैसे '०० या '००० आदि। अगर जगह हो तो स्तंभों के शीर्षक पंक्तियों में लिखे जाने चाहिए। संदर्भ की सुविधा के लिए स्तंभों का अंकन (१, २ ... आदि) कर देना चाहिए।

(७) यदि कोई सामग्री अप्राप्य हो तो यह सूचना पाद टिप्पणी में दे दी जानी चाहिए।

(८) सारणी बनाने में इस बात का ध्यान रखना चाहिए कि उसमें अंक उचित प्रकार से लिखे गये हों। अर्थात् इकाई के नीचे इकाई, दहाई के नीचे दहाई आदि लिखा जाना चाहिए। नहीं तो सारणी व्यवस्थित नहीं लगेगी।

(९) सारणी में पदों को तर्कसंगत क्रम में रखना चाहिए। ये परिमाण, वर्ग, स्थिति या कालक्रम आदि के अनुसार व्यवस्थित किये जा सकते हैं।

(१०) सामान्यतः एक साधारण टाइप राइटर सारणीयन के लिए उपयुक्त नहीं होता क्योंकि यह वर्णों को बड़े-छोटे टाइप में नहीं छाप सकता है। इसी प्रकार पतली और मोटी रेखाएँ नहीं खींची जा सकती हैं। सारणीयन के लिए विशेष टाइप-राइटर आते हैं जिनका उपयोग किया जाना चाहिए।

QUESTIONS

(1) Classify the main articles of import into twelve different classes and prepare a blank table to compare the quantity and volume of different classes of goods imported into India during the last ten years (B Com , *Agra*)

(2) Prepare a table with a proper title, divisions and sub-divisions to represent the following heads of information —

- (*a*) Import of cotton piece goods in India
- (*b*) From U K , Netherlands, Belgium, Switzerland, Italy, Strait Settlements, Japan
- (*c*) Amount of piece goods from each country
- (*d*) The value of goods from each country
- (*e*) Pre war average, postwar average, 1924 25, 1925 26, 1926 27, 1927 28
- (*f*) Total amount imported during each period
- (*g*) Total value of imports during each period

(B Com , *Lucknow*)

(3) Put the facts in the following extract in tabular form —

"The shipping returns for the port of London for February 1926, show a reduction in the aggregate of tonnage entered and an increase in tonnage cleared when compared with the corresponding month a year ago They also reveal a retrogression in the position of British as compared with foreign shipping Total tonnage entered amounted to 3,805,000 tons as against 3,826,000 tons, the British share of which fell from 2,594,000 tons to 2,568,000 tons Tonnage cleared in February 1926 was about 32,000 tons higher at

4,790,000 tons but the share of British tonnage fell from 3,091,000 tons to 3,070,000 tons (M.A., Calcutta)

(4) Draw up in detail, with proper attention to spacing, double lines etc and showing all sub-totals, a blank table in which could be entered the numbers occupied in six industries, on two dates, distinguishing males from females, and among the latter single, married and widowed (M.A., Allahabad)

(5) Prepare a specimen form in blank, with suitable heading and spacing, for use in collection of data on one of the following —

(a) Survey of trades in your district.
(b) Standard of living of middle class families in a small town.
(c) Expenses of students in a University

(Dip in Econ, Madras)

(6) Explain, how you would tabulate statistics of death from principal diseases by sexes in different provinces of India for a period of five years (B Com, Calcutta)

(7) The marks in Higher Mathematics received by candidates in an examination are given below Using class intervals 0—19, 20—30 and so on, construct a frequency table

163	153	115	105	73	78
185	140	128	90	95	90
150	143	83	123	93	80
135	133	128	123	13	23
168	125	100	85	90	20
155	155	133	75	53	48
118	130	100	130	70	33
165	170	120	130	90	48
153	145	120	108	90	25
140	138	115	85	98	20
143	133	138	52	88	80
160	140	73	98	83	18
145	108	123	73	40	40
130	130	150	93	75	33
125	95	135	88	25	28
135	143	48	85	68	63
160	90	123	113	43	20
115	118	70	113	78	50
138	135	103	65	65	33
140	163	90	100	50	3

(B Com, Madras)

अध्याय ५

सामग्री का उपस्थापन—लेखाचित्र और रेखाचित्र

(Presentation of Data—Graphs and Diagrams)

पिछले अध्याय में बताया जा चुका है कि सामग्री का उपस्थापन विवरण और सारणी के रूप में किस प्रकार किया जाता है। परन्तु अगर कई पृष्ठ लम्बी सारणियाँ प्रस्तुत की जायें जिनमे कई कॉलम हो, तो वह तुलना आदि करने के लिए बहुत महत्वपूर्ण नहीं होगी। ऐसी परिस्थितियो में दृष्टि-विधियो (visual methods) की आवश्यकता प्रतीत होती है, जिससे मस्तिष्क सामग्री को आसानी से ग्रहण कर सके। यदि सामग्री का उपयोग ऐसे व्यक्ति करने वाले है जो आंकिक विधियो से परिचित नहीं है तो यह विधि बहुत प्रभावी होती है क्योकि कोई भी व्यक्ति चित्र आदि की सहायता से सामग्री को आसानी से समझ सकता है और तुलना कर सकता है। यदि किसी कम्पनी के १० साल के लाभ का विवरण सारणी के रूप में दिया जाय तो बहुत कम लोग उसमे आकर्षित होगे और उसे समझ पाएँगे, परन्तु यदि इन्हें चित्रो (pictures), लेखाचित्रा (graphs) या रेखाचित्रो (diagrams) द्वारा प्रस्तुत किया जाय, तो ये स्पष्ट रूप से और आसानी से समझे जा सकेंगे और लोग इनमें आनन्द भी लेंगे।

इन विधियो से उपस्थापित सामग्री न केवल सुबोध होती है, बल्कि उसका स्थायी-प्रभाव भी पड़ता है। बहुधा व्यक्ति सारणी में दी गई सामग्री जल्दी ही भूल जाते है। अगर कोई दुकानदार भडार कम करने के लिए वस्तुओ को २५% कम मूल पर बेच रहा है, तो इस बात का विज्ञापन करने के लिए शब्दो और अको की तुलना में चित्र अधिक प्रभावोत्पादक होगे क्योकि वे शीघ्रता से अपनी ओर ध्यान आकर्षित करेंगे और अपढ भी उन्हें समझ सकेंगे। चित्रो की सहायता से उन्हें शीघ्रतापूर्वक पहले के मूल्यो और अब के मूल्यो का अन्तर मालूम पड जाएगा (जैसे १ रु० के सिक्के के बाद १२ आने के सिक्के दिखाना)। लेखाचित्र और रेखाचित्र का मनोवैज्ञानिक प्रभाव पडता है।

एक रेखाचित्र, और कभी-कभी एक लेखाचित्र भी, सारणी से अधिक आकर्षक बनाया जा सकता है। अको की सारणी का अध्ययन वही व्यक्ति करेगा जिसको विषय में पहले ही से कौतुक है, परन्तु उपयुक्त रग-विन्यास की सहायता से प्राय सभी का ध्यान आकर्षित किया जा सकता है। इसलिए रेखाचित्रो और लेखाचित्रो

का प्रचार में बहुत महत्व है। सामान्यत प्रचार का उद्देश्य सर्वसाधारण का ध्यान चीजों की ओर आकर्षित करना होता है। अगर आवश्यक सूचना को उपयुक्त चित्रों के रूप में प्रदर्शित किया जाय तो प्रचार (propaganda) का प्रभाव जल्दी प्रकट हो जाएगा।

उपर्युक्त विशेषताओं के कारण रेखाचित्रों और लेखाचित्रों का सामग्री के उपस्थापन में बहुत महत्व है। उपस्थापन का मुख्य उद्देश्य जटिल सामग्री को सरल रूप में रखना और उसे आकर्षक बनाना है। लेखाचित्र और रेखाचित्र इस उद्देश्य को विशेष रूप से पूरा करते हैं और इसलिए ये इतने लोकप्रिय हैं।

लेखाचित्रों और रेखाचित्रों की परिसीमाएँ—इस प्रकार के सामग्री-उपस्थापन की पहली परिसीमा यह है कि बहुत से लोग इनके अभ्यस्त नहीं होते और सामान्यत इन्हे अधिक महत्व नहीं देते हैं। चित्रीय, रेखाचित्रीय और लेखाचित्रीय उपस्थापनों को गभीरता से नहीं लिया जाता, जबकि सारणी में दी गई सामग्री को गभीर और महत्वपूर्ण माना जाता है।

रेखा या लेखा-चित्रों के रूप में सामग्री का उपस्थापन करने के लिए बहुत सावधानी की आवश्यकता पड़ती है क्योंकि इसके बिना ये बहुधा भ्रामक सूचना देते हैं और गलत छाप छोड़ जाते हैं। विज्ञापक और राजनीतिज्ञ प्राय इस प्रकार के उपस्थापन का दुरुपयोग करते है और इस प्रकार लोगों को भ्रम में डालने का प्रयत्न करते हैं। इस कारण इन चित्रों का अध्ययन सारणियों के साथ करना चाहिये।

तीसरी परिसीमा यह है कि चित्र के रूप में वह सब सामग्री नहीं दी जा सकती जो एक उचित आकार की सारणी में प्रस्तुत की जा सकती है। लेखाचित्रों से अधिक यह बात रेखाचित्रों या चित्रों पर लागू होती है क्योंकि इनकी क्षमता और भी कम होती है। इसलिए एक सक्षिप्त सारणी को दिखाने के लिए कई चित्रों को बनाना आवश्यक हो जाता है।

चौथी परिसीमा यह है कि लेखा और रेखाचित्रों में इतनी परिशुद्धता लाना कठिन है जितना किसी सारणी में संभव है। कारण स्पष्ट है। सारणी में सूचना सख्याओं में दी जाती है जो सुनिश्चित है। परन्तु लेखा और रेखाचित्रों में पहली कठिनाई तो सुनिश्चित इकाई चुनने की होती है और अगर यह मिल भी गई तो शायद ही कोई व्यक्ति लेखा और रेखाचित्रों से ठीक-ठीक सूचना प्राप्त करने के लिए उन्हें नापता है।

अत में, लेखा और रेखाचित्र बनाने में सारणी की अपेक्षा कहीं अधिक समय लगता है।

लेखा और रेखा चित्र की इन परिसीमाओं को देने का उद्देश्य यह नहीं है कि सामग्री उपस्थापन की इस उपयोगी युक्ति का प्रोत्साहन न दिया जाय। ये केवल उन सावधानियों को महत्व देती हैं जिन पर लेखा और रेखाचित्र बनाते समय हमेशा ध्यान रखना चाहिए। यहाँ यह स्मरणीय है कि लेखा और रेखाचित्र सूचना में कोई वृद्धि नहीं करते और इसलिए वे सारणियों और विवरणों का प्रतिस्थापित नहीं करते हैं। इनका उपयोग केवल स्पष्टीकरण में होना चाहिए। इनको बनाने का काम किसी विज्ञ को ही देना चाहिए क्योंकि इनमें सामान्यतः सामग्री के कुछ अंगों पर बल दिया जाता है और इसलिए अनावश्यक और असंगत सूचना का महत्व देकर कोई वर्ग इन्हें भ्रामक बना सकता है।

लेखा और रेखाचित्रों के कार्य—लेखा और रेखाचित्र दो उद्देश्यों को पूरा करते हैं और ये ही इनके प्रयोजन भी हैं

(क) आकर्षक रूप से सामग्री का प्रस्तुत करके ये जटिल सामग्री को सरल और सुबोध बनाते हैं।

(ख) इनकी सहायता से सबंधित सामग्री का साथ-साथ रखकर तुलना आसानी से की जा सकती है।

लेखाचित्रीय उपस्थापन

रेखाचित्रों का उपयोग विशेषतः समय से सबंधित श्रेणियों और बारबारता बटनों (frequency distributions) का उपस्थापन करने में किया जाता है। इस प्रकार की सामग्री का लेखाचित्रण करने में आयत-यामो (rectangular co-ordinates) का उपयोग किया जाता है। सामग्री का निरूपण करने में पहले कागज पर दो रेखाएँ खींची जाती हैं जो एक दूसरे को ९०° के कोण पर काटती हैं अर्थात् एक दूसरे पर लम्ब होती हैं। क्षैतिज (horizontal) रेखा को य-अक्ष (x-axis) या भुजाक्ष (abscissa) और ऊर्ध्व (vertical) रेखा को र-अक्ष (y-axis) या कोटि-अक्ष (ordinate) कहते हैं (देखिये चित्र १)। जिस स्थान पर ये रेखाएँ एक दूसरे को काटती हैं उसे मूलबिन्दु (origin) कहते हैं। मूलबिन्दु दिखाने के लिए इस स्थान पर ० (या म) लिखा जाता है। चित्र में XX' य-अक्ष है और YY' र-अक्ष है और ० मूलबिन्दु है। ये रेखाएँ कागज को चार चरणों (quadrants) में बाँटती हैं। चित्र में इनकी संख्या क्रमशः I, II, III और IV है। जिस प्रकार किसी शहर में एक मकान की स्थिति जानने के लिए हम दो नामों का—सड़क और मकान के नम्बर का—ज्ञान होना चाहिए उसी प्रकार इस कागज पर किसी बिन्दु की स्थिति जानने के लिए भी हमें दो संख्याओं का ज्ञान होना चाहिए। पहली संख्या,

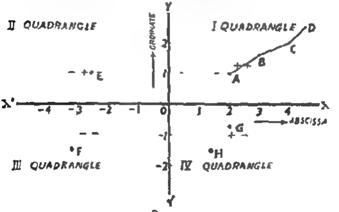
जिसे य-याम (*x-ordinate*) कहते हैं यह बताती है कि कोई बिन्दु र-अक्ष से कितनी दूर है और दूसरी, जिसे र-याम कहते हैं, यह बताती है कि यह बिन्दु य-अक्ष से कितनी दूर है। इन दो यामों को जान लेने से हम रेखाचित्र में बिन्दु की स्थिति जान सकते हैं। प्रथानुसार धन-संख्याएँ मूलबिन्दु की दाहिनी ओर और उसके ऊपर नापी जाती हैं और ऋण-संख्याएँ मूलबिन्दु के बाईं ओर और नीचे नापी जाती हैं। अगर य-याम धनात्मक है तो वह मूलबिन्दु ० से X की ओर नापा जाएगा, अगर ऋणात्मक है तो वह मूलबिन्दु ० से X' की ओर नापा जाएगा। इसी प्रकार अगर र-याम धनात्मक है तो यह ० से Y की ओर नापा जाएगा और अगर ऋण है तो ० से Y' की ओर नापा जाएगा। इस आधार पर हम निम्नलिखित नियमों को बनाते हैं।

(१) य-याम (पहली संख्या) धनात्मक और र-याम (दूसरी संख्या), धनात्मक-बिन्दु I चरण में होगा।

(२) य-याम ऋणात्मक, र-याम धनात्मक-बिन्दु II चरण में होगा।

(३) य-याम ऋणात्मक, र-याम ऋणात्मक-बिन्दु III चरण में होगा।

(४) य-याम धनात्मक, र-याम ऋणात्मक-बिन्दु IV चरण में होगा।



चित्र १

बिन्दुरेखा पत्र पर बिन्दु-अंकन

बिन्दु अंकन करने में निम्नलिखित बातें विचारणीय हैं।

(१) यह आवश्यक नहीं है कि मूलबिन्दु कागज के बीच में हो। यदि सब संख्यायें धनात्मक हैं तो केवल पहला चरण दिखाना ही पर्याप्त होगा। कागज पर केवल वे ही चरण बनाए जाने चाहिएँ जिनकी आवश्यकता हो। सब चरण बनाना कागज

को व्यर्थ करना है। जैसा आगे दिये हुए चित्रों से स्पष्ट हो जाएगा, मूलबिन्दु सामान्यतः कागज के किनारों पर होता है।

(२) प्रथा के अनुसार स्वतंत्र चर के मूल्य य-अक्ष पर और परतंत्र चर के मूल्य र-अक्ष पर दिखाये जाते हैं। स्वतंत्र और परतंत्र चर में भेद करना सब स्थितियों में संभव नहीं होता। ऐसी स्थितियों में वह सुविधानुसार निश्चित किया जाता है। परन्तु कुछ स्थितियों में यह बिना कठिनाई के निश्चित किया जा सकता है, जैसे काल-श्रेणी में काल हमेशा य-अक्ष पर दिखाया जाएगा क्योंकि काल किसी अन्य चर के मूल्य पर निर्भर नहीं करता। इसी प्रकार बारंबारता-बंटन में चर की नापें स्वतंत्र चर मानी जा सकती हैं।

(३) इसके बाद लेखाचित्र का पैमाना (scale) निश्चित करना होता है। उपयुक्त पैमाना कैसे निश्चित किया जाय, इस बारे में कोई नियम नहीं है। केवल इस बात का ध्यान रखना चाहिए कि सब अंक एक दिये हुये आकार के कागज में आ जायें और इसलिए पैमाना निश्चित करने में सामान्य बुद्धि का पूरा उपयोग करना चाहिए। अगर १८०० से १९५० तक के गेहूँ के मूल्यों की काल-श्रेणी का लेखाचित्र बनाना है तो १ वर्ष = १ इंच के पैमाने पर १२½ फिट लम्बे कागज की आवश्यकता पड़ेगी और यह लेखाचित्रण के उद्देश्य के विपरीत होगा। और न पैमाना १" = ५० वर्ष होना चाहिए क्योंकि ऐसा करने पर कुछ भी स्पष्ट न हो सकेगा। लेखाचित्रण में यह भी आवश्यक नहीं है कि सब स्थितियों में मूलबिन्दु चर के शून्य मूल्य को दिखाये। काल-श्रेणी में 'शून्य' कहीं भी नहीं दिखाया जा सकता। लेखाचित्र को सुस्पष्ट बनाने के लिए इस बात का भी ध्यान रखना चाहिए कि किसी प्रकार की पिचपिच न हो। इसलिए प्रत्येक बिन्दु को अंकित न करके कुछ अंतराल पर स्थित बिन्दुओं को अंकित करना चाहिए।

(४) इसके बाद बिन्दु-अंकन किया जाता है। जैसा बताया जा चुका है, बिन्दु-रेखा-पत्र पर कोई बिन्दु दो संख्याओं द्वारा निश्चित होता है या दो चरों का फलन (function of two variables) होता है। सांख्यिकीय श्रेणियों में भी कम से कम दो चर होते हैं। यह निश्चित कर लेने के बाद कि कौन चर य-अक्ष में और कौन र-अक्ष में दिखाया जाएगा, बिन्दु-अंकन किया जाता है। चित्र १ में निम्नलिखित बिन्दु दिखाये गये हैं

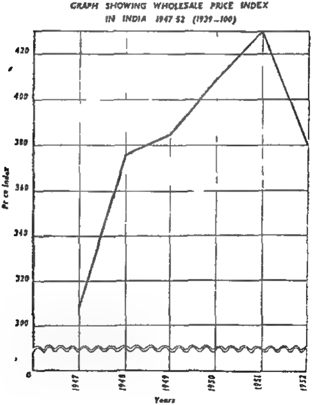
A	20, 10	E	−25, 10
B	30, 15	F	−30, −15
C	40, 20	G	20, −05
D	45, 25	H	15, −15

इनमें से प्रत्येक बिन्दु दो संख्याओं द्वारा बताया गया है, जैसे A बिन्दु २० और १० के द्वारा आदि। पहली संख्या य-अक्ष में नापी जाती है और दूसरी र-अक्ष

और पैमाना पुराना ही रखा जाता है। नीचे के उदाहरण में इस विधि को समझाया गया है।

उदाहरण—निम्नलिखित श्रेणी का लेखाचित्र बनाइए

वर्ष	थोक मूल्य सूचकांक (1939=100)	वर्ष	थोक मूल्य सूचकांक (1939=100)
1947	308	1950	409
1948	376	1951	430
1949	385	1952	380



चित्र २

चित्र २ में दिखाया गया है कि उपर्युक्त अंक किस प्रकार कूट आधार रेखा का उपयोग करके लेखाचित्र के रूप में दिखाये जाते हैं। इस चित्र में कूट-आधार रेखा

में दिखाई गई है। केवल एक रेखा खींचकर भी कूट आधार रेखा दिखाई जा सकती है। कूट आधार रेखा की उपयोगिता जानने के लिए पाठकों को इस चित्र के आकार का एक बिना कूट रेखा की सहायता किये हुए खींचा हुआ चित्र बनाना चाहिए और इस चित्र की चित्र २ से तुलना करनी चाहिए।

कूट-आधार रेखा का प्रचलन धीरे-धीरे कम हो रहा है क्योंकि अब यह अनावश्यक औपचारिकता समझा जाता है। जब कूट-आधार रेखा नहीं दिखाई जाती है, यह बात हमेशा पाद टिप्पणी में लिख दी जानी चाहिए।

कूट-आधार रेखा की सहायता से बनायें गये चित्रों का निरीक्षण सावधानी से किया जाना चाहिए नहीं तो ये भ्रामक हो सकते हैं। लेखाचित्रों का उपयोग दृष्टि-सहाय के रूप में होता है, परन्तु कूट-आधार-रेखा के होने पर विकृत छाप (distorted impression) बन सकती है। उदाहरणार्थ, मान लीजिए हम दो अंकों १,००० और १२५० को लेखाचित्र में कोटि अक्ष पर दिखाना चाहते हैं। यदि साधारण लेखाचित्र खींचा जाय तो इनका आनुपातिक संबंध १:१.२५ स्पष्ट रूप से सामने आता है। परन्तु यदि कूट-आधार-रेखा का उपयोग किया जाता है तो यह संबंध चित्र से लुप्त हो जाता है। इसी प्रकार यदि कूट-आधार रेखा का उपयोग न करके शीर्ष-पैमाने को ५०० से शुरू किया जाय तो अनुपात १:१.२५ न लगकर १:१.५ लगेगा। इस प्रकार कूट आधार-रेखा का उपयोग आनुपातिक संबंध का लोप कर देता है, और यदि शीर्ष पैमाना शून्य के अतिरिक्त किसी अन्य अंक से शुरू किया जाता है तो अनुपात बदल जाता है।

काल-श्रेणियों के लेखाचित्र

सतत काल श्रेणियों के लेखाचित्रों को कालिक चित्र (historigrams) भी कहते हैं। ये साधारण पैमाने पर या आनुपातिक पैमाने पर खींचे जा सकते हैं। पहले हम साधारण पैमाने पर विचार करेंगे और फिर अनुपात-पैमाने पर।

साधारण पैमाना (Natural scale)

इसके अन्तर्गत हम तीन स्थितियों पर विचार करेंगे, जिनके आधार पर तीन प्रकार के चित्र खींचे जा सकते हैं

१ एक चर के निरपेक्ष कालिक चित्र (absolute historigram of one variable)—ऐसे चित्र जिन में एक चर के वास्तविक मूल्यों को लेखाचित्र पर अंकित किया जाता है एक चर के निरपेक्ष रेखाचित्र कहलाते हैं।

२ दो या अधिक चरों के निरपेक्ष कालिक चित्र (absolute historigrams of two or more variables)—इन चित्रों में दो या अधिक

चरों के वास्तविक मूल्यों का रेखाचित्र बनाया जाता है। अगर ये चर सजातीय हैं तो इन्हें एक ही इकाइयों में दिखाया जा सकता है और कालिक अक्ष का पैमाना एक ही होता है, परन्तु यदि ये विजातीय हैं तो कोटि अक्ष के लिए विभिन्न पैमाना की आवश्यकता पड़ती है।

३ सूचकांक कालिक चित्र (index historigrams)—यदि हम चर के प्रतिशत परिवर्तनों का अध्ययन करना चाहते हैं तो निरपेक्ष राशियों के स्थान पर सूचकांक का उपयोग करते हैं। इस प्रकार के चित्र जिन में सूचकांक दिखायें जाते हैं सूचकांक कालिक चित्र कहलाते हैं। सूचकांक कालिक चित्रों में भी एक या अधिक चर दिखाये जा सकते हैं। चित्र २ एक चर का सूचकांक कालिक चित्र है और भारत में १९४७-५२ के थोक मूल्यों के सूचकांक दिखाता है। इस चित्र से हम जानते हैं कि १९४८ के मूल्य १९४७ के मूल्यों के आधार वर्ष की तुलना में ६८% अधिक थे। इस प्रकार एक या अधिक प्रकार की घटनाओं के आपस के या स्वयं के परिवर्तनों को किसी निश्चित तिथि से संबंधित करके सापेक्ष रूप में जाना जा सकता है। सांख्यिकीय अध्ययनों में हम निरपेक्ष की अपेक्षा सापेक्ष परिवर्तनों को अधिक महत्व देते हैं और इसलिए सूचकांक कालिक चित्र बहुत उपयोगी हो जाते हैं।

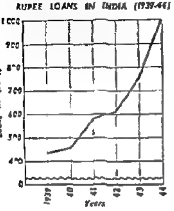
अब हम एक उदाहरण देकर इन कालिक चित्रों को अंकित करेंगे। हमें निम्न लिखित सामग्री के रेखाचित्र बनाने हैं

भारत में रुपया-उधार अल्पबचत (१९३९-४४)

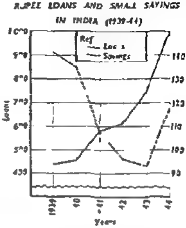
वर्ष	रुपया उधार	सूचकांक	अल्प बचत	सूचकांक
1	2	3	4	5
1939	438	100 0	141	100 00
1940	450	102 8	139	98 63
1941	577	131 [illegible]	109	77 27
1942	612	139 6	96	68 08
1943	749	171 0	93	65 92
1944	1 000	230 7	118	83 75

चित्र ३ में रुपया-उधार का निरपेक्ष कालिक चित्र दिया गया है जो कालम १ और २ से बनाया गया है। चित्र ४ दो चरों—रुपया उधार और अल्प बचत—का निरपेक्ष कालिक चित्र है और कालम १ २ और ४ से बनाया गया है। चित्र ५ रुपया उधार का एक सूचकांक कालिक चित्र है और कालम १ और ३ से बनाया गया है। चित्र ६ दो चरों—रुपया उधार और अल्प बचतों—का सूचकांक कालिक चित्र है

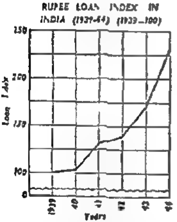
और कॉलम १, ३ और ५ से बनाया गया है। यहाँ यह स्पष्ट होना चाहिए कि कॉलम ३ और ५ के अंक क्रमशः कॉलम २ और ४ के अंकों पर आधारित हैं।



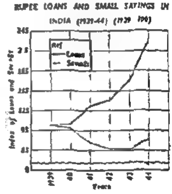
चित्र ३



चित्र ४



चित्र ५



चित्र ६

अनुपात-पैमाना (ratio scale)

अब तक जो कालिक चित्र खींचे गए हैं उनका पैमाना साधारण था अर्थात् चित्र में बराबर दूरियों के लिए बराबर इकाइयों का अन्तर होता था। दूरियाँ समांतर श्रेणी में थीं। यह पैमाना निरपेक्ष परिवर्तन दिखाने के लिए उपयुक्त है। अनुपात-

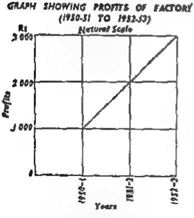
पैमाना गुणोत्तर-श्रेणी के अनुसार होता है। साधारण पैमाने में बराबर दूरियाँ १, २, ३, ४ आदि अंकों से और अनुपात पैमाने में बराबर दूरियाँ १, २, ४, ८ .. आदि अंकों से दिखाई जाती हैं। एक अनुपात पैमाना सापेक्ष परिवर्तनों को दिखाता है। चित्र ७ और ८ साधारण पैमाने और अनुपात पैमाने का अन्तर दिखाते हैं।

यहाँ यह स्मरणीय है कि केवल कोटि-अक्ष 'र' या 'y' का पैमाना साधारण या अनुपात पैमाने में दिखाया जाता है। जहाँ तक भ-अक्ष की बात है, जो काल या माप बताता है, वह हमेशा साधारण पैमाने में दिखाया जायगा। अनुपात पैमाने के संबंध में एक दूसरी महत्त्वपूर्ण बात यह है कि चूँकि प्रत्येक अनुगामी (successive) पद पहले का दुगुना होता है, इसलिए यह कभी ० से शुरू नहीं होता।

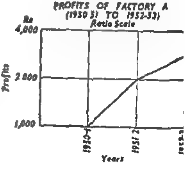
अनुपात-पैमाने का उपयोग करने पर उपस्थापन में जो अंतर आता है वह निम्न लिखित उदाहरण और चित्रों से स्पष्ट हो जाएगा।

एक फर्म के लाभ

वर्ष	लाभ	वृद्धि%
1950-51	1,000	..
1951-52	2,000	100
1952-53	3,000	50



चित्र ७



चित्र ८

उपर्युक्त सामग्री चित्र ७ और ८ में साधारण और अनुपात पैमाने में दिखायी गयी है। चित्र ७ दिखाता है कि लाभ समान दर से बढ़ रहे हैं, जब कि चित्र ८

बताता है कि वे बढ़ तो रहे हैं, पर बढ़ने की दर कम हो गई है। अगर सामग्री का सावधानी से निरीक्षण किया जाय तो देखा जाएगा कि १९५१-५२ और १९५२-५३ की दर १९५०-५१ और १९५१-५२ की दर की आधी है। यह सच है कि दो दशाओं में लाभ में बराबर, अर्थात् १००० रुपये की, वृद्धि हुई है, परन्तु वास्तव में महत्त्वपूर्ण आनुपातिक वृद्धि है, साधारण वृद्धि नहीं।

लघुगणकीय लेखाचित्र (Logarithmic graph)—यदि हम कई वर्षों के परिवर्तन की दर का सापेक्ष अध्ययन करना चाहें, तो लघुगणकीय कालिक चित्र बनाए जाते हैं। यह दो प्रकार से किया जा सकता है।

१ दी हुई राशियों को एक विशेष प्रकार के लेखा पत्र पर, जिसे लघुगणकीय लेखा-पत्र कहते हैं अंकित करना।

२ दी हुई राशियों के लघुगणकों को साधारण पैमाने के अनुसार अंकित करना।

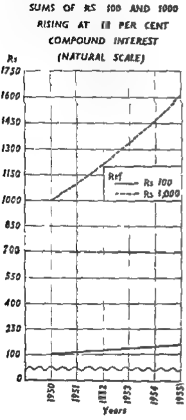
पहली विधि सरल है। इस लेखा-पत्र की रेखाएँ विशेष प्रकार की होती हैं और अनुपात-पैमाने के सिद्धान्त के अनुसार खिंची रहती हैं। इस विधि में हम वास्तविक संख्याओं को अंकित कर सकते हैं और उनकी तुलना कर सकते हैं। परन्तु इस प्रकार के लेखा-पत्र साधारणत नहीं मिलते। इसलिए दूसरी विधि का प्रयोग करना पड़ता है।

उदाहरण निम्नलिखित सारणी में दो राशियां १०० रु० और १००० रु० १०% चक्रवृद्धि की दर से बढ़ती है

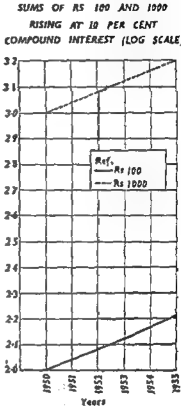
वर्ष	वर्षारंभ में १००/-का मूल्य	स्तंभ २ की राशियों के लघुगणक	वर्षारंभ में १०००/-का मूल्य	स्तंभ ४ की राशियां के लघुगणक
1	2	3	4	5
1950	100 000	2 0000	1,000 00	3 0000
1951	110 000	2 0414	1,100 00	3 0414
1952	121 000	2 0828	1,210 00	3 0828
1953	133 100	2 1239	1,331 00	3 1239
1954	146 410	2 1644	1,464·10	3 1644
1955	161 051	2 2068	1,610 51	3 2068

चित्र ९ में साधारण पैमाने में चक्रवृद्धि दर पर राशियाँ दिखाई गई हैं। १०००रु० का वक्र बाद में अधिक ढालू हो जाता है, जो इस बात का सूचक है कि बाद में ब्याज की दर बढ़ जाती है। परन्तु हम जानते हैं कि यह सच नहीं है। चित्र १० में ये वक्र

लघुगणकीय पैमाने में दिखाए गए हैं। १००० रु० और १०० रु० वाले वक्र एक दूसरे के समान्तर हैं और यह बताते हैं कि राशि के बढ़ने की दर बराबर है।



चित्र ९



चित्र १०

अनुपात-पैमाने के उपयोग—यदि हम वृद्धि की दर का अध्ययन कर रहे हैं तो एक अनुपात-रेखाचित्र जो या तो गुणोत्तर श्रेणी में या लघुगणकीय पैमाने पर खींचा गया है, वस्तु-स्थिति का सही चित्र प्रस्तुत करता है। सूचकांक कालिक चित्र भी लघुगणकीय पैमाने पर दिखाये जाने चाहिएँ। सूचकांक स्वयं आनुपातिक परिवर्तनों का अध्ययन करते हैं और इसलिए इन्हें ऐसे पैमाने पर दिखाना चाहिए जो इस विशेषता पर बल दे।

अनुपात-पैमाने का उपयोग दीर्घकालीन उपनति (trend) का अध्ययन करने में भी किया जाता है और पूर्वानुमान एवं बाह्यगणन (extrapolation) के लिए ये विशेष उपयोगी हैं। लेखाचित्र में दिए गए वक्र को आगे बढ़ा कर दिए हुए वर्ष के संगत मूल्य को जाना जा सकता है।

परन्तु, इसका उपयोग करने से पहले इसकी परिसीमाओं का ध्यान रखना चाहिए। गुणोत्तर श्रेणी में बढ़ने वाले या लघुगणकीय पैमाने की कल्पना ऐसी नहीं है कि सर्वसाधारण उसे कर सके। इसकी दूसरी परिसीमा यह है कि शून्य या ऋणात्मक राशियाँ इसमें नहीं दिखाई जा सकतीं। गुणोत्तर श्रेणी अगर शून्य या ऋणात्मक संख्याएँ होंगी तो सब संख्याएँ शून्य या ऋणात्मक होंगी। लघुगणकीय पैमाने में इनके कोई अर्थ नहीं है।

बारंबारता बंटनों के लेखाचित्र

हम बता चुके हैं कि श्रेणियाँ तीन प्रकार की होती हैं (१) एकैक निरीक्षणों की श्रेणी, (२) खंडित श्रेणी, और (३) सतत श्रेणी। प्रथानुसार एकैक निरीक्षणों की श्रेणी को बारंबारता बंटन नहीं कहा जाता, परन्तु पारिभाषिक अर्थों में यह भी एक प्रकार का बारंबारता बंटन है जिसमें प्रत्येक पद की बारंबारता १ है। बारंबारता बंटनों के लेखाचित्र बनाने की निम्नलिखित विधियाँ हैं :

(क) एकैक निरीक्षणों की श्रेणी

यदि एकैक पदों से सबंधित किसी भी सामग्री को लेखाचित्र के रूप में उपस्थापित करना है तो उन्हें परिमाणानुसार आरोही या अवरोही क्रम में व्यवस्थित करना चाहिए और इसके बाद इन्हें लेखा कागज पर अंकित करना चाहिए। उदाहरण के लिए, हम २० लड़कों के प्राप्तांकों को अंकित कर रहे हैं

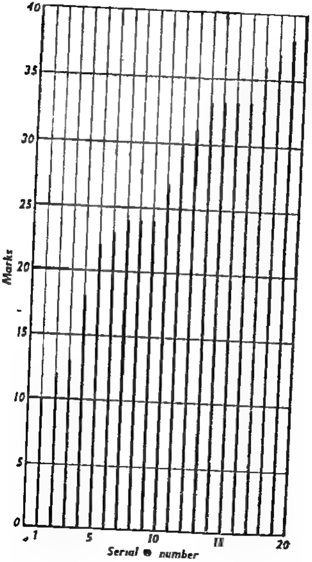
क्रम संख्या	प्राप्तांक	क्रम संख्या	प्राप्तांक	क्रम संख्या	प्राप्तांक	क्रम संख्या	प्राप्तांक	क्रम संख्या	प्राप्तांक
1	10	5	22	9	24	13	33	17	36
2	12	6	23	10	27	14	33	18	37
3	13	7	24	11	30	15	33	19	38
4	18	8	24	12	31	16	33	20	40

चित्र ११ में उपर्युक्त सामग्री को अंकित किया गया है। अंकन-विधि स्वतः स्पष्ट है।

(ख) खंडित श्रेणी

खंडित श्रेणियाँ रेखा या दंड बारंबारता चित्रों (line or bar frequency diagrams) द्वारा निरूपित की जाती हैं। इस प्रकार के चित्र बनाने में पद का

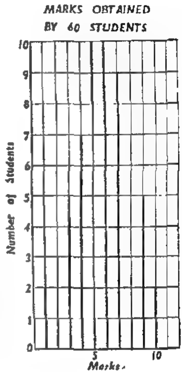
MARKS OBTAINED BY 20 STUDENTS
IN A CLASS TEST IN ECONOMICS



चित्र ११

मूल्य क्षैतिज पैमाने पर किया जाता है और बारबारता शीर्ष पैमाने पर। उदाहरण के लिए हम निम्नलिखित सामग्री को चित्र में प्रस्तुत कर रहे हैं

प्राप्तांक	विद्यार्थियों की संख्या	प्राप्तांक	विद्यार्थियों की संख्या
1	2	6	10
2	3	7	9
3	5	8	7
4	7	9	5
5	10	10	2



चित्र १२

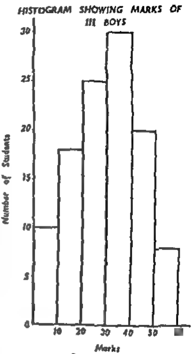
यह सामग्री रेखा या दंड चित्र के रूप में चित्र १२ में दिखाई गई है। यदि आवश्यकता समझी जाय तो बारबारता दिखाने वाली रेखाएँ अधिक मोटी बनाई जा सकती हैं, जिससे वे अधिक प्रमुख लगने लगें।

चित्र ११ एकैक निरीक्षणों की श्रेणी का चित्र है और चित्र १२ एक खंडित श्रेणी का चित्र है। ये दोनों चित्र उसी प्रकार के हैं जैसी ये श्रेणियाँ हैं। चित्र ११ में प्रत्येक रेखा की लम्बाई विद्यार्थी द्वारा प्राप्त किए गए अंक बताती है और चित्र १२ में प्रत्येक रेखा की लम्बाई दिए हुए अंक प्राप्त करने वाले विद्यार्थियों की संख्या बताती है।

(ग) संतत श्रेणी

(१) बारबारता चित्र (Histogram)—यदि पद वर्ग-अंतरालों में दिए गए हैं, तो बिन्दुओं को आधार मान कर चित्र नहीं खींचे जाने चाहिएँ बल्कि पूरे वर्ग-अंतराल को आधार मानना चाहिए। इन चित्रों में भी वर्ग की ऊँचाई वर्ग-बारबारता बताती है। इस प्रकार के चित्रों को बारबारता-चित्र या आयताकार चित्र (rectangular diagram) कहते हैं। चित्र १३ में एक बारबारता चित्र दिया गया है जो निम्नलिखित सामग्री को निरूपित करता है

प्राप्तांक	विद्यार्थियों की संख्या	संचयी बारंबारता
0—10	10	10
10—20	18	28
20—30	25	53
30—40	30	83
40—50	20	103
50—60	8	111



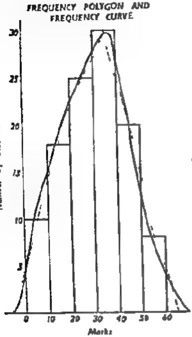
चित्र १३

इस बारंबारता चित्र का निरीक्षण करने पर हम विभिन्न वर्गों के सापेक्षिक महत्त्व का ज्ञान पाते हैं। परन्तु, इससे सातत्य (continuity) का बोध नहीं होता, जबकि सतत श्रेणी इसी के लिए बनाई जाती है। दूसरा दोष यह है कि बारंबारता चित्र से ऐसा प्रतीत होता है जैसे १० विद्यार्थियों को ० से १० तक अंक मिले हैं। परन्तु प्रत्येक विद्यार्थी को विभिन्न अंक मिलते हैं।

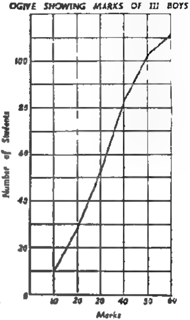
(२) बारंबारता बहुभुज (Frequency polygon)—उपर्युक्त कठिनाई को दूर करने के लिए बारंबारता बहुभुज बनाया जाता है। इसमें यह मान लिया जाता है कि बारंबारताएँ वर्ग के मध्य में केन्द्रित हैं और इन बिन्दुओं को जोड़ कर जो आकृति बनती है उसे बारंबारता-बहुभुज कहते हैं। बारंबारता-बहुभुज के अन्तर्गत क्षेत्र लगभग उतना ही होता है जितना बारंबारता चित्र के अन्तर्गत आने वाला क्षेत्र। चित्र १४ में बिन्दु-रेखा बारंबारता-बहुभुज दिखाती है।

(३) बारंबारता वक्र (frequency curve)—बारंबारता बहुभुज भी सातत्य का बोध नहीं देता क्योंकि प्रत्येक बिन्दु पर रेखाएँ कोण बना कर मिलती हैं। इन कोणों को दूर करने के लिए यह आवश्यक हो जाता है कि इसका सरलन (smoothing) किया जाय। चित्र १४ में सरलित वक्र दिखाया गया है। वक्र-सरलन के कोई निश्चित नियम नहीं हैं और विभिन्न व्यक्ति इसे सम्भवतः अलग अलग प्रकार से करेंगे। हाँ इस बात का ध्यान रखना चाहिए कि वक्र जितना सरल हो सके उतना सरल बनाया जाय, परन्तु वह बहुभुज से बहुत अधिक विचलित न हो।

वारवारता-वक्र बनाने के लिए हम पहले वारवारता चित्र, फिर वारवारता-बहुभुज और अंत में वारवारता-वक्र खींचते हैं।



चित्र १४



चित्र १५

संचयी वारवारता वक्र—तोरण (Cumulative frequency curves—Ogives)—एक वारवारता वक्र में और संचयी वारवारता वक्र में यह अन्तर है कि पहले में पूरे वर्ग के लिए वारवारता अंकित करते है, परन्तु दूसरे में संचयी वारवारता वर्ग-अंतराल की अपर-सीमा पर अंकित की जाती है। चित्र १५ संचयी वारवारता वक्र का (जिसे तोरण भी कहते है) उदाहरण है। इसमें १११ विद्यार्थियों के प्राप्तांकों से संबंधित सामग्री दिखायी गई है।

संचयी वारवारता वक्र का मुख्य लाभ यह है कि इसके द्वारा मध्यका (median) चतुर्थक (quartiles), दशमक (deciles) आदि का अध्ययन लेखाचित्र से किया जा सकता है। इसकी सहायता से हम यह भी जान सकते हैं कि कितने पद ऐसे हैं जिनका मूल्य किसी दिए हुए स्तर से कम या अधिक है। यहाँ हम केवल

तोरण बनाने की विधि पर विचार कर रहे हैं। आगामी अध्याय में इसके उपयोग पर विचार किया जायगा।

रेखाचित्रीय उपस्थापन

रेखाचित्रीय उपस्थापन की कई रीतियाँ हैं, जिनका संक्षिप्त विवरण नीचे दिया जा रहा है। ये रीतियाँ निम्नलिखित वर्गों में बाँटी जा सकती हैं :

१ एक-विस्तारी रेखाचित्र (one-dimensional diagrams)—यदि चर के परिवर्तनों के अनुसार रेखाचित्र के केवल एक विस्तार में परिवर्तन किया जाता है तो वह एक-विस्तारी रेखाचित्र है। इस श्रेणी के रेखाचित्रों के उदाहरण हैं रेखा और दंड चित्र। दंड चित्र या तो सरल हो सकते हैं या अन्तर्विभक्त।

२ द्वि-विस्तारी रेखाचित्र (two dimensional diagrams)—चर के मूल्यों में परिवर्तन होने पर जब चित्र को दो विस्तारों में परिवर्तन करना होता है, तब उसे द्वि-विस्तारी रेखाचित्र कहते हैं, जैसे आयताकार या वर्ग चित्र।

३ त्रि-विस्तारी रेखाचित्र (three dimensional diagrams)—जहाँ सामग्री को उपस्थापित करने के लिए चित्र के तीनों विस्तारों का उपयोग किया जाता है, उसे त्रि-विस्तारी रेखाचित्र कहते हैं जैसे घन, रम या गोल चित्र आदि।

४ वृत्त चित्र (circular diagrams)—इन चित्रों में वृत्त के क्षेत्रफल में चर के मूल्यों के अनुसार परिवर्तन किया जाता है। ये द्वि-विस्तारी चित्रों के अन्तर्गत आते हैं और सरल या अन्तर्विभक्त दोनों प्रकार के हो सकते हैं।

५ चित्र और नक्शे (pictures and maps)—इनमें सामग्री चित्रों के रूप में या नक्शों में दिखाई जाती है।

एक प्रकार की सामग्री एक से अधिक प्रकार के चित्रों के द्वारा निरूपित की जा सकती है और साधारणतः यह निश्चित करना कठिन होता है कि कौन सबसे उपयुक्त रीति होगी। नीचे कुछ उदाहरण लेकर प्रत्येक विधि से रेखाचित्र बनाना बताया गया है। किस रीति का उपयोग किया जाय, यह निश्चित करने के लिए केवल इस बात का ध्यान रखना पर्याप्त होगा कि चित्र प्रभावोत्पादक होने चाहिएँ।

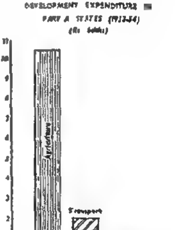
रेखाचित्र बनाने के नियम—रेखाचित्र बनाने के कुछ नियमों का सामान्य प्रयोग किया जा सकता है और वे नियम इस शीर्षक के अन्तर्गत दिये जा रहे हैं। यह निश्चित करने के लिए कि कौन सा रेखाचित्र सब से उपयुक्त होगा इस बात को सदैव स्मरण रखना चाहिए कि रेखाचित्र ऐसा हो जो सामग्री को सर्वाधिक सत्यता से निरूपित कर सके। रेखा चित्र उपयुक्त आकार का होना चाहिए क्योंकि यह एक दृष्टि सहाय है। वह शीघ्रता से ध्यान आकर्षित करने वाला होना चाहिए। प्रत्येक चित्र के

साथ उसका पैमाना दिया जाना चाहिए जिससे सामग्री का परिमाण जाना जा सके। प्रत्येक रेखाचित्र का मोटे अक्षरो में एक उपयुक्त शीर्षक होना चाहिए जो यह बताये कि चित्र किस के बारे में है। यदि सुविधाजनक हो तो रेखा चित्र में रगों का उपयोग भी किया जा सकता है। चित्र सुन्दर होना चाहिए। इसके लिए सफाई, सुलेख आदि पर ध्यान रखना चाहिए।

(क) एक-विस्तारी चित्र

(१) सरल दंड चित्र (simple bar diagram)—इन चित्रो में दड की ऊँचाई या लबाई में सामग्री के अनुसार परिवर्तन होते हैं। सब दड एक ही आधार पर बनाए जाते है। इन्हें एक दूसरे से अलग करने के लिए इन के बीच में जगह छोडनी चाहिए।

सरल दड चित्र उन सामग्री के लिए सबसे अधिक उपयुक्त है जो या तो स्थानीय श्रेणी के रूप में हो या जिस में 'सपूर्ण' के भागो पर विचार किया जा रहा हो, परन्तु 'सपूर्ण' को दिखाना आवश्यक न हो। नीचे एक उदाहरण दिया जा रहा है।



चित्र १६

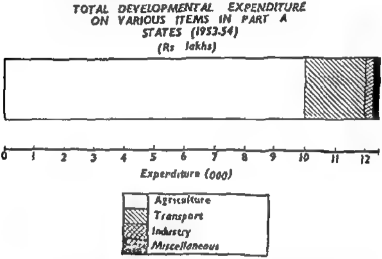
भारतीय सघ के भाग क राज्यो का विकास व्यय (लाख रु० में) १९५३-५४ में निम्नलिखित था

1.	कृषि	10,231
2	परिवहन	2,052
3	उद्योग	235
4	विविध	160 (लगभग)

चित्र १६ उपर्युक्त सामग्री को सरल दड चित्रो के रूप में दिखाता है। ये दड या तो खाली छोडे जा सकते है या इन्हे रगा या भरा जा सकता है। इन दडो की मोटाई बराबर होनी चाहिए। यदि कोई मूल्य ठीक-ठीक मालूम नही है तो उसकी ऊपरी रेखा सीधी न खींचकर टेढ़ी-मेढ़ी खींची जाती है जिसका अर्थ यह है कि दड खुला हुआ है (चित्र में विविध वाला दड देखिये)।

२ (क) निरोक्ष आधार पर अर्न्तविभक्त दंड चित्र (sub-divided bar diagrams on absolute basis)—ये चित्र सपूर्ण और उसके भागो

को एक ही चित्र में निरूपित करते हैं। सरल दंड चित्र भागों के एक दूसरे से संबंध को दिखाते हैं परन्तु इनका दोष यह है कि ये संपूर्ण का भागों से संबंध नहीं दिखाते। यदि उपर्युक्त सूचना के साथ यह भी दिया गया हो कि कुल व्यय १२,६७८ लाख रुपया था, तो एक ऐसा रेखाचित्र बनाना पड़ेगा जो संपूर्ण और भागों को दिखाए। ऐसी स्थितियों के लिए अन्तर्विभक्त दंड चित्र उपयुक्त है। चित्र १७ एक अन्तर्विभक्त दंड चित्र दिखाता है। इसमें पूरा दंड कुल व्यय दिखाता है और उसके भाग विभिन्न मदों पर किए गए व्यय दिखाते हैं।



चित्र १७

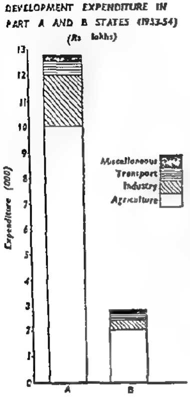
इसी प्रकार एक से अधिक अन्तर्विभक्त दंड बनाए जा सकते हैं। यदि उपर्युक्त सूचना के साथ साथ निम्नलिखित सूचना भी दी गई हो तो एक से अधिक अन्तर्विभक्त दंड बनाए जा सकते हैं

भाग ख राज्यों का व्यय
(लाख रुपया में)

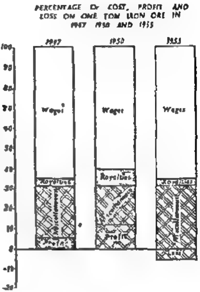
1	कृषि	2,171
2.	परिवहन	274
3.	उद्योग	323
4	विविध	9
	कुल	2,777

चित्र १८ में सब सूचना निरूपित की गई है।

(२) (ख) प्रतिशत आधार पर अन्तर्विभक्त दंड चित्र (sub-divided bars on percentage basis)—रेखाचित्रीय निरूपण का एक मुख्य कार्य



चित्र १८



चित्र १९

सामग्री को तुलना योग्य बनाना है। चित्र १८ मे दी गई सामग्री के आधार पर तुलना करना कभी कभी भ्रामक हो सकता है। अगर उचित तुलना करनी है तो सामग्री को एक ही आधार पर रखना चाहिए। इसलिए समस्त (aggregates) को बताने वाली मदें समस्त के प्रतिशतों के रूप में व्यक्त की जाती हैं। दंडों की ऊँचाई या लम्बाई बराबर होती है क्योंकि वे सब प्रत्येक स्थिति में १०० दिखाती हैं। इन दंडो के विभाग प्रतिशतों के आधार पर किए जाते है। इस प्रकार विभिन्न मदों की तुलना करना आसान और स्पष्ट हो जाता है। उदाहरण के लिए

हम निम्नलिखित सामग्री को प्रतिशत के आधार पर अर्न्तविभक्त दड चित्रा द्वारा निरूपित कर रहे हैं।

	कच्चे लोह की उत्पादन लागत		
	1947	1950	1955
	रु०	रु०	रु०
प्रति टन लागत—			
मजदूरी	127 4	60 0	79 5
अधिशुल्क	5 6	8 0	5 0
विविध	54 [illegible]	20 5	45.1
कुल	187 6	88 5	129 6
प्रति टन आगम	199 1	100 0	121 6
लाभ (+) या हानि (—) प्रति टन	+11 5	+11 5	—8 0

चित्र बनाने से पहले यह आवश्यक है कि उपर्युक्त सामग्री का प्रतिशतों के रूप में रखा जाय जैसा नीचे किया गया है।

	1947		1950		1955	
	रु०	प्रतिशत	रु०	प्रतिशत	रु०	प्रतिशत
प्रति टन आगम	199 1	100	100	100	121 [illegible]	100
प्रति टन लागत →						
मजदूरी	127 4	64	60 0	60	79 5	[illegible]
अधिशुल्क	5 6	3	8 0	8 0	5 0	4
विविध	54 6	27	20 5	20 5	45 1	37
कुल	187 6	94	88 5	88 5	129 6	106
लाभ या हानि	11 5	6	11 5	11 5	—8 0	—6

उपर्युक्त अंका से ज्ञात होगा कि १९४७ और १९५० के कुल लाभ बराबर है परन्तु १९४७ में लाभ कुल आगम के केवल ६% है जबकि १९५० में ११ ५% है जो १९५० का लगभग दूना है। यह विशेषता केवल प्रतिशतों के आधार पर बनाए गए अर्न्तविभक्त दड चित्रो द्वारा ही दिखाई जा सकती है। चित्र १९ इस को निरूपित करता है।

(ख) द्वि-विस्तारी चित्र

(१) आयत चित्र (rectangular diagrams)—इन रेखाचित्रा में आयतो की ऊँचाई उसी अनुपात में बदलती है जिसमें सामग्री बदलती है। इन में और प्रतिशतो क आधार पर बनाए गए चित्रो में यह अन्तर है कि इनमें आयता की चौडाइ समस्त के अनुपात में होती है।

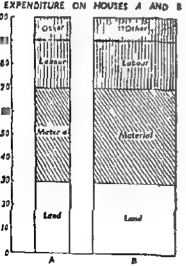
यदि आयत चित्रों के द्वारा सामग्री को निरूपित करना है तो ऐसे आयत बनाए जाते हैं जिनकी चौड़ाई के अनुपात समस्त के अनुपातों के बराबर होते हैं। इनकी ऊँचाई उपयुक्त पैमाने पर समस्त के भागों को उसकी प्रतिशत के रूप में दिखाते हैं। नीचे इसका उदाहरण दिया जा रहा है।

दो मकान A और B का निर्माण क्रमश १०,००० रु० और २५,००० रु० व्यय करके किया गया है। व्यय की विविध मदें निम्नलिखित हैं

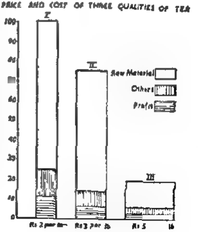
		A	B
जमीन	..	3,000	8,000
सामान		4,000	9,000
मजदूरी		2,000	5,000
अन्य	...	1,000	3,000

उपर्युक्त चित्र बनाने से पहले ये राशियाँ प्रतिशतों के रूप में दी जायेंगी

	A		B	
	व्यय	प्रतिशत	व्यय	प्रतिशत
जमीन	3,000	30	8 000	32
सामान	4,000	40	9 000	36
मजदूर	2,000	20	5,000	20
अन्य	1,000	10	3 000	12



चित्र २०



चित्र २१

चित्र २० में उपर्युक्त सामग्री को द्वि-विस्तारी चित्र द्वारा दिखाया गया है।

बिना प्रतिदातों के भी द्वि-विस्तारी चित्र बनाए जाते हैं। इन में आयत की लम्बाई एक तथ्य को और चौड़ाई दूसरे तथ्य को निरूपित करती है। निम्नलिखित अंक चाय के मूल्य, लागत और राशि को बताते हैं

	I प्रकार	II प्रकार	III प्रकार
मूल्य प्रति पौ० (रु०)	2	3	5
बेची गई राशि (पौ०)	100	75	20
कच्चा माल (रु०)	150	175	70
अन्य व्यय (रु०)	25	30	20
लाभ (रु०)	25	20	10

चित्र २१ में एक द्वि-विस्तारी चित्र द्वारा उपर्युक्त सामग्री का निरूपण किया गया है।

(२) वर्ग-चित्र (square diagrams)—यदि ऐसी सामग्रियों की तुलना करनी है जिनका एक दूसरे से अनुपात बड़ा है, तो आयत-चित्र अनुपयुक्त हो जाते हैं। ऐसी स्थितियों में वर्ग-चित्रों का प्रयोग किया जाता है। वर्ग चित्र बनाने की रीति यह है कि पहले राशियों का वर्गमूल ले लिया जाता है। इन वर्ग संख्या के अनुपात में वर्गों की भुजाओं की लम्बाइयाँ निश्चित की जाती हैं। इन भुजाओं पर जो वर्ग बनते हैं, वे सामग्री को निरूपित करते हैं।

वर्ग-चित्र बनाने में दो बातों का ध्यान रखना चाहिए (१) सब वर्गों का आधार एक सीध (एक काल्पनिक सरल रेखा पर) होना चाहिए। (२) रेखाचित्र के साथ उसका पैमाना अवश्य दिया जाना चाहिए।

उदाहरण : निम्नलिखित अंक भाग क राज्यों द्वारा किए गए १९५३-५४ के विकास व्यय दिखाते हैं

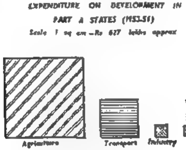
	(लाख रु०)
कृषि	10,231
परिवहन	2,052
उद्योग	235
विविध	160

हमें इन्हें वर्ग-चित्रों द्वारा निरूपित करना है।

सबसे पहले इनके वर्गमूल निकाले जाते हैं जो नीचे दिये गए हैं·

	रु० (लाख)	वर्गमूल	वर्ग की भुजा (से०मी०) • कॉलम ३—२५
1	2	3	4
कृषि	10,231	100 9	4 036
परिवहन	2,052	45 29	1 812
उद्योग	235	15 35	0 6144
विविध	160	12 56	0 506

चित्र २२ में उपर्युक्त राशियाँ वर्गों के द्वारा निरूपित की गई हैं।

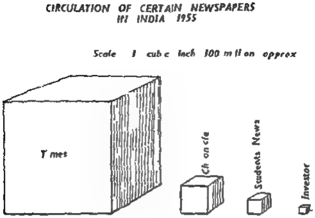


चित्र २२

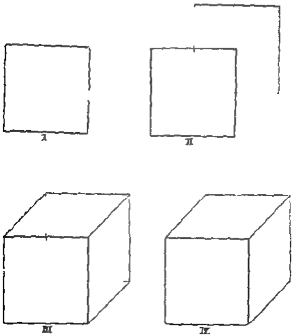
(ग) त्रिविस्तारी चित्र—घन

कई बार सामग्री ऐसी होती है कि उसके अधिकतम और न्यूनतम में बहुत बड़ा अन्तर होता है। ऐसी स्थितियों में तुलना करने के लिए दंड या वर्ग चित्र अनुपयुक्त होते हैं। इसलिए त्रि-विस्तारी चित्रों का उपयोग किया जाता है। अब तक हमने जिन रेखाचित्रों का वर्णन किया है। वे पृष्ठ चित्र (surface-diagrams) कहलाते हैं, परन्तु त्रि-विस्तारी चित्रों में हमें लम्बाई चौड़ाई और ऊँचाई, तीनों पर विचार करना पड़ता है। इसलिए ये परिमाचित्र (volume diagram) भी कहलाते हैं। इन्हें बनाने की विधि सरल है। पहले दी हुई राशियों का घनमूल निकाल लिया जाता है। ये घनमूल या इनके अनुपातिक राशियाँ घनों की भुजाएँ बनाती हैं।

उदाहरण निम्नलिखित सामग्री १९५५ में भारत में कुछ समाचार-पत्रों का प्रचलन बताती है


CIRCULATION OF CERTAIN NEWSPAPERS
IN INDIA 1955
Scale 1 cub c inch 100 m ll on approx
T mes
Ch on cle
Students News
Investor

चित्र १३


I
II
III
IV

चित्र ४

समाचार पत्र	चलन (000)	घनमूल	घन की भुजा (कॉलम 3÷100)
(1)	(2)	(3)	(4)
दी टाइमस	12,11,900	106 7	1 067
दी क्रोनिकल	35,600	32 96	3296
दी स्टूडेन्ट्स् न्यूज	1,200	10 62	1062
दी इनवेस्टर	250	6 29	0629

चित्र २३ में दिए गए चार घन इस सामग्री का निरूपण करते हैं। जैसा कि चित्र देखने से स्पष्ट हो जाएगा, ये चित्र प्रचलन का अच्छा तुलनात्मक निरूपण करते हैं। घन बनाने की रीति आसान है और चार क्रियाओं में की जा सकती है (१) एक वर्ग बनाइये जिसकी भुजाएँ दिए हुए घन की भुजा के बराबर हैं। (२) एक ऐसा ही दूसरा वर्ग इस प्रकार बनाइये कि उसका बायां निचला कोना पहले वर्ग के ठीक बीच में हो और दोनों वर्गों की सगत भुजाए समानान्तर हों। (३) वर्गों के ऊपर के बाये कोनो को और नीचे के दाहिने कोनो को मिलाइये। (४) खंडित रेखा द्वारा दिखाई गई भुजाओं को मिटा दीजिए। ये चारों क्रियाये चित्र २४ में दिखाई गई है। घनों को रगा या खाली छोड़ा जा सकता है। प्रत्येक चित्र के साथ पैमाना देना आवश्यक है।

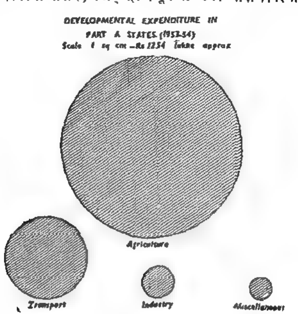
(घ) वृत्त चित्र

(१) वृत्त—उन सब स्थितियो में जहाँ वर्गों का उपयोग किया जाता है, वृत्तों का उपयोग भी किया जा सकता है। वृत्त का क्षेत्रफल उसकी त्रिज्या के वर्ग के अनुपात में बदलता है और वर्ग का क्षेत्रफल उसकी भुजा के वर्ग के बराबर होता है। इसलिए वर्ग बनाने के बदले वृत्त बनाए जा सकते हैं। वृत्तों को बनाना आसान होता है और वे अधिक आकर्षक लगते हैं। वृत्त चित्र बनाने में इस बात का ध्यान रखना चाहिए कि विविध वृत्तों के केन्द्र एक सरल रेखा में हो, ऊपर नीचे नहीं, और इनके बीच में बराबर खाली जगह होनी चाहिए। इससे चित्र अधिक आकर्षक बनेंगे, व्यवस्थित लगेंगे और तुलना करने में आसानी होगी। वृत्त रंगे या खाली छोड़े जा सकते हैं।

चित्र २५ में चित्र २२ में दिखाई गई सामग्री को वृत्तों के द्वारा निरूपित किया गया है। अन्तर केवल इतना है कि कॉलम ४ के अक कॉलम ३ के अकों को ५० से विभाजित करके निकाले गए हैं।

(२) कोणीय या वृत्तखंड रेखाचित्र (Angular or Sector Diagram)—वृत्त रेखा चित्रों में इनका वही स्थान है जो दड-चित्रों में अन्तर्विभक्त दड चित्रों का

और इसलिए इनका उपयोग उन सब स्थानों पर किया जा सकता है जहाँ अन्तर्विभक्त दण्ड चित्रों का किया जाता है, अर्थात् जहाँ सम्पूर्ण और उसके भागों को दिखाया जाता

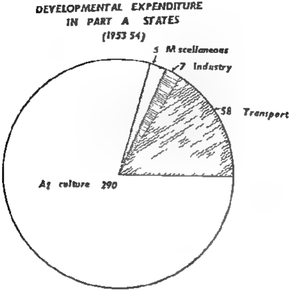


चित्र २५

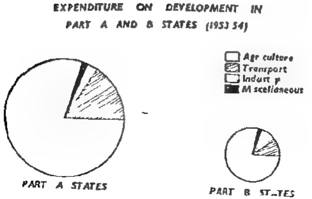
है। चित्र २६ और २७ में वही सामग्री कोणीय चित्रों द्वारा निरूपित की गई है जो चित्र १७ और १८ में निरूपित की जा चुकी है।

कोणीय या वृत्तखण्ड चित्र बनाने के लिए सम्पूर्ण को ३६०° के बराबर मान लिया जाता है। ३६०° का कोण वृत्त के केन्द्र पर बनता है। इसके आधार पर भागों के समान कोणों की गणना कर ली जाती है और ये कोण केन्द्र पर बनाए जाते हैं। यह प्रक्रिया निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट हो जाएगी

व्यय की मदें	भाग क राज्य		भाग ख राज्य	
	राशि (लाख रु०)	कोण (अंश) (लगभग)	राशि (लाख रु०)	कोण (अंश) (लगभग)
कृषि	10,231	290	2,171	282
परिवहन	2 052	58	274	35
उद्योग	235	7	323	42
विविध	160	5	9	1
कुल	12,678	360	2,777	360


DEVELOPMENTAL EXPENDITURE
IN PART A STATES
(1953 54)
5 M scellaneous
7 Industry
58 Transport
Ag culture 290

चित्र २६

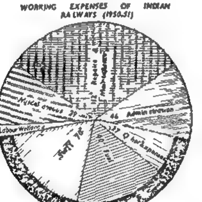

EXPENDITURE ON DEVELOPMENT IN
PART A AND B STATES (1953 54)
Agr culture
Transport
Indust y
M scellaneous
PART A STATES
PART B ST_TES

चित्र २७

यदि किसी समस्त के अन्तर्गत कुछ बड़ी मदें हों और इन मदों के अन्तर्गत कुछ छोटी मदें हों तो निरूपण करना कुछ जटिल हो जाता है। निम्नलिखित उदाहरण पर विचार कीजिये

माग की मदें	राशि (लाख रु०)		कोण अंश (लगभग)	
प्रबन्ध	2 33,6		46	
मरम्मत	5,71,1		112	
विविध	1,94,7		39	
श्रम-कल्याण	31,1		6	
चालन व्यय				
कर्मचारी	3,54,1		70	
ईंधन	3 07,2		60	
अन्य	1,33,5	7,94,8	27	157
	1,82,53		360	

चित्र २८ में उपयुक्त सामग्री ब्यौरे सहित निरूपित की गई हैं।



चित्र २८

(द) चित्र और नक्शे

पहले में सामग्री चित्रों द्वारा निरूपित की जाती है और दूसरे में नक्शों पर। ये विधियाँ बहुत प्रचलित हो रही हैं क्योंकि ये प्रभावोत्पादक होती हैं और सर्व साधारण

इन्हें सरलता और शीघ्रता से समझ सकता है। इन विधियों से तुलना भी की जा सकती है। निरक्षर लोगों के लिए ये विशेष उपयोगी हैं। परन्तु इनमें यह दोष है कि साधारणत लोग अच्छे चित्र नहीं बना सकते।

हमने विविध प्रकार के चित्रों का वर्णन किया है। परन्तु यह एक पूर्ण विवरण नहीं है, इसलिए यह वर्णन संक्षिप्त रहा है।

QUESTIONS

1. Write a short essay on the use of graphic method in Statistics. (M A , *Calcutta*).

2 Represent the following information graphically and also draw a graph on the same sheet to show the Balance of trade.

Indian Export and Import in Millions of Rupees.

Period	Import	Export	Period	Import	Export
1946 April	217	213	1947 January	325	364
May	218	304	February	320	255
June	205	254	March	336	307
July	263	238	April	360	258
August	227	211	May	409	362
September	289	200	June	385	354
October	299	259	July	436	286
November	313	253			
December	325	330			

(B Com , *Madras*).

3 What are the advantages of the graphic representation of data ? Represent the following information graphically and show how the graph can be used to give an idea of the profitable working or otherwise of the department.

Revenue and Working Expenses of the Indian Telegraph Department
(Rs lakhs)

Year	Total Revenue	Total Working Expenses	Year	Total Revenue	Total Working Expenses
1930-31	327	398	1935-36	357	378
1931-32	328	370	1936-37	365	378
1932-33	323	359	1937-38	356	347
1933-34	340	380	1938-39	355	371
1934-35	360	346	1939-40	417	381

(B Com., *Madras*)

4 Represent graphically the data given below on a single sheet of graph paper to bring out clearly the relative fluctuations in the prices of various articles Draw such conclusions as you can from the graph

	Wholesale prices in Kanpur (in Rupees per maund)					
	Rice	Wheat	Linseed	Gur	Cotton	Tobacco
1928	7 3	7 7	7 0	6 5	34 1	17 3
1929	7 7	5 5	8 0	7 3	29 8	17 1
1930	5 8	3 6	6 5	6 2	7 3	14 5
1931	4 1	2 7	4 2	4 2	13 3	11 6
1932	4 3	3 4	3 5	3 5	14 8	4 9
1933	4 1	3 2	3 4	3 1	12 9	4 9
1934	3 7	2 8	3 6	4 1	13 2	5 7

(M Com , *Allahabad* & *Lucknow*)

5 The following table gives the normal monthly temperature in the shade at the following three places —

Month	Simla	Bombay	Calcutta
January	46	83	77
February	47	83	82
March	55	86	91
April	65	91	95
May	72	88	95
June	73	88	91
July	69	85	89
August	67	85	88
September	66	85	88
October	63	89	87
November	56	89	82
December	50	87	77

Compare graphically the temperatures at the above three places and account for the differences in fluctuations

(B A , *Lucknow*)

■ The following table gives the production of sugar in Cuba, Java and India during 1930—35 in millions of quintals Represent the figures by a suitable diagram and comment on their relationship

Year	Cuba	Java	India
1929-30	44	29	17
1930-31	30	28	20
1931-32	25	26	24
1932-33	19	14	28
1933-34	22	6	30
1934 35	25	5	31
1935-36	25	6	36
1936-37	29	14	40
1937-38	29	14	32
1938-39	26	15	27

(M.A , *Patna*)

7. The following table gives the prices of gold and wheat and net export of gold during the years 1931 32 to 1938-39 —

Years	Average price of gold (per tola		Average price of wheat per maund	Net export of gold Crores of
	Rs	a	Rs.	Rs
1931-32	25	4	3 3	58
1932-33	30	12	3 3	65
1933-34	33	6	2 8	57
1934 35	35	8	3 1	52
1935 36	35	4	3 2	37
1936-37	36	0	3 9	28
1937-38	36	6	4 0	16
1938-39	37	12	3 4	13

Plot the above figures on a graph paper, and comment upon the relationship (M A , *Agra*).

8. Represent the following data graphically and comment upon their relationship, if any —

Year	Area (Crores of acres)	Production (lakhs of tons)	Year	Area (Crores of acres)	Production (lakhs of tons)
1920	250	140	1928	500	165
1921	300	142	1929	550	170
1922	315	150	1930	480	169
1923	400	160	1931	490	165
1924	420	160	1932	510	158
1925	380	158	1933	590	153
1926	300	152	1934	520	157
1927	405	155	—	—	—

(M S W., *Lucknow*).

9 Plot the following figures relating to population of India so as to show the proportionate increase in population from one period to another —

Year	Population (000,000's omitted)	Year	Population (000,000's omitted)
1872	210	1911	315
1881	250	1921	320
1891	290	1931	350
1901	295	1941	390

(B Com , *Nagpur*)

10 What are the advantages of the Ratio Scale over the Natural Scale ? Plot the following data graphically on the logarithmic scale —

Year	Total Notes issued in crores of Rs	Notes in circulation in crores of Rs
1933 34	177	167
1934-35	186	172
1935 36	196	167
1936 37	208	192
1937 38	214	185
1938 39	207	187
1939-40	252	237
1940 41	269	258
1941 42	421	410
1942-43	650	625

(B Com , *Nagpur*)

11 The following table shows the total sales of gold by the Bank of England on foreign account Represent the data graphically on the logarithmic scale —

Year	£'000
1910	14 488
1911	8 228
1912	9,670
1913	7,943
1914	8 027
1915	43,076
1916	2,360

(B Com , *Allahabad*)

12 (*a*) Explain the terms "Histogram", "Frequency Polygon", and "Frequency Curve" and state briefly how these could be drawn

(*b*) Draw the Histogram from the following data and on the same diagram draw a rough sketch of the frequency curve (You might readjust the frequency groups in any way that you might find necessary)

Difference in age between Husband and Wife in a community

Difference in years	Frequency	Difference in years	Frequency
0—5	449	25—30	52
5—10	705	30—35	16
10—12	302	37	2
12—15	205	38	1
15—18	182	39	1
18—20	99		
20—25	109	Total	2 123

(B Com, *Madras*)

13 Draw the 'Histogram' from the following data and on the same diagram draw rough sketches of the frequency curves on each of the following assumptions —

(*a*) All the workers are in the same industrial establishment

(*b*) They belong to two different industrial establishments, the level of wages in one being marked higher than in the other

Range of wages per month	No of workers	Range of wages per month	No of workers
30—35	4	58—60	96
35—40	16	60—65	342
40—45	32	65—70	102
45—50	136	70—75	36
50—52	121	75—80	17
52—55	161	84	12
55—58	134	90	1
		Total	1 210

(You might readjust the frequency groups if necessary)

(B Com, *Madras*)

14 The following table gives the distribution of employees in a certain firm Draw a graph to show the number of employees above any given age With the help of a graph, find the number of employees between the ages 30 and 50 and the number above 60

Age	Number of employees	Age	Number of employees
12—14	9	35—45	546
14—16	106	45—55	464
16—18	145	55—65	286
18—20	148	65—70	81
20—25	320	70—75	49
25—35	577	Total	2,731

(B Com , *Madras*)

15 Represent the following data giving the age distribution of 3 154 married men graphically and use the graph to find the number of married men in the age groups 20—25, and 36—40 State whether you can use the graph to prepare a frequency table giving the number of married men of ages 15—20, 20—25, 25—30, etc , and if so how would you proceed to prepare such a table —

Age above	No of married men	Age above	No of married men
15	3 154	55	92
20	3 102	65	32
30	1 971	70	12
35	416	80	1
45	194		

(B Com *Madras*)

16 Draw a cumulative frequency graph and estimate the *number of persons between the ages 30—32 in the following table* —

Age	Number of persons	Age	Number of persons
20—25	50	40—45	150
25—30	70	45—50	120
30—35	100	50—55	70
35—40	180	55—60	59

(B Com , *Agra*)

17 What is the importance of diagrams in statistical works? *What are the common mistakes in diagrams ?*

Represent the following data by a suitable diagram or diagrams —

Type of Institutions	Number of students 1931 32	1936 37
Colleges	3 760	6 830
High Schools	86,880	1,43,950
Middle Schools	1 80,910	2 26,150
Primary Schools	20 81 550	26 05,080

(B Com , *Madras*)

18 What different types of diagrams could you draw to represent the following information diagrammatically ? Which of them do you consider most suitable and why ? Draw the diagram which you consider to be most suitable —

Distribution of population according to sex and civil conditions in certain Provinces and States

		Civil condition			
Province or State	Sex	Un-married	Married	Widowed	Total Population
Madras	Male	12,149,098	10,010 551	923,350	23 082,999
	Female	8,923,018	10,520 571	4,213,519	23,657,108
Hyderabad	Male	3,124 066	3,878,362	367,582	7,370 010
	Female	2,199,822	3,763,422	1,102,894	7,066,138
Madras	Male	1,964,207	1,305,597	103,228	3 373,032
States	Female	1,582,410	1,362,436	436,606	3,381,452
Mysore	Male	1,866,180	1,318 017	169,766	3,353,693
	Female	1,295,533	1,339,597	568,209	2,203,339

(B Com , *Madras*)

19 Show by suitable diagrams the absolute and the relative changes in the student population of the Colleges A and B in the different departments from 1940 to 1947 —

	College A 1940	1947	College B 1940	1947
Arts	300	350	100	200
Science	120	500	150	250
Commerce	200	650	130	150
Law	100	300	100	120

(B Com , *Agra*)

20 The following table gives the details of the monthly expenditure of three families —

Items of Expenditure	Family A		Family B		Family C	
	Rs	a	Rs	a	Rs	a
Food	12	0	30	0	90	0
Clothing	2	0	7	0	35	0
House Rent	2	0	8	0	40	0
Education	1	8	3	0	12	0
Litigation	1	0	5	0	40	0
Conventional Necessity	0	8	3	0	60	0
Miscellaneous	1	0	4	0	23	0

Represent the above figures by a suitable diagram Which family [illegible] spending the money most wisely ? Give reasons

(B Com , *Agra*)

21 Represent the following data by means of a bar diagram and comment on their relationship —

Country	Birth rate	Death rath	Infant Mortality
U K	15 5	11 [illegible]	55
U S A	17 6	10 6	51
Japan	27 0	17 6	114
India	34 0	24 0	167

(M S W , *Lucknow*)

22 The following are the figures of population of the various countries of the world and of the total world population in 1931 —

Country	(000 000 omitted)	Country	(000 000 omitted)
China	412	U K	46
India	352	France	42
U S S R	161	Italy	41
U S A	124	Others	705
Germany	65	World	2 013
Japan	65		

Represent the above data by a circular diagram divided into sectors (B Com , *Lucknow*)

23 Interpret the data given below and illustrate *any two* by a suitable diagram —

Continent or Country	Percentage of World land area	World cultivated land	World Production of cereals	World Population
Asia (excluding U S S R)	18 6	32 9	31	53 1
North America	17 3	21 2	21 [illegible]	8 2
U S S R	16 1	16 8	22	7 6
Europe(excluding U S S R)	3 7	16 3	16	17 9
Mid and South America	13 2	5 7	4 5	5 0
Africa	24 1	5 6	4	7 7
Oceania	7 0	1 5	1	0 5
Total	100 0	100 0	100 0	100 0

(M A , *Allahabad*)

24 Draw a suitable diagram to represent the follwing information —

Factory	Wages Rs	Materials Rs	Profits Rs	Units produced
A	2,000	3,000	1,000	1,000
B	2,400	2,400	1,000	800

Show also the cost and profit per unit

(B Com , *Allahabad*)

25 Diagrams are meant for a rapid view of the relation of different data and their comparison—Discuss

Draw a 'Bar' or 'Pie' diagram to represent the following data —

Output and Cost of Production of Coal

	1924	1928
Cost per ton disposed commercially		
Wages	12 74	7 95
Other Costs	5 46	4 51
Royalties	0 56	0 50
Total	18 76	12 96
Proceeds of sale per ton	19 91	12 16
Profit (+) or loss (—) per ton	1 15	—0 80

(M A , *Agra*)

26 Represent the following by a suitable diagram —

Principal Heads of Revenue	1938 39 Lakhs of Rs	1939 40 Lakhs of Rs
Custom	4050	4588
Central Excise Duties	868	652
Corporation Tax	204	238
Taxes on Income	1374	1420
Salt	812	1080
Opium	50	46
Other Heads	112	130

(B Com , *Nagpur*)

27 Represent the following by sub divided bars drawn on a percentage basis —

Cost, proceeds and profit or loss per table

Particulars	1951 Rs	1956 Rs
Cost per table—		
(*a*) Wages	21	9
(*b*) Other Costs	14	6
(*c*) Polishing	7	3
Total Cost	42	18
Proceeds per table	40	20
Profit (+) or Loss (−) per table	(−)2	(+)2

(B Com , *Allahabad*)

अध्याय ६

वर्णनात्मक मापन—केन्द्रीय प्रवृत्ति का मापन

(Descriptive Measures—Measures of Central Tendency)

पिछले अध्यायो में हम बता चुके है कि सामग्री का उपस्थापन किस प्रकार किया जाता है जिससे वह सुबोध हो जाय और उसका महत्व समझा जा सके। परन्तु लेखा और रेखा-चित्र केवल दृष्टि सहाय हैं जिनका उद्देश्य विश्लेषण करना नही, बल्कि ध्यान आकर्षित करना है। कभी कभी हो सकता है कि चित्र सही छाप न डाल सके। फिर, चित्रो द्वारा किया गया निरूपण भी जटिल होता है और भले ही अको से अधिक सुबोध हो, इसे भी याद रखने में कठिनाई होती है। इसलिए हमें एक ऐसे मापन की आवश्यकता पडती है जिसमे केवल एक राशि हो और जो सपूर्ण सामग्री के मुख्य लक्षणो का वर्णन कर सके। इस प्रकार के मापनो को वर्णनात्मक मापन कहते है। किसी श्रेणी के लिए ये मापन उस मूल्य को बताते हैं जिसके आसपास एकत्रित होने की अन्य मूल्यो की प्रवृत्ति होती है। अर्थात् अधिकाशतः ये श्रेणी के लगभग बीच में आते है और इसलिए इन्हें केंद्रीय प्रवृत्ति का मापन भी कहा जाता है।

परन्तु श्रेणी के 'केन्द्रीय स्थान' या 'मध्य' के कई अर्थ हो सकते है और जब तक हम इन शब्दो की परिभाषा नही दे देते, केन्द्रीय प्रवृत्ति के मापन नही जाने जा सकते। चूंकि 'केन्द्रीय स्थान' या 'मध्य' की कई परिभाषाएँ दी जाती है, इसलिए हम कई प्रकार के केन्द्रीय प्रवृत्ति के मापन बना सकते है। इन मापनो को 'माध्य' (averages) या प्रतिरूप (type) कहा जाता है क्योकि ये किसी घटना का प्रमाप (standard) निश्चित करते है या प्रतिरूपी (typical) घटना है। माध्य (averages) कई प्रकार के हो सकते है। आगे विभिन्न प्रकार के माध्यो की गणना करने की रीति और उनकी उपयोगिता पर विचार किया जाएगा।

माध्य का उद्देश्य चर के मूल्यो के समूह का सरल और सक्षिप्त रूप से प्रतिनिधित्व करना है, जिससे हम समूह के पदो के सामान्य आकार को जान सके और विभिन्न समूहो में तुलना कर सकें। अर्थात् माध्य का मुख्य कार्य सपूर्ण सजातीय सामग्री के लिए सर्वाधिक प्रतिनिधि अक के रूप में काम करना है। यह स्पष्ट है कि सब प्रकार के माध्य समानतः प्रतिनिधि नही हो सकते। इसलिए हमें वह माध्य चुनना पडता है जो दी हुई परिस्थिति में सबसे उपयुक्त हो। आगामी पृष्ठो में हम अधिक प्रचलित माध्यो पर विचार करेंगे। ये है :

१ समातर माध्य या औसत (arithmetic average or mean)।
२ माध्यिका या मध्यका (median)।
३ बहुलक (mode)।

१. समांतर माध्य

समातर माध्य सबसे अधिक प्रचलित माध्य है। केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप के रूप में इसका व्यापक उपयोग होता है। इसके दो सामान्य प्रकार हैं,

(क) सरल समातर माध्य (simple arithmetic average)

(ख) भारित समातर माध्य (weighted arithmetic average)

(क) सरल समांतर माध्य

किसी श्रेणी या समूह का सरल समातर माध्य उसके पदो के मूल्यों के योग को उनकी सख्या से विभाजित करने प्राप्त होनेवाली राशि होता है। इस प्रकार ७ और ९ का माध्य $\frac{७+९}{२}=८$ है; १०, १४ और १८ का माध्य $\frac{१०+१४+१८}{३}=१४$ है, और ८, १०, १२ एव १४ का माध्य $\frac{८+१०+१२+१४}{४}=११$ है। इन सब माध्यो में आप पाइयेगा कि ये श्रेणी या समूह के बीच में स्थित पद है। समातर माध्य की एक विशेषता यह है कि माध्य और पदो के बीच के अन्तरों का योग शून्य होता है। उपर्युक्त उदाहरणो में ७—८=—१ और ९—८=१, और इन दो अन्तरो (—१ और +१) का योग शून्य है। यही बात अन्य समूहों पर भी लागू होती है।

सरल समांतर माध्य की गणना—इसकी गणना करने के लिए दो रीतियो का उपयोग किया जाता है। पहली को प्रत्यक्ष रीति (direct method) और दूसरी को लाघव रीति (short-cut method) कहते है।

(१) प्रत्यक्ष रीति—इस रीति में पदो को जोड दिया जाता है और इस योग में पदों की सख्या का भाग दे दिया जाता है। पहले दिए गए उदाहरणो में इसी रीति का उपयोग किया गया था।

(२) लाघव रीति—यह समातर माध्य के इस गुण पर आधारित है कि समातर माध्य से अन्य पदों के विचलन (deviations) का योग शून्य होता है। इस रीति में पहले किसी सुविधाजनक राशि को माध्य मान लिया जाता है जिसे कल्पित माध्य (assumed mean) कहते हैं। इस कल्पित माध्य से समूह या श्रेणी के पदो के

विचलनों की गणना की जाती है और इनके माध्य को कल्पित माध्य में जोड़ दिया जाता है। पदों के विचलनों को बीजीय चिह्न (algebraic sign) के साथ रखा जाता है।

इन विधियों का उपयोग जब भिन्न श्रेणियों में किया जाता है, तो रीतियाँ कुछ भिन्न हो जाती हैं।

लाघव रीति का उपयोग उन सब स्थानों पर लाभपूर्वक किया जा सकता है जहाँ (१) पदों के आकार एक दूसरे से बहुत भिन्न न हों, (२) जहाँ श्रेणी लम्बी हो, और (३) जहाँ संख्याएँ बहुत बड़ी हों।

(क) एकक निरीक्षण की श्रेणी (Series of individual observation)—इस श्रेणी के लिए ऊपर दी गई प्रत्यक्ष रीति निम्नलिखित बीजीय संकेतों (notations) में दी जा सकती है

$$\text{माध्य} = \frac{x_1 + x_2 + \dots\dots + x_n}{n}$$

जहाँ x_1, x_2 आदि श्रेणी के पद हैं और n पदों की संख्या है। उपर्युक्त सूत्र का संक्षिप्त रूप है :

$$a = \frac{\Sigma x}{x}$$

जहाँ a समांतर माध्य, Σx (इसे योग x कहा जाता है) श्रेणी के पदों का योग है और n श्रेणी के पदों की संख्या है।

लाघव रीति से समांतर माध्य की गणना निम्नलिखित सूत्र के अनुसार की जाती है :

$$a = x + \frac{\Sigma dx}{n};$$

जहाँ x कल्पित समांतर माध्य है और Σdx कल्पित माध्य से पदों के विचलनों का योग है।

उदाहरण—एक व्यापार-गृह के पाँच साल के लाभों के माध्य की गणना करनी है :

लाभ रु०	कल्पित माध्य 10612 से विचलन (dx)
10,600	−12
10,610	− 2
10,612	0
10,625	+13
10,638	+26
	+25

(i) प्रत्यक्ष रीति $a=\frac{\Sigma x}{n}=\frac{53,085}{5}=10,617$ रु०

(ii) लाघव रीति $a=x+\frac{\Sigma dx}{n}=10,612+\frac{25}{5}=10,617$

उपर्युक्त उदाहरणों से यह स्पष्ट हो जाता है कि दोनों रीतियों से माध्य वही आता है।

(ख) खण्डित श्रेणी (discrete series)—खण्डित श्रेणी में आकार के अनुसार पदों को वर्गों में रखा जाता है और यह विभिन्न मापों के अन्तर्गत पदों की संख्या बताती है।

यदि हम प्रत्यक्ष रीति के अनुसार गणना करते हैं तो पहले प्रत्येक वर्ग की माप का उसकी बारबारता से गुणा किया जाता है। इन गुणनफलों के योग को बारबारताओं के योग से भाग दे देते हैं। इस प्रकार जो राशि मिलती है वह समांतर माध्य है। सूत्र के रूप में

$$a=\frac{\Sigma mf}{\Sigma f}$$

जहाँ Σmf मापों (m) और उनके संगत बारबारताओं (f) के गुणनफल का योग है। Σf को n के बराबर समझना चाहिये।

लाघव रीति में कल्पित माध्य (x) से पदों के विचलनों को उनके संगत बारबारताओं से गुणा करते हैं (fdx)। इन गुणनफलों के योग को जिसे कुल विचलन कहा जाता है, बारबारताओं के योग से विभाजित करते हैं और इस प्रकार मिलने वाली राशि को कल्पित माध्य में जोड़ देते हैं। सूत्र के रूप में

$$a=x+\frac{\Sigma f\,dx}{\Sigma f}$$

उदाहरण—निम्नलिखित सामग्री के समांतर माध्य की प्रत्यक्ष और लाघव रीति से गणना करनी है।

प्राप्तांक (m)	विद्यार्थियों की संख्या (f)	कुल प्राप्तांक (कालम १ × २) (mf)	कल्पित माध्य (३) से विचलन (dx)	कुल विचलन (कालम २ × ४) (fdx)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1	7	7	−2	−14
2	10	20	−1	−10
3	15	45	0	0
4	12	48	+1	+12
5	2	10	+2	+4
Total	46	130		−8

(i) प्रत्यक्ष रीति से समातर माध्य (कॉलम 1, 2 और 3)

$$a=\frac{\Sigma mf}{n}=\frac{130}{46}=2{\cdot}8261 \text{ Marks}$$

(ii) लाघव रीति से समातर माध्य (कॉलम 1, 2, 4, 5)

$$a=x+\frac{\Sigma f\,dx}{n}=3+\frac{-8}{46}=3-{\cdot}1739=2{\cdot}8261 \textbf{ Marks}$$

(ग) **सतत श्रेणी** (continuous series)—जब पदो का वर्गीकरण वर्ग-अतरालो के अनुसार किया जाता है तो इसका तात्पर्य यह है कि निश्चित सूचना उपलब्ध नही है। पद सीमाओ के अन्तर्गत रखे जाते है और इसलिए सामग्री निश्चित नही होती है। ऐसी स्थितियो में हम यह मान कर चलते हैं कि वर्ग की बारबारताएँ वर्ग के मध्य-स्थान पर केन्द्रित हैं अर्थात् गणना करने के लिए हम केवल वर्ग के मध्य स्थान और वर्ग की बारंबारता पर विचार करते है। यह मानना अनुचित नही है क्योकि हम यह जानते है कि पदो में मध्य-बिन्दु के आसपास एकत्रित होने की प्रवृत्ति होती है। इस कल्पना के बाद गणना करने की रीति पहले ही जैसी है।

उदाहरण—निम्नलिखित सामग्री से प्रत्यक्ष और लाघव रीति द्वारा समातर माध्य की गणना कीजिए

प्राप्तांक	विद्यार्थियो की सख्या	माध्य मान	कुल प्राप्तांक (कॉ 2 × कॉ 3)	कल्पित माध्य (12·5) से विचलन	अव श्रेणियन (कॉ 5−5)	कुल विचलन (कॉ 2 × कॉ 5)	कुल अवश्रेणीयन (कॉ 7−5)
(m)	(f)	(m')	($m'f$)	(dx)	(dx/i)	(fdx)	(fdx/i)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
0—5	10	2 5	25 0	−10	−2	−100	−20
5—10	12	7 5	90 0	−5	−1	−60	−12
10—15	20	12 5	250 0	−0	0	0	0
15—20	15	17 5	262 5	+5	+1	+75	+15
20—25	5	22 5	112 5	+10	+2	+50	+10
	62		740 0			−35	−7

(i) प्रत्यक्ष रीति (कॉलम 1, 2, 3, 4)

$$a=\frac{\Sigma mf}{n}=\frac{740}{62}=11{\cdot}9355 \text{ अक}$$

(ii) लाघव रीति (कॉलम 1, 2, 3, 4, 5, 7)

$$a = x + \frac{\Sigma fdx}{n} = 12\ 5 + \frac{-35}{62} = 12\ 5 - \ 5645 = \mathbf{11\ 9355} \text{ अक}$$

यहाँ यह उल्लेखनीय है कि पृथक् निरीक्षण की श्रेणी में प्रत्येक पद (अर्थात् वग) की बारबारता एक होती है जबकि खडित और सतत श्रेणी में ये बारबारताएँ अलग अलग होती हैं।

मध्य-बिन्दु की समस्या (the problem of middle point)—सरल समांतर माध्य के सम्बन्ध में मध्य-मान की समस्या पर भी विचार कर लेना चाहिए। इस सबध में एक सरल नियम यह है कि मध्य-बिन्दु का मूल्य वर्ग अतराल की अपर सीमा और अधर सीमा के योग के आधे के बराबर होता है। यह कोई दृढ और कठोर नियम नहीं है क्योंकि मध्य बिन्दु निश्चित करने में वर्ग-अतराल की सीमाओ को निश्चित करने के अभिप्राय पर हमेशा विचार कर लेना चाहिए। इस प्रकार ०—५ का मध्य बिन्दु २ ५ [अर्थात् (०+५)/२] है। परन्तु यदि वग-अन्तराल दूसरी प्रकार से व्यक्त किया जाता है, तब मध्य बिन्दु की गणना या तो उपर्युक्त रीति स करनी चाहिए या श्रेणी का अभिप्राय देख कर। दोनो रीतियाँ सही होगी। निम्नलिखित उदाहरण से यह बात स्पष्ट हो जायगी

	वर्ग-अन्तराल	मध्य-बिन्दु (२ या ३)	
	(1)	(2)	(3)
(i)	0—4	2 00	2 5
	5—9	7 00	7 5
(ii)	0—4 9	2 45	2 5
	5—9 9	7 45	7 5
(iii)	0—4 5	2 25	2 5
	5—9 5	7 25	7 5
(iv)	0—5	2 5	
	5—10	7 5	

वर्ग-अन्तराल निश्चित करने का अभिप्राय श्रेणी को सतत बनाना है इसलिए साधारणत कालम ३ में दिए गए मध्य बि दुओ का उपयोग करना चाहिए। ये सुविधा-जनक भी हैं।

अव श्रेणीयन की रीति (technique of step deviation)—उपयुक्त उदाहरण में कॉलम ६ और ८ में अवश्रेणीयन की रीति का उपयोग किया गया

है। इस रीति में सब विचलनो को किसी ऐसी सख्या से विभाजित करते हैं जो उनको पूरा विभाजित करे। यह सख्या श्रेणी के वर्ग-अन्तराल के परिमाण के बराबर होती है। इससे यह स्पष्ट हो जाना चाहिए कि अवश्रेणीयन (scale down) तभी किया जा सकता है जब वर्ग अतराल बराबर हो। अवश्रेणीयन के फलस्वरूप गणना करना सरल हो जाता है क्योंकि बारबारताओ से अब इन विभाजित विचलनो को गुणा किया जाता है, विचलनो को नहीं। इस प्रकार राशि में जो कमी हो जाती है उसे बाद में कल्पित माध्य में विचलनों के माध्य का जोडते समय पूरा कर लिया जाता है। विभाजित विचलनो के माध्य का वर्ग-अतराल के परिमाण से गुणा करके कल्पित माध्य में जोडा जाता है। इस प्रकार उपर्युक्त उदाहरण में

$$a = x + \frac{\Sigma fdx}{n} \times i = 12\cdot5 + \frac{-7}{62} \times 5$$

$$= 12\cdot5 + \frac{-35}{62} = 12\cdot5 - \cdot5645 = 11\cdot9355 \text{ अब}$$

अवश्रेणीयन की रीति भी गणना करने की एक लाघव रीति है।

(ख) भारित समांतर माध्य (weighted arithmetic average)

भारित समातर माध्य में पदो को उन के सापेक्षिक महत्व के अनुसार भार देकर माध्य की गणना की जाती है। यहाँ यह ज्ञातव्य है कि ऐसी श्रेणी का समातर माध्य जिसमें पदो की बारबारता एक से अधिक और विभिन्न है, भारित समातर माध्य नहीं है। माध्य सरल है या भारित यह इस बात पर निर्भर करता है कि श्रेणी के पदो की बारबारता है या नहीं, या उन्हें किसी प्रमाण के आधार पर सापेक्षिक महत्व दिया गया है। भारित माध्य की गणना करने की आवश्यकता तब पडती है जब समूह के पद एक प्रकार के होते हुये भी महत्व के दृष्टिकोण से सजातीय नहीं होते। उदाहरणार्थ, मान लीजिए एक फक्टरी में दो प्रकार के—कुशल और अकुशल—मजदूर हैं और उनकी दैनिक मजदूरी क्रमश ५ रु० और ३ रु० है, तो यह कहा जा सकता है कि फैक्टरी में माध्य मजदूरी 4 रु० है $\left(\frac{5+3}{2}\right)$। परन्तु यह माध्य सही नहीं है। इसमें हमने इस बात पर विचार नहीं किया है कि कितने मजदूर कुशल हैं और कितने अकुशल। हमने दोनो प्रकार के मजदूरो को समान महत्व (भार) दिया है जो तभी किया जा सकता है जब इनकी सख्या बराबर हो। अब अगर हमें यह बताया जाता है कि कुशल मजदूरो की सख्या ४० और अकुशल मजदूरों की सख्या ६० है, तो

हम मजदूरियों को बराबर भार नही दे सकते। अगर हम सख्या के अनुपात में भार दें, तो भारित माध्य की गणना निम्नलिखित रीति से की जाएगी।

$$\text{भारित माध्य} = \frac{(5\times40)+(3\times60)}{100} = \frac{200+180}{100} = \frac{380}{100} = 3\ 8 \text{ रु०}$$

सूत्र क रूप में

$$\text{भारित माध्य} = \frac{\Sigma wx}{\Sigma w}$$ जहाँ x पद है और w उनके भार।

भार कैसे निश्चित किये जाँय? यह बताया जा चुका है कि भार केवल पदो के सापेक्षिक महत्व को बताते हैं। पदो के सापेक्षिक महत्व बिना अतिरिक्त जानकारी के नहा मालूम किये जा सकते। हमें यहाँ पर यह देखना है कि भार निश्चित करने के लिए किस सूचना का उपयोग किया जा सकता है। कई स्थितियो में भार दिए हुए रहते हैं जहाँ वे नही दिए रहते वहाँ सामग्री की प्रकृति से जाने जा सकते है। भार निश्चित करने के लिए निम्नलिखित जानकारी का उपयोग किया जा सकता है

(१) वर्गीकृत सामग्री म भार निश्चित करने के लिये किसी एक वर्ग, समूह या प्रवर्ग (category) में आने वाले पदो की सख्या के आधार पर।

(२) यदि सामग्री वस्तुओ के मूल्यो और राशियो से सबंधित हो तो

(क) उत्पादित राशि, या

(ख) विक्रयार्थ प्रस्तुत राशि, या

(ग) विनीत राशि, या

(घ) उपभुक्त राशि, आदि

के आधार पर भार निश्चित किए जा सकते है।

यदि सामग्री में भारो का उल्लेख नही किया गया हो तो उपर्युक्त राशियाँ भार मानी जा सकती हैं और तदनुसार माध्य की गणना की जा सकती है। इस प्रकार से गणना किया गया भारित समातर माध्य वास्तविक (actual) भारो पर आधारित है।

प्राय वास्तविक भार नही दिए रहते परन्तु सामग्री ऐसी होती है कि भारित माध्य की गणना करनी पडती है। ऐसी दशाओ में प्राक्कलित भारों (estimated weights) का उपयोग किया जाता है। भारो का प्राक्कलन पूरी उपलब्ध-सामग्री के आधार पर किया जाना चाहिए।

भारित समातर माध्य की गणना—निम्नलिखित श्रेणी के लिए भारित समातर माध्य की गणना कीजिए

कर्मचारी	संख्या (भार)	दैनिक मजदूरी	संख्या और मजदूरी का गुणनफल	कल्पित माध्य(२) से विचलन	विचलन और भार का गुणनफल
	(w)	(x)	(xw)	(dx)	(wdx)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
पर्यवेक्षक	2	4 0	8	2 0	4 0
निरीक्षक	2	3·0	6	1 0	2 0
कुशल मजदूर	4	2 5	10	0 5	2 0
अर्धकुशल मजदूर	8	2 0	16	0 0	0 0
अकुशल मजदूर	14	1 5	21	—0 5	—7 0
	30		61		1·0

भारित माध्य (प्रत्यक्ष रीति) कॉलम १, २, ३, और ४

$$=\frac{\Sigma xw}{\Sigma w}=\frac{61}{30}=2{\cdot}03$$

भारित माध्य (लाघव रीति) कॉलम १, २, ३, ५ और ६

$$=x+\frac{\Sigma dxw}{\Sigma w}=2+\frac{1\ 0}{30}=2+0\ 3=2{\cdot}03$$

उपर्युक्त प्रश्न में भार कॉलम २ में दिये गए हैं और कॉलम के शीर्षक में 'भार' लिख दिया गया है। अगर यह नहीं भी लिखा जाता तब भी ये संख्यायें भार समझी जाती क्योंकि इस सामग्री में केवल ये ही सापेक्षिक महत्व बताती हैं।

स्थितियाँ जिनमें भारित समांतर माध्य की गणना करना आवश्यक है—माध्य का मुख्य कार्य श्रेणी की विशेषताओं को ठीक प्रकार से बनाना है। माध्य की गणना इस अभिप्राय से की जाती है कि वह श्रेणी के मुख्य लक्षणों का प्रतिनिधित्व करे। इसलिए यह नहीं सोचना चाहिए कि हमें सरल और भारित माध्य के बीच चुनाव करना है। इन दोनों में किसी प्रकार की स्पर्धा नहीं है। कुछ स्थितियों में भारित माध्य और कुछ में सरल माध्य सामग्री का अधिक अच्छा प्रतिनिधि हो सकता है और जो माध्य अच्छा वर्णन कर सके उसका उपयोग करना चाहिए। निम्नलिखित स्थितियों में भारित समातर माध्य अधिक उपयुक्त है -

(१) यदि हमें ऐसे समूह का माध्य निकालना है जो कई विभिन्न प्रकार के उपवर्गों में विभाजित है, तो केवल भारित समातर माध्य ही वास्तव में प्रतिनिधि समझा जा सकता है। इसकी पुष्टि इस बात से होती है कि यदि हम भारित माध्य

को पदो की संख्या से गुणा करें तो हमें पदो का योग मिलेगा। यदि एक फैक्टरी को मिलने वाली मजदूरी का माध्य निकालना हो तो भारित माध्य ही निकालना चाहिए क्योंकि फैक्टरी में कई प्रकार के मजदूर होते है।

(२) यदि विभिन्न उपवर्गों में पदो की संख्या अलग-अलग हो, तो भारित माध्य निकालना चाहिए। अगर विभिन्न उपवर्गों में पदो की संख्या एक ही है तो उनका सापेक्षिक महत्व बराबर रहेगा और इसलिए भारित माध्य निकालना व्यर्थ होगा। इसी प्रकार यदि पदो की संख्या अलग-अलग है और हम एक बार भारित माध्य निकाल चुके है, तो नए सिरे से भारित माध्य निकालने की आवश्यकता तभी पडेगी जब श्रेणी में परिवर्तन होने के फलस्वरूप भारो के अनुपातो में भी परिवर्तन हुए हो। अगर सब भार एक ही राशि से गुणा किये जाते हैं, तो नए सिरे से माध्य निकालने की कोई आवश्यकता नही है, क्योंकि माध्य वही रहेगा।

(३) यदि हमे उपवर्गों के माध्यो का माध्य निकालना है और हम प्रत्येक उपवर्ग में पदो की संख्या जानें तो भारित माध्य की गणना अवश्य करनी चाहिये। मान लीजिये किसी निर्माणी में कर्मचारियो की तीन उपवर्गों में माध्य मजदूरियाँ क्रमश ३ रु०, ५ रु० और १० रु० है और हम पूरे समूह की माध्य मजदूरी जानना चाहते हैं। यदि इन तीन उपवर्गों मे कर्मचारियों की संख्या क्रमश ६०, ३० और १० है, तो १०० व्यक्तियो के पूरे समूह का माध्य

$$\frac{(3\times60)+(5\times30)+(10\times10)}{100} \text{ रु०} = \frac{430}{100} \text{ रु०} = 4\ 3 \text{ रु० होगा।}$$

(४) अत में, यदि हमे अनुपातो, प्रतिशतो और दरो का माध्य निकालना है तो भारित माध्य ही निकालना चाहिए। उदाहरणार्थ. दो परीक्षाओ में उत्तीर्ण विद्यार्थियो का प्रतिशत क्रमश १०० और ५० है। तो साधारण माध्य ७५ प्रतिशत ($\frac{१००+५०}{२}$) होगा परन्तु यह गलत है। जब तक हमें विद्यार्थियो की संख्या ज्ञात नही होती, संयुक्त प्रतिशत का माध्य नही जाना जा सकता। यदि हम जानते है कि पहली परीक्षा में ४ और दूसरी मे ४० विद्यार्थी बैठे थे, तो उपर्युक्त माध्य की गल्ती प्रमाणित हो जाती है। क्योंकि इसके अनुसार पहली परीक्षा मे ३ विद्यार्थी और दूसरी में ३० विद्यार्थी उत्तीर्ण हुए अर्थात् कुल ३३ विद्यार्थी उत्तीर्ण हुए जबकि वास्तव में उत्तीर्ण विद्यार्थियो की संख्या २४ है (४ का १००% और ४० का ५०%)।

अब यदि हम प्रतिशतो को विद्यार्थियो की संख्या के अनुपात में भार दे तो हमें सही उत्तर मिलेगा। उपर्युक्त प्रतिशतो का भारित माध्य

$$= \frac{(100\times4)+(50\times40)}{4+40} = \frac{2,400}{44} = 54{\cdot}55 \text{ (लगभग) प्रतिशत}$$

यह माध्य उपर्युक्त शर्त को पूरा करता है क्योंकि :

$$4 \text{ का } 54.55 \text{ प्रतिशत} = \frac{4 \times 54.55}{100} = 2.182$$

$$40 \text{ का } 54.55 \text{ प्रतिशत} = \frac{40 \times 54.55}{100} = 21.82$$

$$24.002 = 24 \text{ (उपसादन)}$$

हम पहले देख चुके है कि कुल २४ विद्यार्थी उत्तीर्ण हुए थे और गारित माध्य से भी यही परिणाम निकलता है।

समातर माध्य के लाभ—समातर माध्य किसी श्रेणी का सबसे सरल केन्द्रीय प्रवृत्ति का माप है। इसे व्यापक रूप से समझा जाता है और इसका मुख्य उपयोग श्रेणी के मुख्य लक्षणो को संक्षिप्त रूप से प्रस्तुत करने और सामग्री को तुलना योग्य बनाने में किया जाता है। इसके इतना अधिक प्रचलित होने का कारण इसके निम्न-लिखित गुण हैं

१. इसका मुख्य गुण यह है कि यह सुबोध (easy to understand) है। साधारणत सभी लोग इसको जानते हैं और इसकी गणना करते हैं। सांख्यिकीय मापों से अपरिचित व्यक्ति के सम्मुख तथ्यो को प्रस्तुत करने मे इसका उपयोग किया जा सकता है। यह इसकी सबसे महत्वपूर्ण विशेषता (qualification) है।

२ इसकी गणना करना बहुत आसान है। जोड़-गुणा-भाग का प्रारंभिक ज्ञान होने पर कोई भी व्यक्ति इसकी गणना कर सकता है।

३ सांख्यिकीय विधियो में इसे महत्वपूर्ण स्थान इसलिए दिया जाता है क्योंकि इसका उपयोग बीजगणितीय रीतियो मे सुगमता से किया जा सकता है। फलस्वरूप अन्य कई सांख्यिकीय मापे इस पर आधारित है, जैसे विचलन, सहसबध आदि की मापे।

४ समातर माध्य की गणना करने में पदो को क्रमानुसार रखने या वर्गबद्ध (grouping) करने की आवश्यकता नहीं होती। हम बिना कोई परिवर्तन किये सीधे सामग्री से समातर माध्य की गणना कर सकते हैं।

५. इसकी गणना करने में श्रेणी के सब पदो पर विचार किया जाता है और यह प्रत्येक पद को उचित भार देता है। इसलिए यह माध्य पूरी श्रेणी का प्रतिनिधि माना जा सकता है।

६ इसकी गणना निश्चित रूप से की जाती है और इसकी परिभाषा परिदृढ़ (rigidly defined) है। इसकी गणना करने में अतर्वेशन (interpolation) नहीं करना पड़ता और न ही यह कभी अनिर्धृत (indeterminate) रहता है।

७ तुलना करने के लिए यह बहुत उपयुक्त है। यदि पदो की संख्या वृहत् हो तो यह असामान्यताओ को कम कर देता है और इसलिए तुलना अधिक अच्छी तरह की जा सकती है।

८ यदि सामग्री विस्तार में उपलब्ध न हो तब भी हम समांतर माध्य की गणना कर सकते है क्योकि समातर माध्य निकालने के लिए हमें केवल पदो के योग और उनकी संख्या की आवश्यकता पड़ती है। इसी प्रकार यदि समातर माध्य और पदो की संख्या मालूम हो तो पदो का योग निकाला जा सकता है।

९ समातर माध्य से विभिन्न पदों के विचलनों का योग शून्य होता है। इस गुण के आधार पर हम समानर माध्य को लघु रीति से निकाल सकते है और इस प्रकार गणना करना और भी सरल हो जाता है।

१० अगर हमें कई श्रेणियो के समातर माध्य और पदों की संख्या दी हुई है तो हम सयुक्त श्रेणी का माध्य उससे निकाल सकते हैं। फिर से पूरी सामग्री पर विचार करने की आवश्यकता नही रहती।

११ यह केन्द्रीय प्रवृत्ति का अधिक स्थायी मापन है और इस पर दैव विचरणों (chance variations) का प्रभाव कम पड़ता है।

समातर माध्य के दोष : उसकी परिसीमाएँ—उपर्युक्त गुणों के होने पर भी कई स्थानो पर इसका उपयोग सतोषजनक रूप से नही किया जा सकता क्योकि इसमें कुछ दोष भी है

(१) यदि श्रेणी में पदों की संख्या बहुत कम हो तो समांतर माध्य पर चरम-पदों (extreme items) का अनुचित प्रभाव पड़ता है क्योंकि पदो की अव्यवस्था एक दूसरे को बराबर नहीं कर पाती। ऐसी दशाओं में समान्तर माध्य से भ्रामक निष्कर्ष निकलते हैं। यदि किसी फर्म के लाभों का औसत निकाला जा रहा हो तो वह किसी एक वर्ष के असामान्य व्यय या हानि से बहुत प्रभावित होगा।

(२) यदि माध्य के साथ श्रेणी के पद नहीं दिये जाते हैं तो इससे गलत धारणा बन सकती है। विशेषत तुलना करने में इसका ध्यान रखना चाहिए। समान माध्य के होने हुए भी श्रेणियाँ पूर्णत विरोधी स्थिति दिखा सकती है। उदाहरण के लिए दो फैक्टरियो क और ख के लाभ पर विचार कीजिये.

वर्ष	फैक्टरी क रु०	फैक्टरी ख रु०
1950	10,000	20,000
1951	12,000	18,000
1952	15,000	15,000
1953	18,000	12,000
1954	20,000	10,000

इन दो फैक्टरियों द्वारा अर्जित किए हुए माध्य लाभ १५,००० रु० हैं। परन्तु दोनों की स्थितियाँ भिन्न हैं। पहली में यह वांछनीय स्थिति का द्योतक है, परन्तु दूसरी में स्थिति बिलकुल अवांछनीय है।

(३) समांतर माध्य प्रायः ऐसी राशि होती है जो श्रेणी में न हो और कई स्थितियों में तो यह ऐसा माप होता है जिसे सोचा भी नहीं जा सकता। ३ मजदूरों की वास्तविक मजदूरियाँ ५ रु०, ३ रु० और २ रु० है, तो माध्य मजदूरी ३$\frac{१}{३}$ रु० हुई जो किसी भी मजदूर की मजदूरी नहीं है। इसलिए कोई भी मजदूर माध्य मजदूर नहीं कहा जा सकता और न ही किसी मजदूर को माध्य मजदूरी मिलती है। इसी प्रकार अगर तीन 'ओवर' में २५ 'रन' बनें तो प्रति ओवर माध्यन ८$\frac{१}{३}$ 'रन' बने। परन्तु ८$\frac{१}{३}$ रन का कोई अर्थ नहीं होता। इन उदाहरणों में समान्तर माध्य कृत्रिम लगता है।

(४) श्रेणी का निरीक्षण करने मात्र से ही समान्तर माध्य नहीं जाना जा सकता, जबकि मध्यका और बहुलक इस प्रकार जाने जा सकते हैं।

(५) समान्तर माध्य की गणना करने के लिए यह आवश्यक है कि हम सब पदों के वास्तविक मूल्य जानें। परन्तु मध्यका या बहुलक की गणना करने के लिए यह आवश्यक नहीं है—इनमें चरम पदों को छोड़ा जा सकता है।

(६) समान्तर माध्य केवल उन आंकड़ों में निकाला जा सकता है जो पूर्ण रूप से समान हों। परन्तु ऐसा सम्भव है कि आँकड़े समान न हों और यह बात मध्यक से स्पष्ट न होती हो। उदाहरण के लिए, एक विश्वविद्यालय के विभिन्न विभागों में कमरों के बँटवारे का अध्ययन करने से यह मालूम हुआ कि प्रत्येक विभाग में औसतन १० कमरे हैं। इसका यह निष्कर्ष आवश्यक रूप से नहीं है कि उन विभागों में जहाँ कमरों की संख्या १० से कम है, स्थान की कमी है। हमने तो केवल कमरों की संख्या की गणना की है, और उनके माप को विचार में नहीं रखा है।

अन्य प्रचलित माध्य (other averages in common use)

सरल और भारित समातर माध्य के साथ साथ निम्नलिखित माध्यो का भी सामान्य उपयोग किया जाता है

१ **संचयी माध्य (Progressive Average)**—यह माध्य किसी श्रेणी में पहले के पदो पर आधारित होता है। पहले पद के लिए सचयी माध्य उसी पद के बराबर होता है। दूसरे पद के लिये सचयी माध्य पहले दो पदो के माध्य के बराबर होता है, इत्यादि। इस प्रकार किसी पद के लिए सचयी माध्य उसके व उससे पूर्व उपलब्ध सब पदो के माध्य के बराबर होता है।

सचयी माध्य का उपयोग उन दशाओ में किया जाता है जहाँ पदो की सख्या इतनी अधिक नही है कि उनका गतिमान माध्य (moving average) निकाला जा सके। सचयी माध्य का उचित उपयोग करने के लिए इसमें होने वाली वृद्धि या कमी को देखना चाहिए। यदि सचयी माध्य बढता चला जाता है तो श्रेणी की उपनति (trend) ऊपर को होगी।

२ **गतिमान माध्य (Moving Average)**—गतिमान माध्य का उपयोग काल-श्रेणी का विश्लेषण करने मे किया जाता है। इसका मुख्य कार्य श्रेणी की उपनति (trend) बताना है। गणना करने में सर्वप्रथम एक उपयुक्त अवधि निश्चित कर ली जाती है और इस अवधि के लिए माध्य निकाला जाता है। मान लीजिए यह अवधि ३ वर्ष है। पहले ३ वर्षों का माध्य निकाला जाएगा और उस बीच वाले वर्ष के आगे रख दिया जाएगा। फिर, पहला वर्ष छोडकर और चौथा वर्ष जोडकर तीन वर्षों के माध्य की गणना कर ली जाएगी। इस प्रकार पहला वर्ष छोडकर और अगला वर्ष जोडकर गतिमान माध्य की गणना करते चले जा सकते है। ये माध्य बीच वाले वर्ष के सामने रखे जाते हैं। नीचे दिये हुए उदाहरण में सचयी और गतिमान माध्य की गणना की गई है

उदाहरण दी हुई सामग्री से सचयी और गतिमान माध्य की गणना कीजिये :

वर्ष	लाभ रु०	सचयी माध्य	३ वर्षीय गतिमान माध्य
(1)	(2)	(3)	(4)
1950	30,000	30,000	—
1951	32,000	31,000	31,000
1952	31,000	31,000	31,333
1953	31,000	31,000	29,333
1954	26,000	30,000	31,000
1955	36,000	31,000	34,000
1956	40,000	32,286	—

(३) वर्णनात्मक माध्य (Descriptive Average)—यदि माध्य पूर्णतः प्रतिनिधि या प्रतिरूपी न हो तो उसे वर्णनात्मक माध्य कहते हैं। मान लीजिए हम श्रेणी के प्रत्येक पद का बराबर महत्व दें और फलस्वरूप चरम मूल्य माध्य को प्रभावित कर दें। ऐसी स्थिति में माध्य वस्तुतः प्रतिनिधि या प्रतिरूपी नहीं होगा। परन्तु श्रेणी का वर्णन करने में इसका उपयोग किया जा सकता है। इसलिए इसे वर्णनात्मक माध्य कहेंगे।

पुनः, यदि माध्य ऐसा हो कि उस प्रकार के माप का भौतिक अस्तित्व होना असम्भव हो तो वह वर्णनात्मक माध्य कहा जाएगा। उदाहरणार्थ, मान लीजिए किसी मुहल्ले में प्रति परिवार बच्चों की संख्या २.२ है। यह एक ऐसी संख्या है जो बच्चों पर लागू नहीं होती।

अपूर्ण या अयथार्थ सामग्री से गणना किए गए माध्य को भी वर्णनात्मक समझा जाता है। यदि पहले या अन्तिम वर्ग-अन्तराल की क्रमशः अधर और अपर सीमाएँ नहीं दी गई हैं तो सामग्री अपूर्ण मानी जाएगी और उसका माध्य वर्णनात्मक समझा जाएगा। इसी प्रकार वर्ग-बद्ध सामग्री भी अपूर्ण और अयथार्थ है और उसका माध्य वर्णनात्मक माध्य है।

यदि हम किसी श्रेणी का माध्य की गणना करें और वह श्रेणी के किसी पद के बराबर न हो, तब भी उसे कभी-कभी वर्णनात्मक कहा जाता है। उदाहरणार्थ ३, ६ और १२ का माध्य ७ है, परन्तु यह श्रेणी के किसी अंक के बराबर नहीं है।

उपर्युक्त अर्थों में वर्णनात्मक माध्य का उपयोग किया जाता है। परन्तु इसका सर्वाधिक सामान्य और प्रचलित अर्थ पहला है जिसमें माध्य श्रेणी का प्रतिरूपी नहीं होता।

४. द्विघातीय माध्य (Quadratic Mean)—द्विघातीय माध्य पदों के वर्गों के माध्य का वर्गमूल होता है। उदाहरण के लिए ३, ६ और १२ का द्विघातीय वर्ग मूल निकालने के लिए पहले हम इनके वर्ग निकालेंगे जो क्रमशः ९, ३६ और १४४ हैं।

अब द्विघातीय माध्य $=\sqrt{\left(\frac{9+36+144}{3}\right)}=\sqrt{\frac{189}{3}}=\sqrt{63}=7{\cdot}937$

इसका बहुत कम व्यवहार होता है। इसे वर्ग-माध्य-मूल (Root Mean Square) भी कहते हैं।

५. प्रमापीकृत मृत्युदर (Standardized Death Rate)—प्रमापीकृत मृत्युदर कई समरूप मापों में से एक है। अन्य क्षेत्र जहाँ नीचे दी गई रीति का उपयोग किया जा सकता है, वृत्ति-दर, विवाह-दर आदि हैं। यहाँ हम केवल मृत्यु-दर का उदाहरण लेकर प्रमापीकरण पर विचार करेंगे। प्रमापीकरण द्वारा विभिन्न स्थानों,

देशो आदि से प्राप्त एक ही विषय से सबंधित सामग्री की तुलना की जा सकती है। अगर हम विभिन्न प्रदेशो की मृत्युदरो की तुलना करना चाहें तो मुख्य कठिनाई यह आती है कि विभिन्न स्थानो में विभिन्न वयोवर्गों (age-groups) में जनसख्या एक रूप से बँटी नही रहती है। यदि किसी स्थान में जनसख्या का अधिकाश भाग उच्चतर वयोवर्गों में है तो स्वभावत. वहाँ मृत्युदर अधिक होगी। इसके विपरीत यदि जनसख्या निम्नतर वयोवर्गों में सकेन्द्रित है तो मृत्युदर कम हो जाएगी। इन दो स्थानो की जनसख्याओं की तुलना तब तक सही रूप से नही की जा सकती, जब तक ये समान नहीं बना ली जाती। ऐसा करने के लिए पहले प्रत्येक वयोवर्ग की प्रति हजार की दर से मृत्यु निकाल ली जाती है। फिर प्रत्येक स्थान के लिए इन प्रति हजार में व्यक्त की गई इन दरो का भारित माध्य निकाल लिया जाता है। भार किसी एक स्थान की सख्या के अनुपात में दिये जाते है। यदि इनमें से किसी एक जनसख्या को प्रमाप जनसख्या कहा जाय तो भार वहाँ की जनसख्या के अनुपात में होंगे और हम मृत्युदरो की तुलना समानता के आधार पर कर सकते है।

प्रमाप स्थान की मृत्युदरो को प्रमाप जनसख्या की सामान्य (या असशोधित, प्रमापित, या सशोधित) मृत्युदर कहते हैं। इस प्रकार प्रमाप जनसख्या की सामान्य (या असशोधित) मृत्युदर और प्रमापित (या सशोधित) मृत्युदर एक ही चीज है। ऐसे स्थान की मृत्युदर जो प्रमापित नही किया गया है, और जो वहाँ की जनसख्या के आधार पर निकाली गयी है, सामान्य (या असशोधित) मृत्युदर कहलाती है। प्रमाप जनसख्या के आधार पर इस स्थान की जो मृत्युदर होती है वह प्रमापित (या सशोधित) मृत्युदर कही जाती है। निम्नलिखित उदाहरण से यह विवरण अधिक स्पष्ट हो जाएगा।

उदाहरण : निम्नलिखित सामग्री से दो जन-सख्याओ क और ख के लिए सामान्य और प्रमापित मृत्युदरो की गणना कीजिए

वयोवर्ग	प्रमाप जनसख्या नगर क			स्थानीय जनसख्या नगर ख		
	जनसख्या	मृत्यु सख्या	मृत्यु दर प्रति हजार	जनसख्या	मृत्यु सख्या	मृत्यु दर प्रति हजार
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
5 से कम	15,000	360	24	40,000	1,000	25
5—30	*20,000*	*400*	*20*	*52,000*	*1,040*	*20*
30 से अधिक	10,000	280	28	8,000	240	30

सामान्य (या असंशोधित या संशोधित या प्रमापित) मृत्युदर:

$$\text{नगर क} = \frac{15{,}000\times24+20{,}000\times20+10{,}000\times28}{45{,}000}$$

$$= \frac{3{,}60{,}000+4{,}00{,}000+2{,}80{,}000}{45{,}000} = \frac{10{,}40{,}000}{45{,}000} = 23{\cdot}1$$

सामान्य (असंशोधित) मृत्युदर.

$$\text{नगर ख} = \frac{40{,}000\times25+52{,}000\times20+8{,}000\times30}{1{,}00{,}000}$$

$$= \frac{10{,}00{,}000+10{,}40{,}000+2{,}40{,}000}{1{,}00{,}000} = \frac{22{,}80{,}000}{1{,}00{,}000} = 22{\cdot}8$$

संशोधित या प्रमापित मृत्युदर

$$\text{नगर ख} = \frac{15{,}000\times25+20{,}000\times20+10{,}000\times30}{45{,}000}$$

$$= \frac{3{,}75{,}000+4{,}00{,}000+3{,}00{,}000}{45{,}000} = \frac{10{,}75{,}000}{45{,}000} = 23{\cdot}9$$

अगर हम दोनो नगरो की सामान्य मृत्युदरो की तुलना करे तो हम पाते है कि ख की मत्युदर कम है और इसलिए वहाँ लोगो का स्वास्थ्य अच्छा है। परन्तु यदि हम प्रमापित मृत्युदरो की तुलना करें तो हम इसका उलटा पाते है अर्थात् नगर क के *निवासियो का स्वास्थ्य अधिक अच्छा है।*

माध्यिका (Median)

किसी श्रेणी का माध्यिका उस पद के (वास्तविक या प्राक्कलित) परिमाण के बराबर होता है जो श्रेणी को आरोही या अवरोही क्रम में रखने पर उसके मध्य में आता है। श्रेणी को आरोही या अवरोही क्रम में रखने की क्रिया को अनु-विन्यास करना (arraying) कहते है। माध्यिका उस पद के परिमाण के बराबर होता है जिससे पहले के और उसके बाद के पदो की सख्याएँ बराबर होती है। यह श्रेणी के मध्य मे होता है और उसे दो बराबर भागो में विभाजित करता है।

माध्यिका की गणना—यदि श्रेणी में पदो की सख्या n हो तो उसका माध्यिका $\frac{n+1}{2}$ वें पद के परिमाण के बराबर होता है। $\frac{n+1}{2}$ वाँ पद श्रेणी का मध्य-पद है।

(क) **एकक निरीक्षणों की श्रेणी**—यदि श्रेणी में पदो को सख्या विषम है तो $\frac{n+1}{2}$ वाँ वास्तव में होगा और वही माध्यिका पद होगा। परन्तु यदि पदो की सख्या

सम है तो कोई बीच का पद नही होगा और वस्तुत माध्यिका नही होगा। परन्तु यह मान लेते हैं कि माध्यिका बीच के दो पदो के माध्य के बराबर होता है। अर्थात अगर पदो की सख्या विषम है तो माध्यिका $\frac{n+1}{2}$ वें पद के बराबर और अगर सम है तो $\frac{n}{2}$ वें और अगले पद के माध्य के बराबर होता है। यहाँ **स्मरणीय है कि $\frac{n+1}{2}$ माध्यिका का स्थान बतलाता है, उसका परिमाण नहीं।**

उदाहरण नौ विद्यार्थियो के प्राप्ताको का माध्यिका निकालना है

क्रम सख्या	प्राप्ताक	क्रम सख्या	प्राप्ताक
1	10	6	24
2	12	7	26
3	15	8	27
4	18	9	27
5	20	(10	30)

रीति

माध्यिका $=\left(\frac{n+1}{2}\right)$ वें पद का परिमाण $=\left(\frac{9+1}{2}\right)$ वें पद का परिमाण

$=\left(\frac{10}{2}\right)$,, ,, ,, ,, $=5$th ,, ,, ,, ,,

$=20$

हम देखते है कि ५वें विद्यार्थी के प्राप्ताक २० है इसलिए माध्यिका प्राप्ताक २० हुए।

उपर्युक्त उदाहरण में विद्यार्थियो की सख्या विषम थी, अब यदि यह सख्या सम हो अर्थात एक और विद्यार्थी (१०वाँ विद्यार्थी) भी हो तो माध्यिका निम्नलिखित रीति से जाना जायगा

माध्यिका $=n/2$ वें और अगले पद के परिमाणो का माध्य

$=10/2$ वें = ,, ,, ,, ,,

$=5$ वें ,, 6ठे ,, ,, ,,

$=20$ और 24 का माध्य $=\frac{20+24}{2}=22$

(ख) खडित श्रेणी—यदि सामग्री खडित श्रेणी के रूप में दी गई है तो माध्यिका की गणना निम्नलिखित रीति से की जायगी।

उदाहरण निम्नलिखित श्रेणी का माध्यिका निकालना है।

परिमाण	बारबारता	संचयी बारबारता	परिमाण	बारबारता	संचयी बारबारता
(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)
1	3	3	6	20	70
2	7	10	7	15	85
3	10	20	8	12	97
4	12	32	9	10	107
5	18	50	10	5	112

टिप्पणी कॉलम १ और २ प्रश्न दिए हुए हैं और कॉलम ३ हल का भाग है।

माध्यिका $\frac{n+1}{2}$ वें पद के परिमाण के बराबर होता है।

$\therefore$ माध्यिका $= \frac{112+1}{2}$ वें पद का परिमाण

$=56\cdot5$ वें ,, ,, ,,

कॉलम ३ में हम देखते हैं ५१वें से ७०वें तक के २० पदों का परिमाण ६ है। ५६.५वाँ पद भी इनके बीच में आता है इसलिये यह भी ६ होगा। अतएव माध्यिका = ६

(घ) सतत श्रेणी—सतत श्रेणी में दी गई सूचना कम निश्चित होती है क्योंकि इसमें यथार्थ परिमाण वाले पद नहीं दिये रहते बल्कि वे दिए हुए वर्ग-अन्तराल के भीतर किसी भी परिमाण के हो सकते हैं। इस स्थिति में भी माध्यिका की गणना पहले $\frac{n+1}{2}$ वें पद का परिमाण निकाल कर की जाती है। परन्तु परिमाण निकालने के लिए कुछ कल्पनाओं के अन्तर्गत अंतर्वेशन (interpolation) करना पड़ता है। अन्तर्वेशन का तात्पर्य है अज्ञात मूल्य के लिए सर्वाधिक उपयुक्त मूल्य जानना।

उदाहरण . निम्नलिखित श्रेणी का माध्यिका निकालो।

मापन	बारबारता	संचयी बारबारता
(1)	(2)	(3)
0—10	10	10
10—20	12	22
20—30	18	40
30—40	14	54
40—50	11	65

$M = \frac{N}{2} = \frac{65}{2} = 32\cdot5$

$M = L_1 + \frac{i}{f}(m \cdot c)$

माध्यिका का स्थान निर्धारण

माध्यिका $=\frac{n+1}{2}$ वें पद का परिमाण

33 ,, ,, ,,

२३ से ४०वें तक के पद २०-३० वाले वर्ग-अंतराल में आते हैं। हमें यह जानना है कि ३३वें पद का परिमाण क्या है। इसके लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग किया जाता है

$$M=l_1+\frac{l_2-l_1}{f_1}(m-c)$$

जहाँ M—माध्यिक-मूल्य है

l_1—माध्यिका-वर्ग (जिस वर्ग में माध्यिका है) की अधर सीमा है

l_2—माध्यिका-वर्ग की अपर सीमा है

f_1—माध्यिका-वर्ग की बारंबारता है

m—माध्यिका-पद है

c—माध्यिका वर्ग से पहले के वर्ग की संचयी बारंबारता है।

उपर्युक्त सूची में उदाहरण के मूल्यों को रखने पर

$$M=20+\frac{30-20}{18}(33-22)=20+\frac{10}{18}\times 11$$

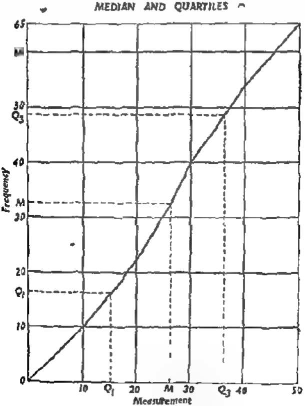
$$=20+\frac{110}{18}=20+6\ 11=26\ 11$$

माध्यिका के सूत्र का आधार—उपर्युक्त सूत्र का प्रयोग करते समय यह कल्पना (assumption) की जाती है कि प्रत्येक वर्ग के पदों का वितरण पूरे वर्ग अंतरण में समान रूप से हुआ है। उपर्युक्त उदाहरण में माध्यिका वर्ग २०-३० है और वर्ग बारंबारता १८ है। कल्पनानुसार ये १८ पद दस मूल्यों में समान रूप से वितरित हैं। इसलिए जब नाप एक इकाई से बढ़ती है, तो पदों की संख्या १·८ से बढ़ती है। ३३वें पद (माध्यिका-पद) पर पहुँचने के लिए पदों की संख्या २२ से (देखिए कॉलम ३) ३३ होती है। चूँकि १८ पदों के लिए नाप इकाई से बढ़ती है, इसलिए ११ पदों के लिए नाप (११×१/१८) इकाइयों =६ ११ इकाइयों से बढ़ेगी। २० में ६ ११ जोड़ कर हम माध्यिका जान लेते हैं। यह २६·११(२०+६·११) है।

लेखाचित्र द्वारा माध्यिका का निर्धारण—लेखाचित्र की सहायता से माध्यिका निम्नलिखित रीतियों से निर्धारित किया जा सकता है

(१) तोरण द्वारा (By an Ogive)—तोरण सचयी बारबारता वक्र को कहते हैं अर्थात् नाप की बारबारता को अंकित न कर के नाप की सचयी बारबारता को अंकित किया जाता है। स्वभावत वक्र हमेशा ऊपर को उठता हुआ होता है। मध्य-पद निकालने के लिए $n/2$ वाले सूत्र का उपयोग किया जाता है और इस बिन्दु से आधार के समानांतर रेखा खींची जाती है। जहाँ रेखा तोरण को काटती है, वहाँ से आधार पर (य-अक्ष पर) लम्ब चला जाता है। लम्ब का आधार बिन्दु माध्यिका का स्थान बताता है, जिसे लेखाचित्र में पढ़ लिया जाता है (देखिए

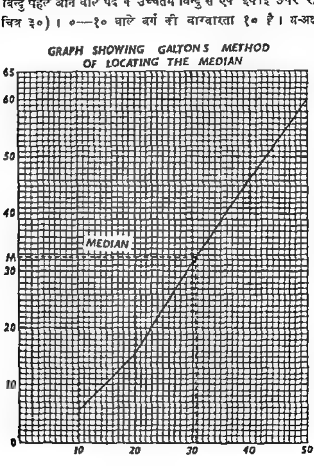
GRAPH SHOWING THE CALCULATION OF MEDIAN AND QUARTILES



चित्र २९

चित्र २९)। इसी रीति से चतुर्थकों, दशमकों आदि को जाना जा सकता है इन पर आगे विचार किया जायगा।

(२) गाल्टन की रीति (Galton's method)—इस रीति में लेखाचित्र दूसरे प्रकार से खींचा जाता है। किसी नाप के सगत बारबारताएँ उस बिन्दु से ऊपर की ओर बिन्दु रख कर दिखाई जाती है। ये बिन्दु पद की बारबारता दिखाते हैं। बिन्दु अंकित करने का नियम यह है कि बाद में आने वाले पद का निम्नतम बिन्दु पहले आने वाले पद के उच्चतम बिन्दु से एक इकाई ऊपर रहता है (देखिये चित्र ३०)। ०—१० वाले वर्ग की बारबारता १० है। य-अक्ष पर



चित्र ३०

१० की सीध में १० बिन्दु रखे गये हैं। १०-२० वाले वर्ग की बारबारता १२ है। २० य-अक्ष पर २० की सीध में ऊपर की ओर १२ बिन्दु पहले रखे गये १० बिन्दुओं के ऊपर हैं। इसी प्रकार अगले वर्गों के लिए भी। किया जायगा बिन्दुओं के इन कुलकों

(sets) के मध्य से वक्र खींचा जाता है। इससे माध्यिका उसी प्रकार निर्धारित किया जाता है जैसे पहली रीति में। तुलना करने पर आप पाएँगे कि इन दो रीतियों से निर्धारित किए गए माध्यिका के मूल्य थोड़े अलग होते हैं।

माध्यिका के लाभ—**१.** माध्यिका का उपयोग करने का पहला और मुख्य लाभ यह है कि यह एक ऐसा माप है जो **चर के चरम मूल्यों से प्रभावित नहीं** होता। समांतर माध्य में यह गुण नहीं है। इसलिए ऐसी स्थितियों में जहां श्रेणी के चरम मूल्य प्रतिनिधि होने के गुण को नहीं रहने देते, माध्यिका का प्रयोग किया जाना चाहिए।

२ इसका उपयोग ऐसे स्थानों में भी किया जा सकता है जहाँ **चर के मूल्य मापे नहीं जा सकते, केवल क्रमानुसार रखे जा सकते हैं,** जैसे बुद्धि, ईमानदारी स्वास्थ्य आदि। इन स्थितियों में यह बताया जा सकता है कि कौन अधिक बुद्धिमान या अधिक ईमानदार है, परन्तु यह नहीं कहा जा सकता कि ठीक कितना बुद्धिमान या ईमानदार है। इस प्रकार के अन्य उदाहरण हैं खाद्य या पेय पदार्थों का स्वाद, संगीत आदि।

३ इसकी गणना सरलता से की जा सकती है और यह सुबोध है। यह बात विशेषत एकैक निरीक्षणों की श्रेणी और खंडित श्रेणी पर लागू होती है। कई स्थितियों में यह श्रेणी का निरीक्षण करने से ही जाना जा सकता है और इसलिए गणना करने से बचा जा सकता है।

४ यदि श्रेणी के चरम मूल्य ज्ञात न भी हों, तब भी माध्यिका की गणना की जा सकती है। इसे निकालने के लिए केवल केन्द्र-स्थित पदों और पदों की संख्या जानना आवश्यक है।

५ यदि पदों की संख्या विषम हो और खंडित श्रेणी हो तो यह श्रेणी का ही एक पद होता है, अर्थात वास्तविक राशि होता है।

माध्यिका के दोष (कमियाँ)—(१) माध्यिका निकालने के लिए पदों को आरोही या अवरोही क्रम में रखना पड़ता है और यदि पदों की संख्या वृहत हो तो बड़ी कठिनाई होती है।

(२) यह उच्चतर बीजगणितीय रीतियों के लिए उपयुक्त नहीं है, इसलिए इसका सीमित उपयोग किया जा सकता है।

(३) इस पर दैव विचरणों का प्रभाव अधिक पड़ता है इसलिए यह समांतर माध्य से कम स्थायी मापक है।

(४) यदि श्रेणी में पदो का वितरण अनियमित हो तो यह प्रतिरूपी प्रतिनिधि नही रह जाता। इसलिए जहाँ पदो में बहुत भिन्नता हो इसका प्रयोग नहीं किया जा सकता।

(५) इसकी गणना निश्चित रूप से नही की जा सकती और न ही इसकी परिभाषा परिदृढ रूप से दी गई है। सतत श्रेणी में इसका मूल्य निकालने के लिए अन्तर्वेशन करना पडता है जो इस कल्पना पर आधारित है कि प्रत्येक वर्ग में पदो का सम वितरण है। समरूपत यदि पदो की सख्या सम हो तो इसका प्राक्कलन करना पडता है।

(६) यदि पदो को सापेक्षिक महत्त्व या भार देते है तो इसका उपयोग नही किया जा सकता।

(७) प्रतिनिधि होने के अतिरिक्त यह श्रेणी के बारे में कुछ नही बताता और न ही इसे जोड घटा कर सयुक्त श्रेणियो का माध्यिका निकाला जा सकता है।

माध्यिका-सिद्धान्त पर आधारित अन्य मापक

माध्यिका श्रेणी को दो बराबर भागो में बाँटता है। समरूपत हम श्रेणी को चार (चतुर्थको), पाँच (पचमको), दस (दशमको) और सौ (शततमको) बराबर भागो मे बाँट सकते हैं। यह स्पष्ट हो जाना चाहिए कि ये केन्द्रीय प्रवृत्ति के मापक नही हैं। यहाँ इनकी गणना करने की विधि का वर्णन करने का कारण यह है कि ये उसी सिद्धान्त पर आधारित हैं, जिसपर माध्यिका आधारित है।

जिस प्रकार एक माध्यिका श्रेणी को दो बराबर भागो मे बाँटता है, उसी प्रकार ३ चतुर्थक (quartiles), ४ पचमक (quintiles), ९ दशमक (deciles) और ९९ शततमक (percentiles) श्रेणी को क्रमश ४, ५, १० और १०० बराबर भागो में बाँटते हैं। स्पष्ट है कि दूसरा चतुर्थक, पाँचवाँ दशमक और पचासवाँ शततमक श्रेणी के माध्यिका है।

इनका मुख्य उपयोग यह जानने में किया जाता है कि किसी कोटि (grade) मे कितने पद है। इसलिए शिक्षा-सबधी और मनोवैज्ञानिक अध्ययनो मे इनका प्रयोग होता है। उदाहरणार्थ, पहला चतुर्थक हमें बताता है कि पहले चतुर्थाश में कितने पद हैं, नवाँ दशमक बताता है कि अन्तिम १०वें प्रतिशत में कितने पद हैं, आदि।

उदाहरण निम्नलिखित श्रेणियो के पहले (लघु) और तीसरे (गुरु) चतुर्थक, दूसरे पचमक, सातवें दशमक और ८२ वें शततमक को ज्ञात करो:

(1) एकंक निरोक्षण की श्रेणी

क्रम सख्या	माप	क्रम सख्या	माप
1	10	6	27
2	12	7	30
3	14	8	32
4	18	9	36
5	22	10	40

प्रथम चतुर्थक $=Q_1=\frac{n+1}{4}$ वे पद का परिमाण

$=\frac{11}{4}$,, ,, ,, ,,

$=2\ 75$,, ,, ,, ,,

= दूसरे पद का परिमाण + (दूसरे और तीसरे पद का अन्तर) $\times$ 75

$=12+(14-12)\times 75=12+1\ 5=13{\cdot}5$

तृतीय चतुर्थक $=Q_3=\left(\frac{n+1}{4}\right)\times 3$ वें पद का परिमाण

$=8\ 25$ वे ,, ,, ,,

$=8$ वें ,, ,, ,, $+(\ 25\times 8$वें और 9वें पद का अन्तर)

$=32+\ 25(36-32)=33$

द्वितीय पचमक $-Qu_2=\left(\frac{n+1}{5}\right)\times 2$ वें पद का परिमाण

$=4\ 4$,, ,, ,, ,,

$=4$ वें पद का परिमाण $+(\ 4\times$ 4थे और 5वें पद का अन्तर)

$=18+(22-18)\times\ 4=19{\cdot}6$

सातवाँ दशमक $=D_7=\left(\frac{n+1}{10}\right)\times 7$ वे पद का परिमाण

$=7\ 7$,, ,, ,, ,,

$=7$,, ,, ,, ,, $+(\ 7\times 7$वें और 8वें पद का अन्तर)

$=30+(32-30)\times\ 1=31{\cdot}4$

८२वां शततमक $=P_{82}=\left(\frac{n+1}{100}\right)\times 82$ वें पद का परिमाण

$=9\ 02$ वें ,, ,, ,, ,,

$=9$,, ,, ,, ,,

$+(\ 02\times$ नवें और दसवें पद का अन्तर)

$=36+(40-36)\times\ 02=36{\cdot}08.$

(ii) खडित श्रेणी

माप	बारबारता	सचयी बारबारता	माप	बारबारता	सचयी बारबारता
1	10	10	6	21	106
2	12	22	7	20	126
3	18	40	8	15	141
4	20	60	9	12	153
5	25	85	10	8	161

रीति

$Q_1=\left(\frac{n+1}{4}\right)$ वें पद का परिमाण=40 5 वें पद का परिमाण=4

$Q_3=\left(\frac{n+1}{4}\right)\times3$,, ,, ,, ,, =121 5 ,, ,, ,, ,, =7

$Qu_2=\left(\frac{n+1}{5}\right)\times2$,, ,, ,, ,, =64 8 ,, ,, ,, ,, =5

$D_7=\left(\frac{n+1}{10}\right)\times7$,, ,, ,, ,, =113 4 ,, ,, ,, ,, =7

$P_{82}=\left(\frac{n+1}{100}\right)\times82$,, ,, ,, ,, =132 84 ,, ,, ,, =8

(iii) सतत श्रेणी

परिमाण	बारबारता	सचयी बारबारता
0—10	22	22
10—20	38	60
20—30	46	106
30—40	35	141
40—50	20	161

रीति

Q_1=40 5	वें	पद	का	परिमाण,	वर्ग	अतरण	10-20
Q_3=121 5	,,	,,	,,	,	,,	,,	30-40
Qu_2=64 8	,,	,,	,,	,	,,	,,	20-30
D_7=113 4	,,	,,	,,	,	,,	,,	30-40
P_{82}=132 8	,,	,,	,,	,	,,	,,	30-40

अन्तर्वेशन करने पर

$$Q_1=l_1+\frac{l_2-l_1}{f_1}(q_1-c)=10+\frac{20-10}{46}(40\ 5-22)$$

$$=10+\frac{10}{46}\times18\ 5=10+4\ 02=\mathbf{14\ 02}$$

$$Q_1=30+\frac{40-30}{35}(121\cdot5-106)=30+\frac{10}{35}\times15\cdot5=30+4\cdot43=\mathbf{34\cdot43}$$

$$Q_{u1}=20+\frac{30-20}{46}(64\cdot8-60)=20+\frac{10}{46}\times4\cdot8=20+1\cdot40=\mathbf{21\cdot04}$$

$$D_7=30+\frac{40-30}{35}(113\cdot4-106)=30+\frac{10}{35}\times7\cdot4=30+2\cdot11=\mathbf{32\cdot11}$$

$$P_{82}=30+\frac{40-30}{35}(132\cdot8-106)=30+\frac{10}{35}\times26\cdot8=30+7\cdot66=\mathbf{37\cdot66}$$

मध्यक की भाँति चतुर्थांश, दशमक आदि का मूल्य लेखाचित्र से भी जाना जा सकता है। इसका सिद्धान्त वही है जिसका प्रयोग मध्यक निकालने में किया जा चुका है (देखिये चित्र २९ और ३०)।

बहुलक (Mode)

माध्य के वर्णन में हमने देखा था कि वह चरम-मूल्यों से बहुत प्रभावित होता है। माध्यिका इस दोष को तो दूर करती है, परन्तु इसमें यह दोष है कि यदि श्रेणी में पदों का वितरण अनियमित हुआ था यदि वे एक दूसरे से बहुत भिन्न हुए तो यह प्रतिनिधि नहीं रह जाता। इन दो दोषों को दूर करने के लिए हम बहुलक या बहुलक-मूल्य (Modal value) का उपयोग करते हैं। बहुलक वह मूल्य है जो श्रेणी में अधिकतम बार मिलता है अर्थात इस पद की बारंबारता सबसे अधिक होती है। श्रेणी का बहुलक-पद प्रधान होता है और सर्वाधिक घनता (density) वाले स्थान पर होता है। इसके आसपास सबसे अधिक सकेन्द्रण होता है।

बहुलक के मुख्य लक्षण हैं (१) यह सबसे अधिक बारंबारता वाले पद के परिमाण के बराबर होता है (२) पहले लक्षण के होते हुए भी, बहुलक मूल्य आसपास के पदों से प्रभावित होता है। इसका अर्थ यह हुआ कि यदि आसपास के पदों की बारंबारताएँ कम हैं तो भले ही किसी पद की बारंबारता सबसे अधिक हो, वह बहुलक नहीं माना जाएगा। इसके विपरीत यदि आसपास के पदों की बारंबारताएँ अधिक हैं तो सर्वाधिक बारंबारता न होते हुए भी पद को बहुलक माना जाएगा क्योंकि उसे आसपास के पदों से सहारा मिल रहा है।

पहली विशेषता से यह लगता है कि बहुलक का स्थान-निर्धारण करना और उसका मूल्य जानना आसान होगा, परन्तु दूसरे लक्षण के कारण कठिनाई आती है। यदि बारंबारता-बंटन नियमित हो तो बहुलक निकालना आसान होता है क्योंकि वह सुनिश्चित होता है, परन्तु बहुधा यह अनन्य रूप से (uniquely) निश्चित नहीं

किया जा सकता क्योंकि पद एक दूसरे से बहुत कम भिन्न होते हैं और इसलिए बहुलक निर्धारित करना कठिन हो जाता है। ऐसी स्थिति में, बहुलक को प्रधानता देने के लिए बारंबारताओं का समूहन (grouping) कर लेते हैं। समूहन करना तब तक जारी रखा जाता है जब तक सर्वाधिक बारंबारता वाला पद पहचान न लिया जाय। समूहन करने की कोई-एक रीति नहीं है। वस्तुतः जो जैसे चाहे वैसे बारंबारताओं का समूहन कर सकता है। परन्तु समूहन करने का उद्देश्य हमेशा ध्यान में रखना चाहिए और वह यह है कि अनियमितता दूर की जाय। प्रचलित रीति यह है कि दो पदों को दो बार और तीन पदों को तीन बार समूहन करना चाहिए। इसके बाद समूहित परिमाणों का विश्लेषण किया जाता है, जिससे वह परिमाण मिलता है जिसमें सबसे अधिक पद हों। निम्नलिखित उदाहरणों से यह रीति स्पष्ट हो जाएगी। यहाँ हम एकैक निरीक्षणों की श्रेणी पर विचार नहीं कर रहे हैं क्योंकि इस श्रेणी में प्रत्येक पद की बारंबारता एक होती है और इसलिए इस श्रेणी का बहुलक नहीं होता।

बहुलक का निर्धारण

(क) खंडित श्रेणी

उदाहरण १ निम्नलिखित श्रेणी का बहुलक निकालना है:—

परिमाण	बारंबारता	परिमाण	बारंबारता
1	5	6	19
2	9	7	18
3	12	8	8
4	18	9	4
5	20	10	[illegible]

पदों के उपरलिखित बंटन (distribution) से हम देखते हैं कि ५ परिमाण की बारंबारता सबसे अधिक है। परन्तु यह हो सकता है कि ४ और ६ वाले परिमाणों का प्रभाव अधिक न हो और बहुलक किसी दूसरे स्थान पर हो, जैसे ६ पर क्योंकि ५ पर १८ और १९ (४था और ६ठा) का प्रभाव है जब कि ६ पर २० और १८ (५ वाँ और ७ वाँ) का। इसलिए बहुलक सुनिश्चित करने के लिए हम बारंबारताओं का समूहन करते हैं।

समूहन सारणी

परिमाण	बारंबारता					
1	5	14		26		
2	9		21		39	
3	12	30				50
4	18		38	57		
5	20	39			57	
6	19		37			45
7	18	26		30		
8	8		12		14	
9	4	6				
10	2					

विश्लेषण सारणी

परिमाण	3	4	5	6	7
कॉलम					
1			1		
2			1	1	
3		1	1		
4		1	1	1	
5			1	1	1
6	1	1	1		
कुल	1	3	6	3	1

इस प्रकार हम पाते हैं कि बहुलक ५ है।

उदाहरण २१ अब निम्नलिखित श्रेणी पर विचार कीजिए

समूहन सारणी

परिमाण	बारंबारता					
1	10	22		37		
2	12		27		46	
3	15	34				54
4	19		39	47		
5	20	28			32	
6	8		12			15
7	4	7		9		
8	3		5		7	
9	2	4				5
10	2		3			
11	1					

विश्लेषण सारणी

परिमाण	2	3	4	5	6
कॉलम					
1				1	
2		1	1		
3			1	1	
4			1	1	1
5	1	1	1		
6		1	1	1	
कुल	1	3	5	4	1

यहाँ हम पाते हैं कि समूहन करने पर परिमाण ४ बहुलक है, जबकि निरीक्षण से परिमाण ५ की बारबारता सबसे अधिक है। इससे यह स्पष्ट हो जाता है कि आसपास के पदों की बारबारताओं के कारण बहुलक ५ से हटकर ४ पर आ गया।

यहाँ यह स्मरणीय है कि समूहन करके बहुलक केवल तभी निकाला जाता है जब उसका स्थान निश्चित नहीं होता। परन्तु यदि अधिकतम बारबारता और आसपास के पदों की बारबारता बहुलक को निश्चित कर देती है, तब समूहन करना आवश्यक नहीं क्योंकि वह केवल निरीक्षण करने से जाना जा सकता है।

(ख) सतत श्रेणी.

सतत श्रेणी में बहुलक परिमाण निकालने में एक विशेष समस्या आती है। इसका स्थान निर्धारण समूहन या निरीक्षण करके किया जा सकता है। परन्तु इससे हमें केवल वह वर्ग ज्ञात होता है जिसमें बहुलक हो। वर्ग-अतरण में इसका क्या मूल्य है, इसके लिए हमें एक अन्य रीति का उपयोग करना पड़ता है। मध्यक की भाँति बहुलक के मूल्य को अन्तर्वेशन करके ही जाना जा सकता है।

उदाहरण १　निम्नलिखित श्रेणी में बहुलक-परिमाण निकालना है

परिमाण	बारबारता	परिमाण	बारबारता
0—10	10	30—40	11
10—20	12	40—50	[illegible]
20—30	18	50—60	[illegible]

निरीक्षण से हम पाते हैं कि बहुलक २०-३० वाले वर्ग-अतरण में है। इसका ठीक मूल्य जानने के लिए हम अन्तर्वेशन के निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग करते हैं

$$Z = l_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}(l_2 - l_1)$$

जहाँ

Z बहुलक है,
l_1 बहुलक-वर्ग की अपर सीमा है,
l_2 बहुलक-वर्ग की अपर सीमा है,
f_0 बहुलक-वर्ग से पहले के वर्ग की बारंबारता है,
f_1 बहुलक-वर्ग की बारंबारता है,
f_2 बहुलक-वर्ग के बाद के वर्ग की बारंबारता है।

सूत्र में प्रश्न के मूल्यों को रखने पर

$$Z=20+\frac{18-12}{2\times18-12-11}(30-20)$$

$$=20+\frac{6}{13}\times10=20+4\ 616=24\cdot616$$

यहाँ यह ज्ञातव्य है कि यदि सूत्र का प्रयोग करने पर घनात्मक चिन्ह के बाद का भाग ऋणात्मक आता है, तो बहुलक पहले के वर्ग में होगा जहाँ उसका स्थान निर्धारण नहीं हुआ है। ऐसी स्थिति में वर्गों का दो-दो करके समूहन कर लिया जाता है और तदनुसार बहुलक निकाल लिया जाता है।

उदाहरण २: निम्नलिखित श्रेणी में बहुलक निकालिये.

परिमाण	बारंबारता					
0—10	5	12		31		
10—20	7		26		44	
20—30	19	37				53
30—40	18		34	44		
40—50	16	26			31	
50—60	10		15			
60—70	5					

विश्लेषण सारणी

कालम	10—20	20—30	30—40	40—50	50—60
1		1			
2		1	1		
3			1	1	
4			1	1	1
5	1	1	1		
6		1	1	1	
योग	1	4	5	3	1

बहुलक ३०-४० वाले वर्ग अतरण में है। अतर्वेशन द्वारा:

$$Z=l_1+\frac{f_1-f_0}{2f_1-f_0-f_2}(l_2-l_1)$$
$$=30+\frac{18-19}{36-19-16}(40-30)=30+\frac{-1}{1}\times10$$
$$=30-10=20$$

उपरोक्त समूहन के अनुसार बहुलक ३०-४० वर्ग अतरण में होना चाहिए था, परन्तु यह पहले के वर्ग में आ गया है। इसलिए हमें परिमाणो को दो-दो समूहों में रखना होगा। नये वर्ग निम्नलिखित है:

परिमाण	बारबारता
0—20	12
20—40	37
40—60	26
60—80	5

स्पष्टत बहुलक २०-४० वाले वर्ग-अतरण में है। अन्तर्वेशन से.

$$Z=l_1+\frac{f_1-f_0}{2f_1-f_0-f_2}(l_2-l_1)$$
$$=20+\frac{37-12}{74-12-26}(40-20)=20+\frac{25}{36}\times20$$
$$=20+13\cdot89=33\cdot89$$

सतत श्रेणी में बहुलक की गणना करने में एक अन्य बात का ध्यान रखना चाहिए। वह यह कि सतत श्रेणी में बहुलक तभी निकाला जा सकता है जब वर्ग-अन्तरण बराबर हों। यदि वर्ग-अतरण बराबर नही हैं, तो उन्हें बराबर बना लिया जाना चाहिए। अगर यह सभव नही है, तो बहुलक अनिर्धारित (indeterminate) माना जाना चाहिए।

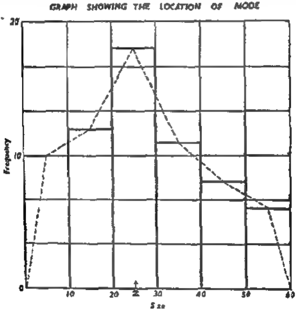
उदाहरण ३: निम्नलिखित सामग्री के लिए बहुलक निकालना है

0—10	10	40—46	12
10—15	8	46—50	8
15—20	7	50—52	8
20—22	8	55—60	7
22—30	10	60—70	12
30—37	15	70—75	6
37—40	10	75—80	2

उपर्युक्त श्रेणी को पहले बराबर वर्ग-अतरण बनाकर रखना पड़ेगा और फिर बहुलक निकाला जाएगा। बराबर वर्ग अतराल वाली श्रेणी निम्नलिखित है:

0—10	10	40—50	20
10—20	15	50—60	15
20—30	[illegible]	60—70	12
30—40	25	70—80	[illegible]

यदि श्रेणी में दो या अधिक पदों की बारबारताएँ अधिकतम हैं तो श्रेणी को क्रमश: द्वि-बहुलक (bi-modal) और बहु-बहुलक (multi-modal) श्रेणी कहते हैं। प्राय: समूहन करके श्रेणी को एक बहुलक (uni-modal) श्रेणी बनाया जा सकता है, परन्तु जब यह सम्भव न हो तो श्रेणी उपर्युक्त नामों से बनाई जाएगी।



चित्र ३१

बहुलक का लेखाचित्रीय स्थान-निर्धारण—लेखाचित्र की सहायता से बहुलक का स्थान निर्धारित करने के लिए या तो बारबारता बहुभुज बनाया जाता है या बारबारता-वक्र। लेखाचित्र का सर्वोच्च विन्दु बहुलक का स्थान बताता है। चित्र ३१ में लेखाचित्रीय रीति से बहुलक का स्थान-निर्धारण किया गया है। लेखाचित्र पहले उदाहरण की श्रेणी का है, जिसमें बहुलक का मूल्य २४·६१६ था। लेखाचित्र में बहुलक का मूल्य २५ है। हम पाते हैं कि बहुलक लगभग बराबर हैं।

बहुलक के लाभ—बहुलक के कार्य और उपयोग को अभी तक ठीक से नहीं समझा गया है, इसलिए इस उपयोगी केन्द्रीय प्रवृत्ति के मापक का प्रचलन कम रहा है। यह किसी श्रेणी का सर्वाधिक रूप्य पद है, और यदि श्रेणी नियमित है तो यह उस का सबसे अच्छा प्रतिनिधि है। अब वैज्ञानिक अध्ययनों में बहुलक का प्रयोग अधिक हो रहा है। व्यापार और वाणिज्य में भी बहुलक का बहुत व्यावहारिक महत्व है। किसी वस्तु का निर्माता यह जानना चाहता है कि किस प्रकार की, या किस डिजाइन की या किस आकार की वस्तु की खपत सबसे अधिक है। वह इन विभिन्न गुण वाली वस्तुओं की माध्य या मध्यक खपत नहीं जानना चाहता क्योंकि वह उस वस्तु का उत्पादन अधिक करना चाहता है जो अधिक बिके।

१. लोकप्रियता का अध्ययन करने के लिए बहुलक विशेष रूप से उपयोगी है।

२. बहुलक का दूसरा लाभ यह है कि बहुधा इसे केवल निरीक्षण से जाना जा सकता है।

३. इस पर चरम मूल्यों का प्रभाव नहीं पड़ता। बहुधा यह वास्तव में प्रति-रूपी पद होता है।

४. चरम-पदों का ज्ञान न होने पर भी इसका निर्धारण किया जा सकता है, बशर्ते वटन नियमित हो।

५. यह सरल एवं सुतथ्य (precise) है। सतत श्रेणी के अतिरिक्त यह अन्य श्रेणियों में उनका एक पद होता है।

बहुलक के दोष और कमियाँ—(१) यह एक बहुत सूक्ष्म माप है और कई स्थितियों में अनिर्धारित रहता है।

(२) चूंकि यह निकटवर्ती बारंबारताओं से प्रभावित होता है इसलिए पदों को क्रमानुसार रखना आवश्यक हो जाता है।

(३) यदि बारंबारता-वटन अनियमित हो तो यह एक ही प्रकार के अल्प संख्यक पदों से प्रभावित होता है।

(४) यदि पदों पर सापेक्षिक महत्व के अनुसार विचार करना हो तो यह अनुपयुक्त होता है।

(५) इसका उपयोग उच्चतर बीजगणितीय रीतियों में नहीं किया जा सकता। बहुलक जान लेने से श्रेणी के बारे में और अधिक कुछ नहीं जाना जा सकता। फिर, बहुलक निकालने की उपर्युक्त रीतियों में इस बात का प्रयत्न किया गया है कि यह वास्तव में प्रति रूपी पद हो और फलस्वरूप गणितीय सुतथ्यता

और पारिभाषिक परिदृढता का त्याग किया गया है। फिर यह श्रेणी के सब पदों पर आधारित नहीं है।

(६) बहुलक का मूल्य निकालने में समूहन करने की रीति का बहुत प्रभाव पड़ता है। अर्थात्, यदि हम पहले एक प्रकार के वर्ग-अन्तरालों में श्रेणी को रखें और दूसरी बार दूसरे वर्ग-अंतरालों में, तो हमें उसी श्रेणी के लिए विभिन्न बहुलक मिलेंगे।

(७) यदि बहुलक और पदों की संख्या मालूम हो तो कुल मापन नहीं मालूम किया जा सकता है।

अन्य केन्द्रीय-प्रवृत्ति के मापक

उपर्युक्त केन्द्रीय प्रवृत्ति के मापकों के अतिरिक्त दो अन्य मापक भी हैं जिनका अपेक्षाकृत कम प्रयोग होता है। ये हैं गुणोत्तर माध्य (Geometric ave age) और हरात्मक माध्य (Harmonic average)।

गुणोत्तर माध्य

n पदों का गुणोत्तर माध्य उनके गुणनफल का n वाँ मूल है। उदाहरण के लिए यदि दो पद २ और ८ हैं तो इनका गुणनफल १६ हुआ और चूँकि दो पद हैं इसलिए १६ का वर्गमूल ४ इनका गुणोत्तर माध्य हुआ। इसी प्रकार यदि तीन पद क्रमशः ९, ६ और ४ हैं तो इनका गुणनफल २१६ हुआ और चूंकि तीन पद हैं इसलिये २१६ का घनफल ६ इनका गुणोत्तर माध्य हुआ। परन्तु अगर पदों की संख्या २ से अधिक हो तो प्रत्यक्ष रूप से मूल निकालना संभव नहीं है, इसलिए गुणोत्तर माध्य की गणना लघुगणकों की सहायता से की जाती है। परिभाषानुसार,

$$G=\sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times \ldots \times x_n}$$

यहाँ $x_1, x_2, \ldots x_n$ श्रेणी के पद हैं और G उनका गुणोत्तर माध्य है।

$$\text{या, } G = \text{प्रतिलघु} \left[\frac{\text{लघु } x_1 + \text{लघु } x_2 + \ldots + \text{लघु } x_n}{n}\right]$$

गुणोत्तर माध्य की गणना—हम तीन प्रकार की श्रेणियों को अलग अलग लेकर गुणोत्तर माध्य की गणना करने की रीति बतलेंगे।

(क) **एकैक निरीक्षणों की श्रेणी**: निम्नलिखित श्रेणी का गुणोत्तर माध्य निकालिये 2,000, 35, 400, 15, 40, 1500, 300, 6, 90, 250

पहले इन संख्याओं के लघुगणक निकालने होंगे और उनसे गुणोत्तर माध्य.

परिमाण	लघु	परिमाण	लघु
2 000	3 3010	1500	3 1761
35	1 5441	300	2 4771
400	2 6021	6	0 7782
15	1 1761	90	1 9542
40	1 6021	250	2 3979
		Total	21 0089

G=प्रति लघु $\left(\frac{21\ 0089}{10}\right)$=प्रति लघु 2 10089=**102 1**

(ख) खडित श्रेणी पहले कालम में दिए गए अनुपातों का गुणोत्तर माध्य निकालना है

चालन अनुपात (operating ratio)	घात (power)	लघुगणक	घात × लघुगणक
11	10	1 0414	10 4140
13	28	1 1139	31 1892
15	108	1 1761	127 0188
17	170	1 2304	209 1680
19	196	1 2788	250 6448
21	190	1 3222	251 2180
23	136	1 3617	185 1912
25	73	1 3979	102 0467
27	54	1 4314	77 2956
29	33	1 4624	48 2592
योग	998		1292 4455

G=प्रति लघु $\left(\frac{1292\ 4455}{998}\right)$=प्रति लघु 1 295=**19 72**

(ग) सतत श्रेणी सतत श्रेणी को पहले खडित श्रेणी के रूप में रखा जाता है। इसके लिए वर्ग-अतरालों के मध्य मान निकाल लिए जाते हैं। उदाहरणार्थ मान लीजिए वर्ग अतराल १० १२ १२ १४ १४ १६ है और बारबारताएँ क्रमश १० २८ और १०८ हैं। मध्य मान क्रमश ११ १३ और १५ होंगे। अब यह श्रेणी खडित समझी जायगी और बारबारता पदों के घात हो जाएँगी (देखिये उपर्युक्त उदाहरण)।

भारित गुणोत्तर माध्य की गणना भी उपयुक्त रीति से ही की जाती है। अन्तर केवल इतना ही है कि घातों के लिए बारबारताओं के स्थान पर भारों का उपयोग किया जाता है।

गुणोत्तर माध्य के उपयोग—गुणोत्तर माध्य का उपयोग सूचकांकों (Index numbers) में किया जाता है। गुणोत्तर माध्य का प्रयोग करने से सूचनांक

उत्क्राम्य (Reversible) बनते हैं और यह समान परिवर्तन-अनुपातों को समान भार देता है। सूचकांकों में ये गुण होने चाहिए और इसलिए इन गुणों को लाने वाला माध्य अवश्य ही अधिक अच्छा होगा। गुणोत्तर माध्य बड़े पदों को कम और छोटे पदों को अधिक भार देता है। इसलिए सामाजिक और आर्थिक समस्याओं का अध्ययन करने में यह विशेष रूप से उपयोगी है। सूचकांकों में गुणोत्तर माध्य के उपयोग पर सूचकांक के अध्ययन में विस्तारपूर्वक विचार किया गया है।

गुणोत्तर माध्य का सबसे महत्वपूर्ण उपयोग दरों की श्रेणी, विशेषतः काल-श्रेणी, में परिवर्तन की दर का माध्य निकालने में किया जाता है। मान लीजिए एक व्यक्ति विविध स्थानों में पाँच वर्ष के लिए १० हजार रुपये का विनियोग करता है। नीचे दी गई सारणी में प्रत्येक वर्ष के अन्त में उसके नाम पर होने वाली राशि दी गई है। कॉलम ३ में प्रत्येक वर्ष के अन्त की राशि और उस वर्ष के प्रारम्भ की राशि का अनुपात दिया गया है। कॉलम ४ में प्रत्येक वर्ष के लिए कॉलम ३ में प्राप्त ब्याज की माध्य दर दी गई है।

वर्ष 1	प्रत्येक वर्ष के अन्त में राशि 2	अनुपात 3	माध्य ब्याज दर 4	कालम ३ के अंकों का लघुगणक 5
1	10,398	1 0398	3 98	0 0170
2	10,713	1 0303	3 03	0 0128
3	11,201	1.0456	4 56	0 0195
4	11,576	1 0335	3 35	0 0145
5	12,294	1 0620	6 20	0 0261
	योग	5 2112		0 0899

हम यह जानना चाहते हैं कि वह माध्य ब्याज-दर क्या होगी जिस पर विनियोग करने से इस व्यक्ति को ५ वर्षों के अन्त में उतना ही मिले जितना उसे ५ विभिन्न ब्याज की दरों पर विनियोग करने पर मिलता है। माध्य ब्याज-दर जानने के लिए हम कॉलम ३ में दिए गए अंकों का माध्य निकालते हैं। परन्तु कौन सा माध्य? यहाँ हम पाते हैं कि समान्तर माध्य संतोषजनक नहीं है।

$$\text{अनुपातों का समान्तर माध्य} = \frac{5 \cdot 211}{5} = 1 \cdot 0422$$

माध्य अनुपात के १·०४२२ होने का अर्थ यह है कि वर्ष के प्रारम्भ की राशि १०००० रु०—वर्ष के अन्त में १०,४२२ रु० हो जाती है। इसलिए १०,००० रु० पर ४२२ रु० ब्याज मिला अर्थात् ब्याज की दर ४·२२% प्रति वर्ष हुई।

अनुपातों का गुणोत्तर माध्य = प्रतिलघु $\left(\frac{0 \cdot 0899}{5}\right)$ = प्रतिलघु $0 \cdot 0178$
$= 1 \cdot 042$

माध्य अनुपात १·०४२ है, इसलिए ब्याज की दर ४·२०% प्रति वर्ष हुई। गुणोत्तर माध्य का प्रयोग करके निकाली गयी ब्याज की दर समांतर माध्य का प्रयोग करके निकाली गई ब्याज की दर से कुछ कम है। हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि यदि व्यक्ति एकसम (uniform) ब्याज-दर पर विनियोग करना चाहता है, तो उपर्युक्त सारणी में दी गई राशियों को प्राप्त करने के लिए उसे ४·२० प्रतिशत पर विनियोग करना चाहिए।

यदि अन्त-मूल्य (end-values) दी हुई हो तो गुणोत्तर माध्य का प्रयोग करके वर्ग अंतराल के भीतर के मूल्यों का अन्तर्वेशन और बाहर के मूल्यों का बाह्यवेशन (extrapolation) किया जा सकता है। उपर्युक्त उदाहरण में हम ४ साल ६ महीने बाद की राशि का अन्तर्वेशन और ६ साल के अन्त में होने वाली राशि का बाह्यवेशन कर सकते हैं।

(१) चार साल छः महीने के अन्त में होनेवाली राशि का अन्तर्वेशन :
इस वर्ष में वृद्धि का अनुपात = $1 \cdot 0335$
अतएव प्रति मास वृद्धि का अनुपात = $(1.0335)^{1/12} = 1.002$
इसलिए ६ महीने के अन्त में होने वाली राशि
$= 11576\,(1.002)^6 = 11576 \times 1 \cdot 011 = 11{,}703$ रु० (लगभग)

(२) ६ साल के अन्त में होने वाली राशि का बाह्यवेशन
इस कल्पना पर कि वृद्धि की दर श्रेणी के गुणोत्तर माध्य अर्थात् ४·२० प्रतिशत, प्रति वर्ष के बराबर होगी, ६ वर्ष के अन्त में होने वाली प्राक्कलित राशि
$= 12{,}294\,(1.042)$ रु० $= 12{,}810$ रु० (लगभग)

इसी प्रकार इसी रीति का प्रयोग उन स्थितियों में भी किया जा सकता है जहाँ हम जनसंख्या-वृद्धि या गुणोत्तर-वृद्धि या घातीय नियम (exponential law) पर विचार करते हैं।

गुणोत्तर माध्य का प्रयोग कम किया जाता है क्योंकि यह जटिल है और आसानी से समझ में नहीं आता, इसकी गणना करना भी अपेक्षाकृत कठिन है क्योंकि इसमें लघुगुणक का ज्ञान आवश्यक है। फिर, यदि श्रेणी का कोई पद शून्य या ऋणात्मक हुआ तो गुणोत्तर माध्य की गणना नहीं की जा सकती। तीसरी कमी यह है कि प्रायः यह श्रेणी के किसी पद के बराबर नहीं होता। इसलिए यह उस अर्थ में प्रतिनिधि नहीं है जिसमें मध्यक और बहुलक है।

हरात्मक माध्य

हरात्मक माध्य श्रेणी के पदों के व्युत्क्रमों के समान्तर माध्य के व्युत्क्रम के बराबर होता है। अर्थात् अगर हमें 2 और 4 का हरात्मक माध्य निकालना है तो पहले हम इनके व्युत्क्रम निकालेंगे जो क्रमशः $\frac{1}{2}$ और $\frac{1}{4}$ हैं। इन व्युत्क्रमों का समांतर माध्य $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}/2=\frac{3}{8}$ हुआ। और $\frac{3}{8}$ का व्युत्क्रम $\frac{8}{3}=2\frac{2}{3}$ इन पदों का हरात्मक माध्य हुआ। सूत्र के रूप में,

$$H=\text{व्युत्क्रम}\ \frac{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\quad+\frac{1}{x_n}}{n}$$

जहाँ H हरात्मक माध्य है; $x_1, x_2 \ldots x_n$ श्रेणी के पद हैं और n उनकी संख्या है।

हरात्मक माध्य की गणना—व्यवहार में हरात्मक माध्य का प्रयोग बहुत कम होता है। यहाँ हम एकक निरीक्षण की श्रेणी का हरात्मक माध्य निकालेंगे। इस रीति का उपयोग खंडित और सतत श्रेणी का हरात्मक माध्य निकालने में किया जा सकता है।

उदाहरणः निम्नलिखित श्रेणी का हरात्मक माध्य निकालना है:

2000, 35, 400, 15, 40, 1500, 300, 6, 90, 250.

परिमाण	व्युत्क्रम	परिमाण	व्युत्क्रम
2000	0005000	1500	0006667
35	0285700	300	0033333
400	0025000	6	1667000
15	0666700	90	0111100
40	·0250000	250	·0040000
		Total	·2090500

$$H=\text{व्युत्क्रम}\ \frac{\cdot 20905}{10}=\text{व्युत्क्रम}\quad \cdot 020905=47\ 85$$

हरात्मक माध्य के उपयोग—हरात्मक माध्य का बहुत परिसीमित उपयोग होता है। इसलिए यह कम लोकप्रिय है। परन्तु जहाँ समय, दर, और मूल्यों पर विचार करना है, वहाँ यह अधिक उपयुक्त है। यह बड़े पदों को कम और छोटे पदों को अधिक भार देता है।

समय और दर से सबंधित समस्याओं में इसके उपयोग को उदाहरण से समझाया जा सकता है। एक वायुयान एक वर्ग के चारों ओर उड़ता है, जिसकी प्रत्येक भुजा १०० मील है। पहली भुजा के ऊपर उसकी गति १०० मील प्रति घंटा, दूसरी भुजा

के ऊपर २०० मी० प्रति घंटा, तीसरी भुजा के ऊपर ३०० मी० प्रति घंटा, और चौथी भुजा के ऊपर ४०० मील प्रति घंटा है। अगर हमें वायुमान की माध्य गति निकालनी है तो हरात्मक माध्य का उपयोग करना चाहिए समांतर माध्य गलत परिणाम देगा :

$$\text{समांतर माध्य} = \frac{100+200+300+400}{4} = \mathbf{250}\ \text{मी० प्रति घ०}$$

$$\text{हरात्मक माध्य} = \text{व्युत्क्रम}\left\{\frac{\frac{1}{100}+\frac{1}{200}+\frac{1}{300}+\frac{1}{400}}{4}\right\}$$

$$= \text{व्युत्क्रम}\left(\frac{0.0100+0.0050+0.0033+0.0025}{4}\right)$$

$$= \text{व्युत्क्रम}\ \frac{0.0208}{4} = \text{व्युत्क्रम}\ 0.0052 = \mathbf{192.3}\ \text{मी० प्रति घ०}$$

निम्नलिखित विवरण से यह स्पष्ट हो जाएगा कि हरात्मक माध्य क्यों सही है :

पहली भुजा के ऊपर उड़ने में लिया गया समय=60 मिनट
दूसरी ,, ,, ,, ,, =30 ,,
तीसरी ,, ,, ,, ,, =20 ,,
चौथी ,, ,, ,, ,, =15 ,,
400 मील उड़ने में लिया गया समय=2 घंटा 5 मिनट=$2\frac{1}{12}$ घंटा
प्रति घंटा उड़ी गई माध्य दूरी=$400 \div 2\frac{1}{12} = 400 \div \frac{25}{12}$
=192.00 मी० प्र० घ०

इन दो रीतियों से माध्य निकालने में आने वाला ०.३ का अन्तर व्युत्क्रम निकालने में किये गए उपसादन के कारण है।

इसलिए जहाँ समय परिवर्ती हो और दूरी समान रहे, हरात्मक माध्य अधिक उपयुक्त है।

हरात्मक माध्य का उपयोग उन स्थानों में भी किया जाता है जहाँ मूल्य दिये हुए हों और क्रय शक्ति नापनी हो। यह सब जानते हैं कि जितना कम मूल्य होगा, उतनी ही अधिक द्रव्य-इकाई की क्रय शक्ति होगी। द्रव्य-इकाई की क्रय शक्ति मूल्यों के व्युत्क्रम से नापी जाती है। यदि x एक सेर गेहूँ का रुपयों में मूल्य है तो $1/x$ एक रुपये में खरीदे जा सकने वाले गेहूँ की मात्रा सेरों में बताता है।

मान लीजिए किसी वस्तु के चार वर्षों के मूल्य ५ रु०, १० रु०, १२ रु० और १५ रु० प्रति मन हैं। यदि उपभोक्ता प्रत्येक वर्ष वस्तु की समान मात्राएँ खरीदता है, तो माध्य मूल्य इन का समांतर माध्य, अर्थात् १०.५ रु०, होगा। परन्तु जैसा साधारणतः होता है, मान लीजिए कि क्रीत वस्तु की मात्राएँ मूल्यों पर निर्भर करती

हैं। इस स्थिति में चार वर्षों में दिया गया माध्य मूल्य भारित समांतर माध्य द्वारा समुचित रूप से दिया जाएगा। यहाँ भार एक दी हुई रकम से, मान लीजिए १ रुपया, खरीदी जाने वाली मात्रा के अनुपात में होगी। उपर्युक्त उदाहरण में ये भार क्रमश: १२, ६, ५ और ४ होंगे और भारित समान्तर माध्य

$$= \frac{(5\times12)+(10\times6)+(12\times5)+(15\times4)}{12+6+5+4}$$

$$= \frac{60+60+60+60}{27} = \frac{240}{27} = 8\cdot9$$

हरात्मक माध्य भी इसी के बराबर होगा :

$$H = \text{व्युत्क्रम}\left\{\frac{\frac{1}{5}+\frac{1}{10}+\frac{1}{12}+\frac{1}{15}}{4}\right\} = \text{व्युत्क्रम}\left\{\frac{\frac{12+6+5+4}{60}}{4}\right\}$$

$$= \text{व्युत्क्रम}\,\frac{27}{240} = \frac{240}{27} = 8\cdot9.$$

उपर्युक्त विवरण से यह स्पष्ट हो जाना चाहिए कि हरात्मक माध्य ऐसा केन्द्रीय प्रवृत्ति का मापक है जो सरल नहीं है। इसलिए यह कम प्रचलित है।

माध्यों में संबंध

माध्यों का परस्पर संबंध दो समूहों में किया जा सकता है। पहले समूह में समांतर माध्य, माध्यिका और बहुलक आते हैं और दूसरे में समांतर माध्य, गुणोत्तर माध्य और हरात्मक माध्य आते हैं।

माध्य, माध्यिका और बहुलक—अगर बारंबारता बंटन सममित (symmetrical) है तो ये तीन मापें बराबर होती हैं। अगर बंटन अति-असममित (highly asymmetrical) है तो इन तीनों के बीच कोई निश्चित संबंध नहीं रहता, परन्तु यदि बंटन साधारण असममित (moderately asymmetrical) हो तो निम्नलिखित संबंध लगभग सही रहता है :

बहुलक = 3 माध्यिका − 2 माध्य

या $Z = 3M - 2a$

यदि इनमें से कोई दो मापें दी गई हों, तो उपरिलिखित सूत्र से तीसरे का प्राक्कलन किया जा सकता है। यदि हम तीनों की गणना करें, तो समीकरण के दोनों पक्षों में जितना ही अधिक अंतर होगा, बंटन उतना ही अधिक असममित होगा।

मान लीजिए एक अनति असममित बंटन में माध्यिका और बहुलक क्रमश: २५·२७ और २६·०१ हैं। माध्य का प्राक्कलन करने में उपर्युक्त सूत्र का उपयोग किया जा सकता है :

हम जानते हैं कि $Z=3M-2a$ या $2a=3M-Z$ सूत्र में प्रश्न के मूल्यों को रखने पर

$$2a=3\times 25\ 27-26\ 01$$
$$=57\ 81-26\ 01=49\ 8$$
$$a=24\ 9 \text{ (लगभग)}$$

माध्य गुणोत्तर माध्य और हरात्मक माध्य—यदि श्रेणी में सब पद समान हों तो ये तीनों माध्य बराबर होते हैं। परन्तु यदि वे अलग अलग हैं तो समान्तर माध्य गुणोत्तर माध्य से बड़ा और गुणोत्तर माध्य हरात्मक माध्य से बड़ा होता है। इसका कारण यह है कि गुणोत्तर माध्य बड़े पदों को कम और छोटे पदों को अधिक भार देता है और हरात्मक माध्य बड़े पदों को और भी कम और छोटे पदों को और भी अधिक भार देता है। सूत्र के रूप में

$$a \geqslant G \geqslant H$$

QUESTIONS

1 Point out the advantages and disadvantages of the chief kinds of averages used in Statistics (M.A , *Calcutta*)

2 What are the functions of a statistical average ? Explain, by taking suitable examples the use of any three of the averages generally used in statistical work (B Com , *Lucknow*)

3 How will you find (*a*) the average marks of a class of students to show the level of intelligence, (*b*) the average cost of goods purchased in different lots to determine the selling price, (*c*) the average size of groups of items for the purpose of classifications, (*d*) the average rate of increase in prices when the prices increase and at different rates during successive periods ?

Explain why you adopt a particular method in such case (B Com., *Agra*)

4 'An average is a substitute for a complex group of variables but it is not always safe to depend on the substitute alone, to the exclusion of individual measurements of the group ' Discuss (B Com , *Allahabad*)

5 Criticise the following statement —

"The length of a line was measured twenty times and the arithmetic mean of the measurements gives the true length '

6 What is a statistical average ? What are the desirable properties for an average to possess ? Which of the averages you know possess these properties ? (M.A , *Delhi*)

7 Define a weighted average How does it differ from an unweighted mean ? Discuss critically the use of weighted mean in statistics describing the cases in which the weighted mean is better than the unweighted mean (B Com , *Calcutta*)

8 What is the purpose served by an average ? Discuss the special advantages attached to the different averages and illustrate their use (B Com , *Agra*)

9 Statistics help collective agreements of wage adjustments What data are required for the consideration of a revision in wage rates in a factory ? (M Com , *Allahabad*)

10 Compare the merits and the demerits of the median and the mode In which of the following problems would they be most useful —

(*a*) Skull measurements, (*b*) Size of holdings (*c*) Comparison of intelligence, (*d*) Marks obtained in an examination, (*e*) Heights and weights of students (M A *Agra*)

11 In what circumstances would you consider the Arithmetic Mean, the Geometric Mean the Harmonic Mean respectively, the most suitable statistics to describe the central tendency of a distribution ? (I A S)

12 Criticise the following statement —

For a manufacturer of hats the mode is a more important measure of central tendency than the arithmetic mean (M.A , *Allahabad*)

13 Explain clearly the fact that in averaging a group of simple relatives arithmetic mean gives an upward bias and the harmonic mean gives a downward bias (M.A., *Allahabad*)

14 The following table gives the number of persons with different incomes in the U S A during the year 1929 —

Income in thousands of dollars	No of persons in lakhs
Under 1	13
1— 2	90
2— 3	81
3— 5	117
5—10	66
10—25	27
25—50	6
50—100	2
100—1000	2

Calculate the average income per head (B Com , *Lucknow*)

15 The following table gives the male population of Kanpur and Jaipur in 1931

Age group (Years)	Population of males in thousands	
	Kanpur	Jaipur
0—5	14	9
5—10	13	8
10—15	13	8
15—20	13	7
20—30	33	15
30—40	29	12
40—50	17	9
50—60	7	6
60—80	4	4

Calculate the average age of males at Kanpur and Jaipur separately and account for the difference, if any

(B Com , *Allahabad*)

16 The following table gives the distribution of population according to age in India and Japan at the time of the last census (1931)

Age group in years	Population in millions in	
	India	Japan
0—10	98 9	17 8
10—20	72 5	14 3
20—30	63 2	11 3
30—40	48 6	8 6
40—50	32 6	6 5
50—60	19 4	5 4
60—80	13 2	5 1

Calculate the average age of people in India and in Japan, and comment on the difference (B Com , *Allahabad*)

17 Given the following frequency distribution, calculate the arithmetic average —

Monthly Wage Rs Rs	Workers	Monthly Wage Rs Rs	Workers
12 5—17 5	2	37 5—42 5	4
17 5—22 5	22	42 5—47 5	6
22 5—27 5	19	47 5—52 5	1
27 5—32 5	14	52 5—57 5	1
32 5—37 5	3		

(M Sc , *Punjab*)

18 The frequency distribution of cost of production of Gur in rupees per maund for different holdings in two districts is given below Find the average cost in each district, and test whether there ■ any significant difference

Cost in rupees per maund	District A	District [illegible]
2— 3	9	1
3— 4	32	10
4— 5	37	34
5— 6	21	23
6— 7	13	21
7— 8	7	14
8— 9	5	10
9—10	2	[illegible]
10—11	1	5
11—12	2	[illegible]
12—13	1	1
Total	130	130

(I C S)

19 The following table gives the frequency distribution of marks of a batch of students —

Marks	Digits showing division of class intervals										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Total
0— 9	1			2	[illegible]	4			4	[illegible]	21
10—19	4	8	7	3				2	3	2	[illegible]
20—29	8	7	5	6	2	[illegible]		2	4	1	44
30—39	2	4	3	6	5	3	2		2		27
40—49			2	3	[illegible]	3		8	2	2	26

You can interpret the above table like this that there [illegible] one student getting a 0', two students getting 3 each, eight getting 20 each, seven getting 21 each and so on.

Now, find out the arithmetic mean of the series —

(a) By using the above table just as a frequency distribution giving class intervals and their total frequencies

(b) By using the entire information which this table has to pass on to you

20 The frequency distribution below gives the cost of production of sugarcane, in different holdings Obtain the Arithmetic Mean

Cost	Frequency	Cost	Frequency
2—6	1	18—	52
6—	9	22—	36
10—	21	26—	19
14—	47	30—34	[illegible]

(I A and A S)

21 The following table gives the population of males at different age groups of the U K and India at the time of the census of 1931 —

Age-groups	U K (Lakhs)	India (Lakhs)
0— 5	18	214
5—10	19	258
10—15	20	222
15—20	18	157
20—25	16	145
25—30	14	161
30—40	27	257
40—50	25	184
50—60	19	120
Above 60	17	100

Compare the average age of males in the two countries, and account for the difference, if any (B Com , *Allahabad*)

22 Make a frequency table having grades of wages with class intervals of two annas each from the following data of daily wages received by 30 labourers in a certain factory and then compute the average daily wages paid to labourers

Daily wages in annas 14, 16, 16, 14, 22, 13, 15, 24, 12, 23,
14, 20, 17, 21, 18, 18, 19, 20, 17, 16,
15, 11, 12, 21, 20, 17, 18, 19, 22, 23

(B A Hons , *Punjab*)

23 Explain what is meant by weighted average, and discuss the effect of weighting

Calculate (*i*) the unweighted mean of the prices in column III and (*ii*) the mean obtained by weighting each price by the quantity consumed.

I	II	III
Articles of food	Quantity consumed	Price in rupees per md
Flour	11 5 mds	5 8
Ghee	5 6 mds	58 4
Sugar	28 mds	8 2
Potato	16 mds	2 5
Oil	35 mds	20 0

(M A , *Calcutta*)

24 Define a weighted mean If several sets of observations are combined into a single set show that the means of the combined set is the weighted mean of the several sets

(*b*) The number of asthma sufferers whose first attacks came at various ages is given in the following table. Calculate the mean age at the first attack by any method —

Table

Age at first attack	0—5	5—10	10—15	15—20	20—25	25—30	30—35
Number of cases	298	113	64	61	70	81	77

Table (continued)

Age at first attack	35—40	40—45	45—50	50—55	55—60	60—65
Number of cases	64	53	40	35	24	20

(I. A. S.)

25. How is the principle of weighting applied to the determination of corrected death rates from crude death rates?
(B. Com., [illegible])

26. What is meant by "standardising" a birth rate or death rate? Discuss the possible methods of standardising birth rates and their difficulties. (M.A., *Calcutta*)

27. Annual death rate of Town A is 34 per thousand, and that of Town B is 31. Their distribution of population according to different age-groups and the death rates for each age-group are as follows —

Age-group	Town A: Population in thousand	Town A: Annual Death Rate per thousand	Town B: Population in thousand	Town B: Annual Death Rate per thousand
0—5	70	100	[illegible]	15
5—15	35	25	60	26
15—40	65	10	160	11
Above 40	20	30	30	31

(*a*) Which do you consider to be more healthy? Give reasons.

(*b*) Calculate the death rate of Town B on the basis of the distribution of population as given for Town A.

([illegible])

28 Calculate the arithmetic average and the median from the following data —

Age	No of people	Age	No of people
55—60	7	35—40	30
50—55	13	30—35	33
45—50	15	25—30	28
40—45	20	20—25	14
		Total	160

(B Com, *Lucknow*)

29 Calculate the arithmetic, the geometric and the harmonic means and the median from the following figures —

375 5, 153 4, 28 5, 12 01, 4 5, 3 74, 12 79, 35, 41 9 and 58

(B Com, *Allahabad*)

30 Calculate the arithmetic average by the short cut method and the median in the following series —

Expenditure	No of students
Below Rs 5	6
„ „ 10	16
„ „ 15	28
„ „ 20	38
„ „ 25	46

Explain the underlying assumptions of the formula used for median (B Com, *Allahabad*)

31 Below are given the marks obtained by a batch of students appearing in Statistics in the Certificate Course Examination, maximum marks in the paper being 50 —

14, 22, 25, 15, 11, 33, 28, 26, 22, 30, 13, 16, 27, 32,
19, 12, 21, 18, 16, 10, 31, 29, 23, 24, 17, 23, 20

Find out (*a*) the median marks directly and (*b*) the median marks after classifying the given marks into class-intervals of 10-15, 15-20 etc Account clearly for the difference, if any, between the two values of median so computed (B Com, *Allahabad*)

32 The following table gives the age distribution of married females according to sample census of 1941 in the Baroda State —

Age	No	Age	No	Age	No
0—5	3	25—30	2 223	50—55	531
5—10	31	30—35	1,723	55—60	317
10—15	410	35—40	1 292	60—65	156
15—20	1 809	40—45	963	65—70	59
20—25	2 446	45—50	762	70—75	37

Calculate the median age of married females and also the two quartiles (I A and A S)

33 Calculate the values of the median and the two quartiles for the following —

Limits of percentage recovery of sugar cane	Factories in India (1935 36)
8 0—8 2	2
8 2—	5
8 4—	4
8 6—	11
8 8—	11
9 0—	11
9 2—	13
9 4—	10
9 6—	7
9 8—	6
10 0—	3
10 2—	1
10 4—10 6	1

(M A, *Punjab*)

34 Calculate the mean and the median for the following distribution —

Weight of boys in a certain class	Number	Weight of boys in a certain class	Number
100—104	4	140—144	500
105—109	14	145—149	430
110—114	60	150—154	260
115—119	138	155—159	128
120—124	206	160—164	66
125—129	298	165—169	28
130—134	380	170—174	12
135—139	450	Total	2974

(I.A & A S)

35 The following table gives the distribution of the male and female population of a certain area in India By finding the

mean age, the median age, the upper and lower quartile ages, make comments on the age distribution of the two sexes in the area —

Age	Males	Females	Age	Males	Females
0— 9	2,756	2,787	50—59	610	579
10—19	2,124	2,032	60—59	245	269
20—29	1,677	1,724	70—79	67	78
30—39	1,481	1,485	80—89	16	20
40—49	1,021	1,022	90—99	3	4
			Total	10,000	10,000

(I C S)

36 Determine the quartiles and the median from the following table —

Income	No of persons
Below Rs 30	69
Rs 30 and below Rs 40	167
Rs 40 and below Rs 50	207
Rs 50 and below Rs 60	65
Rs 60 and below Rs 70	58
Rs 70 and below Rs 80	27
Rs 80 and over	10
Total	603

(B Com , *Bombay*)

37 The following table gives the number of income-tax assessees and their income in U P during the year 1922 23 —

Income in Rs	No of assessees	Income in Rs	No of assesses
2 000 to 2,500	7,103	5,000 to 7,500	3,257
2,500 to 3,000	3 344	7,500 to 10,000	1,497
3,000 to 3,500	2 386	10,000 to 12,500	775
3,500 to 5,000	4,568	12,500 to 15,000	371

(*a*) Draw a histogram representing the distribution of incomes in U P between Rs 2 000 and Rs 15,000

(*b*) Find the arithmetic average and the median of the above incomes

38 Draw an ogive showing the number of candidates obtaining marks higher than any assigned value from the following data —

No of candidates	33	108	221	439	526	495	322	153	53	7
Marks	—10	—20	—30	—40	—50	—60	—70	—80	—90	—100

Read off the median and the two quartiles from the curve and check your results by actual calculation Compare the median with the mean and comment on the difference, if any

(B Com Hons , *Travancore*)

39 Amend the following table, and locate the median from the amended table Also measure the magnitude of the median so located —

Sizes	Frequency
10—15	10
15—17 5	15
17 5—20	17
22—30	25
30—35	28
35—40	30
45 and upwards	40

(B Com , *Allahabad*)

40 According to the census of 1941 following are the population figures, in thousands, of first 36 cities of India —

2,408	591	437	208	213	143
1,490	407	284	176	169	181
777	387	302	213	204	153
733	391	263	176	178	142
522	360	260	193	131	92
672	258	239	160	147	151

Find the *median and quartiles* (B Com , *Lucknow*)

41 The following is the age distribution of candidates appearing at the Matriculation and Intermediate Arts Examinations of the Patna University in 1937 —

Age in years	12-	13-	14-	15-	16-	17-	18-	19-	20	21-	22-	Total
Matriculation	5	48	189	303	522	980	981	794	515	474	×	4811
Intermediate	×	×	×	5	45	87	127	150	155	127	175	871

Compare the median and modal ages of the Matriculation candidates with those of I A candidates (M A , *Patna*)

42 Find the arithmetic mean, median and the quartiles from the following distribution of 100 persons by age —

Age last birthday	Number
15—19	4
20—24	20
25—29	38
30—34	24
35—39	10
40—44	4

(M A , *Allahabad*)

43 Find the mean, median and mode from the following figures —

Marks	Number of students	Marks	Number of students
Below 10	5	Below 60	60
,, 20	9	,, 70	70
,, 30	17	,, 80	78
,, 40	29	,, 90	83
,, 50	45	,, 100	85

44 Find the mean, median and mode from the following data —

Marks	Number of students	Marks	Number of students
Above 0	80	Above 60	28
,, 10	77	,, 70	16
,, 20	72	,, 80	10
,, 30	65	,, 90	[illegible]
,, 40	55	,, 100	0
,, 50	43		

45 From the figures given below find the mode, median and quartiles What information can you deduce from them ?

Age	Number of persons	Age	Number of persons
20—25	50	40—45	150
25—30	70	45—50	120
30—35	100	50—55	70
35—40	180	55—60	50

(B Com , *Agra*)

46 Draw a cumulative frequency graph of the following distribution showing the monthly wages of a group of workmen, and hence or otherwise calculate the values of (*a*) the mode, (*b*) the median and (*c*) the two quartiles —

Wages in rupees	No of workmen	Wages in rupees	No of workmen
20	8	25	25
21	10	26	15
22	11	27	9
23	16	28—29	6
24	20		

(I A S)

47 Find the median and the modal size from the following data —

Size of the item in ft	Frequency
1—10	9
10—19	13
19—28	86
28—37	230
37—46	120
46—55	46
55—64	12

(M A , *Allahabad*)

48 Compare the relative advantages and disadvantages of the Arithmetic Mean the Median, and the Mode

The following table gives the results of certain examinations of three Universities in the year 1936 Which is the best University ? Give reasons for your answer

University Examination	Percentage results in the University A	B	C
1 M A	80	75	70
2 M Sc	70	70	60
3 B A	65	80	70
4 B Sc	60	70	80
5 B Com	75	65	75

(M.A , *Calcutta*)

49 The following table gives the marks obtained by a batch of 30 B Com students in a class test in statistics (Marks 100) —

Roll No	Marks obtained	Roll No	Marks obtained
1	33	16	24
2	32	17	33
3	55	18	42
4	47	19	38
5	21	20	45
6	50	21	26
7	27	22	33
8	12	23	44
9	68	24	48
10	49	25	52
11	40	26	30
12	17	27	58
13	44	28	37
14	48	29	38
15	62	30	35

Find the values of the Mode, Median and the Quartiles

(B Com , *Allahabad*)

50 *Find the modal wage from the following data* —

Weekly Wages	No of Wage earners
Sh d Sh d	
12 6 to 17 6	4
17 6 ,, 22 6	44
22 6 ,, 27 6	38
27 6 ,, 32 6	28
32 6 ,, 37 6	6
37 6 ,, 42 6	8
42 6 ,, 47 6	12
47 6 ,, 52 6	2
52 6 ,, 57 6	2

(B Com *Rajputana*)

51 Under what assumptions is mode located in a frequency distribution ?

Compute the mode of the following series —

Size of item	Frequency
0—5	20
5—10	24
10—15	32
15—20	28
20—25	20
25—30	16
30—35	34
35—40	10
40—45	8

(B Com , *Allahabad*)

52 Draw the frequency curve which would represent the frequency distribution of the data below and with its help determine the mode of the data

45 7	41 9	40 2	38 9	40 0	39 5	45 5	47 4	49 8	46 6
47 1	42 7	51 0	48 0	47 6	50 0	52 6	50 1	59 7	55 2
54 1	57 0	54 2	58 1	61 7	60 2	58 7	61 0	59 8	58 8
63 8	63 6	62 2	57 2	56 9	54 2	52 4	53 6	51 5	48 8
46 0	49 8	45 4	40 1	47 2	45 3	46 2	40 4	42 4	49 0
44 4	81 1								

(B Com , *Lucknow*)

53 Compute the weighted geometric average of relative prices of the following commodities for the year 1939 (Base year 1938=100)

Commodity	Relative Price	Weight (value produced in 1938)
Corn	128 [redacted]	1385
Cotton	62 4	819
Hay	117 7	842
Wheat	99 0	561
Oats	130 9	408
Potatoes	143 5	194
Sugar	125 6	142
Barley	150 2	100
Tobacco	101 1	103
Rye	116 2	25
Rice	117 5	17
Oilseeds	78 7	29

How does it differ from the unweighted geometric mean, and why ? (B Com , *Allahabad*)

54 A car travels at a speed of 30 miles per hour for the first 40 miles, then at a speed of 35 miles for the next 40 miles, then at a speed of 45 miles for the next 40 miles, again at a speed of 38 miles for the next 40 miles, and at a speed of 35 miles for the next 40 miles What is the average speed of the car on its journey ?

55 A sum of money was invested for five years The average rates of return for the investment for the five successive years were as follows 5 50 per cent , 4 73 per cent , 4 20 per cent , 3 91 per cent , and 4 64 per cent What was the average rate of interest for the five years ?

56. Monthly incomes of twenty families are given below in rupees —

2 000, 35 400 15, 40, 1,500, 300 6, 90, 250, 20, 12, 450; 10, 150, 8, 25, 30, 1,200, 60

Calculate the Geometric Mean and the Harmonic Mean of the above incomes (B Com , *Allahabad*)

57 The following table gives the number of families and income per head of different classes of people in a certain village in the U P —

Class of people	No of Families	Income per head in 1947 (Rs)
Landlord	1	1,000
Cultivator	50	80
Landless Labourer	25	40
Money Lenders	2	750
School Teachers	3	100
Shop keepers	4	150
Carpenters	3	120
Weavers	5	60

Calculate the weighted average, the geometric mean, and the harmonic mean of the incomes given above Which average represents these figures best ? Give reasons (M A , *Agra*)

58 Calculate the goemetric mean and the harmonic mean of the following figures —

1238, 178 7, 89 9, 78 4, 9 7, 874, 989, 012, 008; 09. (B Com , *Allahabad*)

अध्याय ७

वर्णात्मक माप—विचरण और सममिति के माप

Measures of Variation and Symmetry

पिछले अध्याय में वर्णित माध्यो का उपयोग श्रेणी के स्थान पर किया जाता है। इन्हें प्रथम वर्ग (first order) के माध्य भी कहा जाता है। पिछले अध्याय में हम विविध प्रकार की श्रेणियो के लिए इनका मूल्य निकालने की विधि बता चुके है। श्रेणियो के लिए उपयुक्त माध्यो का चुनाव करने पर ये श्रेणी की मुख्य प्रवृत्ति के बारे में बताते हैं। परन्तु बहुधा ये भ्रामक होते हैं। यदि माध्यो के आधार पर तुलना की जाती है तो यह विशेषत सच है। इसलिए यह आवश्यक हो जाता है कि हम श्रेणी के अन्य लक्षणो का भी अध्ययन करें जिससे उसके बारे में उचित रूप से जान सकें। इन लक्षणो में पदो के अपकिरण (प्रसार) या विचरण (dispersion or variation) का अध्ययन मुख्यत किया जाता है। इन्हें द्वितीय वर्ग के माध्य भी कहा जाता है। इनका मुख्य कार्य यह बताना है कि प्रथम वर्गीय माध्य कहाँ तक श्रेणी के प्रतिरूपी हैं। एक उदाहरण से यह बात स्पष्ट हो जायगी।

मान लीजिये दो विद्यार्थी एक परीक्षा में बैठते हैं और उनके विविध विषयो के प्राप्ताक क्रमश ३०, ६०, ६०, ९० और ५८, ६०, ६०, ६२ हैं। विद्यार्थियो द्वारा प्राप्त स्तर को जानने के लिए माध्य, बहुलक या माध्यिका की गणना की जा सकती है। परन्तु ये मापें दोनो विद्यार्थियो के लिए ६० हैं और अगर हम केवल इस आधार पर स्तरो को निश्चित करें तो वे समान हैं। परन्तु क्या वे वास्तव में समान हैं? अगर हम इन दो श्रेणियो का अध्ययन करें तो हम पाते हैं कि दूसरा विद्यार्थी एक रूप से उच्च अक प्राप्त करता है और उसके प्राप्ताको का अपकिरण कम है, परन्तु पहला विद्यार्थी अस्थिर है और उसके प्राप्ताको का अपकिरण कहीं अधिक है। इसलिए माध्य-मूल्य ६० दूसरे के लिए अधिक प्रतिरूपी है।

एक दूसरे उदाहरण पर विचार कीजिये। दो विद्यार्थियो के प्राप्ताक क्रमश २०, ३०, ४० और ६०, ७०, ८० हैं। पहले का माध्य ३० और दूसरे का ७० है। जहाँ तक माध्य प्राप्ताको का प्रश्न है ये दो विद्यार्थी एक दूसरे से भिन्न हैं परन्तु इन दो श्रेणियो की रचना एक-सी है और वे दोनो समान रूप से स्थिर हैं। इस प्रकार हम देखते हैं कि बारबारता बटन एक-दूसरे से मुख्यत दो बातो में भिन्न हो सकते हैं :

(१) उनके माध्य समान हो, परन्तु उनकी रचनाएँ (formations) भिन्न हो (देखिए पहला उदाहरण)।

(२) उनके माध्य भिन्न हो परन्तु उनकी रचनाएँ समान हो (देखिए दूसरा उदाहरण)।

इसलिए यह सुस्पष्ट हो जाता है कि एक श्रेणी का पूर्णत अध्ययन करने के लिए हमें माध्यो के साथ-साथ अपकिरण के मापो की भी आवश्यकता पडती है। इन्ही मापो को 'अपकिरण के मापन' कहा जाता है।

अपकिरण की गणना

'अपकिरण' शब्द के दो अर्थ किए जाते है। पहले अर्थ में प्रसार उन सीमाओ का अन्तर बताता है जिनके भीतर श्रेणी के पद रहते है और दूसरे अर्थ में यह श्रेणी के माध्य या प्रतिरूपी पद से अन्य पदो का माध्य अन्तर बताता है। इन अर्थों के आधार पर प्रसार की गणना करने की दो विधियाँ है

(१) परास विधि (range method)

(२) माध्य विचलन विधि (averaging difference from average method)

(१) परास विधि

यह विधि सबसे सरल है। इसमें श्रेणी की उच्चतम और निम्नतम सीमा जान ली जाती है अर्थात उन दो पदो को ढूँढ लिया जाता है जिनका मूल्य अधिकतम और न्यूनतम है। इन दो पदो का अन्तर श्रेणी का अपकिरण बताता है। मान लीजिये आठ विद्यार्थियो का मासिक व्यय है रु०—४०, ४२, ४३, ४७, ५०, ५२, ५३, ६०। ये सब पद ४० और ६० के बीच में स्थित है, इसलिए परास २० (६०–४०) हुआ।

परास विधि के लाभ-दोष—यह विधि बहुत सरल और सुबोध है। परन्तु सूतथ्यता के दृष्टिकोण से यह अच्छी नही है। चरम पदो को सम्मिलित या वर्जित करने से परास बदल जाता है। उदाहरणार्थ, यदि उपर्युक्त उदाहरण में आठवाँ विद्यार्थी ६० रु० के बदले ७० रु० व्यय करता है तो परास ३० हो जायगा। यदि एक मितव्ययी विद्यार्थी का व्यय १० रु० है और वह भी इस श्रेणी में जोड दिया जाय तो परास बढकर ६० (७०—१०) हो जाएगा। इन उदाहरणो से इस की अनिश्चितता स्पष्ट हो जाती है। अतएव प्रतिचयन (sampling) में इसका उपयोग नही किया जा सकता क्योकि इसमें दैव विचरणा की सभावना रहती है।

(३) चतुर्थक विचलन (quartile-deviation)।
(४) लॉरेंज वक्र (lorenz curve)।

१ पहला अपकिरण घूर्ण: माध्य-विचलन—माध्य या औसत विचलन विचलनो का माध्य है। इसलिए माध्य विचलन की गणना करने से पहले दो प्रश्नो का उत्तर दिया जाना चाहिए। पहला यह कि विचलन से हमारा क्या तात्पर्य है और दूसरा यह कि विचलनो का माध्य निकालने के लिए कौन से माध्य की गणना की जानी चाहिए। विचलन से हमारा तात्पर्य श्रेणी के किसी पद और प्रतिरूपी माने गये या माध्य पद के अन्तर से है। प्रत्येक पद के मूल्य से हम माध्य को घटा देते हैं और यही अन्तर विचलन है। दूसरी समस्या है श्रेणी के लिए उपयुक्त माध्य का चुनाव करने की। समातर माध्य चुनने का लाभ यह है कि यह एक निश्चित राशि होती है, परन्तु यदि हम इससे पदो के अन्तरो को जोड़ें तो योग शून्य होगा और इसलिए प्रत्येक श्रेणी के अपकिरण का माप शून्य होगा। इस कठिनाई का समाधान करने के लिए हम अन्तरो या विचलनो के बीजीय चिह्नों की उपेक्षा करते हैं अर्थात् इस बात पर विचार नही करते कि अन्तर धन है या ऋण। इन अन्तरों या विचलनो को दो खडी रेखाओ के बीच जैसे $|x|$ या $|२|$ रखा जाता है।

यदि विचलन माध्यिका से लिये जायँ तो इनका योग न्यूनतम होता है और यह एक वाछनीय गुण है। परन्तु बहुधा माध्यिका वास्तव में नही होता और अन्तर्वेशन करना पडता है। फलस्वरूप हो सकता है अन्तर्वेशित माध्यिका से लिये गये विचलनों का योग माध्य से विचलनो के योग से अधिक हो।

माध्य के रूप में साधारणत बहुलक का उपयोग नही किया जाता क्योकि एकैक निरीक्षणो की श्रेणी में बहुलक होता ही नही और अन्य श्रेणियों में भी यह सुनिश्चित नही होता। इसलिए साधारणत समातर माध्य और माध्यिका का ही उपयोग किया जाता है। इन दोनो में गणितीय सुसगति के दृष्टिकोण से माध्यिका अधिक अच्छा है। परन्तु यदि माध्यिका न हो तो माध्य का उपयोग करना आवश्यक हो जाता है।

विचलनो को निकाल लेने के बाद उनके समातर माध्य की गणना कर ली जाती है। यही माध्य विचलन है। सकेतो में

$$\text{समातर माध्य से माध्य विचलन} = \delta = \frac{\Sigma|m-a|}{n}$$

$$\text{माध्यिका से माध्य-विचलन} = (\delta_m) = \frac{\Sigma|m-M|}{n}$$

बहुलक से माध्य विचलन $=\delta_z=\dfrac{\Sigma|m-Z|}{n}$

जहाँ δ माध्य विचलन है
m चर है
a समांतर माध्य है
M माध्यिका है
Z बहुलक है

माध्य विचलन की गणना

(१) एकक निरीक्षणों की श्रेणी

उदाहरण निम्नलिखित प्राप्तांकों की श्रेणी का माध्य विचलन निकालना है 20, 22, 27, 30, 31, 32, 35 40, 45, 48

m	$\|m-a\|$	$\|m-M\|$	m	$\|m-a\|$	$\|m-M\|$
20	13	11 5	32	1	0 5
22	11	9 5	35	2	3 5
27	6	4 5	40	7	8 5
30	3	1 5	45	12	13 5
31	2	0 5	48	15	16 5
			Σ 330	72	70 0

$a=\dfrac{330}{10}=33$ अंक $\qquad M=\left(\dfrac{n+1}{2}\right)$ वें पद का परिमाण

$\delta=\dfrac{\Sigma|m-a|}{n}=\dfrac{72}{10}=7\ 2$ अंक $\qquad =5\ 5$ वें पद का परिमाण$=31\ 5$ अंक

$$\delta m=\frac{70}{10}=7 \text{ अंक}$$

उपर्युक्त श्रेणी का माध्य ३३ है और उसके पदों का माध्य से विचलन माध्यतः ७ २ है। इसी प्रकार अंकों का माध्यिका ३१ ५ है और माध्यिका से इनका विचलन माध्यतः ७ है।

(ख) खंडित श्रेणी

खंडित श्रेणी के लिए संकेत में माध्य विचलन निम्न रूप से व्यक्त किया जाता है
$\delta=\dfrac{\Sigma|m-a|f}{n}$ या $\delta m=\dfrac{\Sigma|m-M|f}{n}$ या $\delta z=\dfrac{\Sigma|m-z|f}{n}$, जहाँ संगत पद की बारंबारता है।

उदाहरण विद्यार्थियों के प्राप्तांकों के बारंबारता-बंटन के माध्य-विचलन की गणना करना

प्राप्तांक	विद्यार्थियों की संख्या	कुल प्राप्तांक	सचयी बारबारता	$\frac{\lvert m-a \rvert}{(4\ 2)}$	$\lvert m-a \rvert f$	$\frac{\lvert m-M \rvert}{(4)}$	$\lvert m-M \rvert f$	$\frac{\lvert m-z \rvert}{(4)}$	$\lvert m-z \rvert f$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
1	3	3	3	3 2	9 6	3	9	3	9
2	7	14	10	2 2	15 4	2	14	2	14
3	10	30	20	1 2	12 0	1	10	1	10
4	15	60	35	0 2	3 0	0	0	0	0
5	12	60	47	0 8	9 6	1	12	1	12
6	8	48	55	1 8	14 4	2	16	2	16
7	5	35	60	2 8	14 0	3	15	3	15
	60	250			78 0		76		76

$a=\frac{250}{60}=4\ 2$ अक, $M=30\ 5$ वें पद का परिमाण, $Z=4$ अक (अधिकतम बार-
$=4$ अक बारता वाला पद

$\delta=\frac{78}{60}=1{\cdot}3$ अक $\delta m=\frac{76}{60}=1{\cdot}267$ अक $\delta z=\frac{76}{60}=1{\cdot}267$ अक

(ग) सतत श्रेणी

वर्ग-अतरालो के मध्य बिन्दुओ को जान लेने पर एक सतत श्रेणी खडित श्रेणी में बदल जाती है और माध्य विचलन की गणना तदनुसार की जा सकती है। माध्यिका और बहुलक की गणना अन्तर्वेशन के द्वारा की जा सकती है। विचलन वर्ग-अतराल के मध्य बिन्दु से लिए जाते है।

उदाहरण निम्नलिखित श्रेणी में प्राप्तांको का माध्य विचलन निकालना है

प्राप्तांक	मध्यमान	बारबारता	कुल प्राप्तांक	सचयी बारबारता	$\frac{\lvert m-a \rvert}{25}$	$\lvert m-a \rvert f$	$\frac{\lvert m-M \rvert}{25}$	$\lvert m-M \rvert f$	$\frac{\lvert m-z \rvert}{(23\ 75)}$	$\lvert m-z \rvert f$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
0—10	5	2	10	2	20	40	20	40	18 75	37 50
10—20	15	7	105	9	10	70	10	70	8 75	61 25
20—30	25	10	250	19	0	0	0	0	1 25	12 50
30—40	35	5	175	24	10	50	10	50	11 25	56 25
40—50	45	3	135	27	20	60	20	60	21 25	63 75
		27	675			220		220		231 25

$s=\frac{675}{72}$ $\quad M=l_1+\frac{l_2-l_1}{f_1}(m-c)$, $\quad z=l_1+\frac{f_1-f_0}{2f_1-f_0-f_2}(l_2-l_1)$

$=25$ अक $\quad =20+\frac{30-20}{10}(14\ 9)$ $\quad =20+\frac{10-7}{20-7-5}(30-20)$

$=25$ अक $\quad -23\ 75$ अक

$\delta=\frac{220}{27}=8{\cdot}15$ अक, $\delta m=\frac{220}{27}=8{\cdot}15$ अक, $\delta z=\frac{231\ 25}{27}=8{\cdot}57$ अक

माध्य-विचलन का गुणाक

माध्य विचलन अपकिरण का एक निरपेक्ष माप है। इसे तुलना के योग्य बनाने के लिए यह आवश्यक है कि इसे सापेक्ष माप में बदला जाय। माध्य-विचलन के गुणाक की आवश्यकता दो स्थितियो में पड़ती है

(१) जब तुलना की जाने वाली श्रेणियो के माध्य एक दूसरे से बहुत भिन्न हो।

(२) जब तुलना की जाने वाली श्रेणियाँ विभिन्न इकाइयो में व्यक्त की गई हो।

गुणाक-माप की गणना करने में सापेक्ष माप को उस माध्य से विभाजित करते हैं जिससे विचलनो की गणना की गई हो। उपर्युक्त उदाहरणो में माध्य विचलन के गुणाक निम्नलिखित होगे

(१) एकैक निरीक्षणो की श्रेणी

δ का गुणाक$=\frac{7\ 2}{33}=0\ 22$

δm का गुणाक$=\frac{7\ 0}{31\ 5}=0\ 22$

(२) खण्डित श्रेणी

δ का गुणाक$=\frac{1\ 3}{4\ 2}=0\ 31$

δm का गुणाक$=\frac{1\ 267}{4\ 0}=0\ 32$

δz का गुणाक$=\frac{1\ 267}{4}=0\ 32$

(३) सतत श्रेणी

δ का गुणाक$=\frac{8\ 15}{25}=0\ 326$

$$\delta m \text{ का गुणाक} = \frac{8\ 15}{25} = 0\ 326$$

$$\delta z \text{ का गुणाक} = \frac{8\ 57}{23\ 75} = 0\ 361$$

माध्य-विचलन का महत्व

साख्यिकीय अध्ययनो में माध्य-विचलन और इसके गुणाक का उपयोग माध्य का महत्व समझने के लिए और केंद्रीय प्रवृत्ति का अध्ययन अधिक सूक्ष्म बनाने के लिए किया जाता है। यह माध्य की प्रतिरूपिता पर प्रकाश डालता है। इसकी गणना करना सरल है यह सुबोध है और श्रेणी के सब पदो पर विचार करता है। परन्तु अन्य बीजीय रीतियो में इसका उपयोग नही किया जा सकता।

२ अपकिरण का दूसरा घूर्ण—हमने देखा कि अपकिरण के पहले घूर्ण में हम अन्तरो के बीजीय चिह्नो की उपेक्षा करते हैं क्योंकि समातर माध्य से लिये गये अतरो का योग शून्य होता है। एक अन्य रीति यह हो सकती है कि हम विचलनों के वर्गो का माध्य लें। वर्ग सदैव धनात्मक होंगे इसलिए अतर बीजीय चिह्नो से स्वतन्त्र होगे। सकेत में, अपकिरण का दूसरा घूर्ण

$$= \frac{\Sigma(m-a)^2}{n}$$

अपकिरण के दूसरे घूर्ण का सैद्धान्तिक महत्व बहुत अधिक है और अब इसका प्रयोग बढता जा रहा है। स्वय महत्वपूर्ण होने के अतिरिक्त यह एक अत्यन्त प्रचलित अपकिरण के माप का आधार है। यह माप प्रमाप विचलन है।

प्रमाप विचलन (Standard Deviation) —श्रेणी के अपकिरण के मापो में सबसे प्रचलित माप प्रमाप विचलन है जो ग्रीक अक्षर σ (सिग्मा) से व्यक्त किया जाता है (हिन्दी में 'प्र' से)। यह अपकिरण के दूसरे घूर्ण का वर्गमूल है और इसकी गणना सदैव समातर माध्य से की जाती है। समातर माध्य से विचलन लेने का कारण यह है कि समातर माध्य से लिये गए विचलनो के वर्गो का योग न्यूनतम होता है। सकेत में

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(m-a)^2}{n}}$$

प्रमाप विचलन की गणना

(i) एकैक निरीक्षणा की श्रेणी

उदाहरण ४ एकैक निरीक्षणा की निम्नलिखित श्रेणी में दिये गये प्राप्ताको का प्रमाप विचलन निकालना है।

प्राप्तांक	समातर माध्य (३३) से विचलन	विचलनों के वर्ग	प्राप्तांक	समातर माध्य (३३) से विचलन	विचलन के वर्ग
(m)	$(m-a)$	$(m-a)^2$	(m)	$(m-a)$	$(m-a)^2$
(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)
20	−13	169	32	− 1	1
22	−11	121	35	+ 2	4
27	−6	36	40	+ 7	49
30	−3	9	45	+12	144
31	−2	4	48	+15	225
		Total	330		762

समातर माध्य$=\frac{330}{10}=33$

प्रमाप विचलन$=\sigma=\sqrt{\frac{762}{10}}=\sqrt{76\ 2}$ =8·729 अंक

हम देखते हैं कि माध्य अब ३३ है और उसका माध्य से विचलन माध्यन ८·७२९ है।

(ii) खंडित श्रेणी :

उदाहरण ५ निम्नलिखित श्रेणी में दिये गये प्राप्तांकों का प्रमाप विचलन निकालना।

प्राप्तांक	विद्यार्थियों की संख्या	कुल प्राप्तांक	माध्य से विचलन	विचलनों के वर्ग	विचलनों के वर्ग और बारंबारताओं के गुणनफल
(m)	(f)	(mf)	$(m-a)$	$(m-a)^2$	$(m-a)^2 f$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	3	3	−3 2	10 24	30 72
2	7	14	−2 2	4 64	32 48
3	10	30	−1 2	1 44	14 40
4	15	60	−0 2	0 04	00 60
5	12	60	+0 8	0 64	7 68
6	8	48	+1 8	3 24	25 92
7	5	35	+2 8	7 84	39 20
		Σ 235			Σ 151 00

$$\sigma=\sqrt{\frac{\Sigma(m-a)^2 f}{n}}=\sqrt{\frac{151}{60}}=\sqrt{2\ 517}=\cdot 587 \textbf{ marks.}$$

(iii) सतत श्रेणी

उदाहरण ६. विद्यार्थियो के प्राप्ताको के निम्नलिखित श्रेणी का प्रमाप विचलन निकालना।

प्राप्तांक (m) (1)	मध्य-मान (m') (2)	विद्यार्थियों की संख्या (f) (3)	कुल प्राप्तांक $(m'f)$ (4)	माध्य (२५) से विचलन $(m-a)$ (5)	विचलनों के वर्ग $(m-a)^2$ (6)	बारबारता और विचलन-वर्गों का गुणनफल $(m-a)^2f$ (7)
0—10	5	2	10	−20	400	800
10—20	15	7	105	−10	100	700
20—30	25	10	250	0	0	0
30—40	35	5	175	+10	100	500
40—50	45	3	135	+20	400	1,200
		27	675			3,200

$$\sigma=\sqrt{\frac{\Sigma(m-a)^2f}{n}}=\sqrt{\frac{3200}{27}}=\sqrt{118\ 5}=10\ 91 \textbf{ marks.}$$

लघु-रीति का उपयोग

प्रमाप विचलन की गणना करने की रीति दिखाने के लिए हमने अब तक सरल उदाहरण लिए है। इनमें माध्य पूर्णांक या सुविधाजनक था। परन्तु जब समातर माध्य पूर्णांक न हो तो उससे पदो का विचलन लेना कठिन और असुविधाजनक होता है क्योंकि वर्ग बनाना और गुणनफल निकालना सरल नहीं होता। गल्ती होने की संभावना भी बढ जाती है। ऐसी स्थिति में लघुरीति बहुत सहायक सिद्ध होती है। लघु रीति में किसी राशि को माध्य मान लिया जाता है और इस कल्पित माध्य (assumed mean) से विचलन निकाल लिये जाते है और $\Sigma(m-x)^2$ (जहाँ x कल्पित माध्य है) की गणना कर ली जाती है। इसके बाद आवश्यक समायोजन करके प्रमाप विचलन की गणना कर ली जाती है। लघु रीति का सूत्र है

$$\sigma=\sqrt{\frac{\Sigma(m-x)^2}{n}-(a-x)^2}$$

खंडित और सतत श्रेणी में यह सूत्र है:

$$\sigma=\sqrt{\frac{\Sigma(m-x)^2f}{n}-(a-x)^2}$$

उदाहरण ७. लघु-रीति से निम्नलिखित श्रेणी का प्रमाप विचलन निकालना है:

प्राप्तांक	विद्यार्थियों की संख्या	मध्य मान	कुल प्राप्तांक	कल्पित माध्य (२५) से विचलन	विचलन का वर्ग	विचलन का वर्ग और बारंबारता के गुणनफल
(m)	(f)	(m')	$(m'f)$	$(m-x)$	$(m-x)^2$	$(m-x)^2f$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
0—10	10	5	50	—20	400	4,000
10—20	12	15	180	—10	100	1,200
20—30	17	25	425	0	0	[illegible]
30—40	14	35	490	+10	100	1,400
40—50	5	45	225	+20	400	2,000
	58		1,370			8,600

$$a=\frac{1370}{58}=23\ 62$$

$$\sigma=\sqrt{\frac{8{,}600}{58}-\left(\frac{1{,}370}{58}-25\right)^2}=\sqrt{\frac{8{,}600}{58}-\left(\frac{-80}{58}\right)^2}$$

$$=\sqrt{148\ 28-1{\cdot}932}=\sqrt{146\ 348}=12\ 08 \text{ अंक}$$

इकाई परिवर्तन (change of units: step deviation)

प्रमाप विचलन की गणना करना भारी कार्य है और यदि सतत श्रेणी का प्रमाप विचलन निकालना है और विचलन काफी बड़े हैं तो यह और भी भारी हो जाता है। ऐसे स्थानों में इकाई परिवर्तन करके गणना करना सरल बनाया जा सकता है। इकाई परिवर्तन करने की रीति का वर्णन समान्तर माध्य के अन्तर्गत दिया जा चुका

है। यहाँ निम्नलिखित उदाहरण में इसका उपयोग किया गया है। यह गणना उदाहरण ६ की सामग्री से की गई है।

$(m-a)$	$(m-a)/i(10)$	$(m-a)/i^2$	$(m-a)/i^2\times f$
(5)	(6)	(7)	(8)
−20	−2	4	8
−10	−1	1	7
0	0	0	0
+10	+1	1	5
+20	+2	4	12
			32

$$\sigma=\sqrt{\frac{\Sigma(m-a)^2/i\times f}{n}}\times i=\sqrt{\left(\frac{32}{27}\right)}\times 10$$
$$=\sqrt{(1\cdot 185)}\times 10=1\cdot 091\times 10=\mathbf{10\cdot 91\ marks.}$$

यदि उदाहरण ७ में इकाई-परिवर्तन किया जाय तो कॉलम ५ और उसके बाद के कॉलम निम्नलिखित होंगे :

$(m-x)/i(10)$	$(m-x)/i^2$	$(m-x)/i^2\times f$
(5)	(6)	(7)
−2	4	40
−1	1	12
0	0	0
+1	1	14
+2	4	20
		Σ86

$$\sigma=\sqrt{\frac{\Sigma(m-a/i)\times f}{n}-(a-x)^2}\times i$$
$$=\sqrt{\frac{86}{58}-1\cdot 932}\times 10=\sqrt{1\cdot 4828-1\cdot 932}\times 10$$
$$=\sqrt{1\cdot 46348}\times 10=1\cdot 208\times 10=\mathbf{12\cdot 08\ marks.}$$

प्रमाप विचलन का गुणाक (coefficient of standard deviation)

माध्य विचलन की भाँति प्रमाप विचलन भी श्रेणी के अपकिरण का निरपेक्ष माप है और चर की इकाइयो पर निर्भर करता है। इसको तुलना योग्य बनाने के लिये इसके गुणाक की गणना की जाती है जो एक सापेक्ष माप है। गुणाक जानने के लिए प्रमाप विचलन को श्रेणी के माध्य से विभाजित करते हैं। इस प्रकार उपर्युक्त उदाहरणो में प्रमाप विचलन के गुणाक निम्नलिखित हैं

उदाहरण ४—प्रमाप विचलन का गुणाक $= \frac{\sigma}{a} = \frac{8.729}{33} = 0 \cdot 261$

उदाहरण ५—प्रमाप विचलन का गुणाक $= \frac{\sigma}{a} = \frac{1.587}{4.2} = 0 \cdot 378$

उदाहरण ६—प्रमाप विचलन का गुणागक $= \frac{\sigma}{a} = \frac{10.91}{25} = 0 \cdot 436$

प्रमाप विचलन के उपयोग

प्रमाप विचलन श्रेणी के अपकिरण का सर्वाधिक सतोषजनक माप समझा जाता है। यह उच्चतर गणितीय रीतियों के लिए उपयुक्त है और प्रतिचयनों की घट-बढ से कम प्रभावित होता है। इन कारणो से इस का और इसके गुणाक का बहुत उपयोग होता है।

प्रतिचयन के सिद्धान्त में इसका विशेष महत्त्व है। प्रसामान्य असममित और एक बहुलक बटनो में हम जानते है कि —

(i) $a \pm \sigma$ परास के भीतर इन बटनो के लगभग ६६% पद होते है

(ii) $a \pm 2\sigma$ परास के भीतर इन बटनो के लगभग ९५% पद होते हैं,

(iii) $a \pm 3\sigma$ परास के भीतर इन बटनो के लगभग ९९% पद होते है।

इस रीति की कमियाँ ये है कि यह सुबोध नही है और मूल्य जानने के लिए भारी गणना करनी पडती है। यह समान्तर माध्य से दूर स्थित पदो को अधिक भार देता है।

दूसरे अपकिरण गुणों से अन्य मापें—इस गुण के आधार पर बनाई गई अन्य मापें हैं

(अ) प्रसरण (Variance) प्रमाप विचलन के वर्ग को प्रसरण कहते है। सकेत में प्रसरण $= \sigma^2$। इसका उपयोग सांख्यिकी सिद्धान्त में बढ रहा है।

(व) मापाक (Modulus) · प्रसरण के दूने के वर्गमूल को मापाक कहते हैं। इसे c द्वारा व्यक्त करते हैं। संकेत रूप में:

$$c = \sqrt{\frac{2\Sigma(m-a)^2}{n}}$$

(स) विचरण का गुणाक (coefficient of variation) : प्रमाप विचलन के गुणाक को १०० से गुणा करने से विचरण का गुणाक मिलता है। कभी कभी प्रमाप विचलन का गुणाक छोटी राशि होता है, इसलिए इसे महत्वपूर्ण बनाने और प्रमाप विचलन का माध्य के रूप में प्रतिशत जानने के लिए विचरण-गुणाक की गणना की जाती है। संकेत में, विचरण-गुणाक $= \frac{\sigma}{a} \times 100.$

३. चतुर्थक विचलन—चतुर्थक विचलन पहले और तीसरे चतुर्थकों के अन्तर का आधा होता है। इसलिए इसे अर्ध-अन्तर्चतुर्थक परास (semi-inter-quartile range) भी कहते हैं। यह श्रेणी के दो चतुर्थको पर आधारित है और उसके अन्य पदों पर विचार नहीं करता। संकेत में

$$\text{चतुर्थक-विचलन} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

उदाहरण ८· प्राप्तांकों की निम्नलिखित श्रेणी का चतुर्थक-विचलन निकालना है. 10, 12, 15, 17, 20, 22, 24, 28, 30, 35, 38।

इस श्रेणी में

$$Q_1 = \frac{n+1}{4} \text{ वें पद का परिमाण } = 3 \text{ रे पद का परिमाण} = 15$$

$$Q_3 = \frac{n+1}{4} \times 3 \quad ,, \quad ,, \quad = 9 \text{ वें} \quad ,, \quad ,, \quad = 30$$

$$\text{चतुर्थक-विचलन} = \frac{30-15}{2} = 7 \cdot 5 \text{ अंक}$$

इसी प्रकार सतत और खंडित श्रेणी के चतुर्थक-विचलन की गणना की जा सकती है।

चतुर्थक-विचलन का गुणांक—चतुर्थक-विचलन का मूल्य श्रेणी की इकाइयों से प्रभावित होगा, इसलिए तुलना करने में इसका उपयोग नहीं किया जा सकता। इसके आधार पर बनाया गया सापेक्ष माप चतुर्थक विचलन का गुणाक है जिसका मूल्य चतुर्थक विचलन को दो, चतुर्थकों के माध्य से विभाजित करके जाना जा सकता है। संकेत में, चतुर्थक विचलन का गुणांक $= \frac{(Q_3 - Q_1)/2}{(Q_3 + Q_1)/2} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$

उपर्युक्त उदाहरण में चतुर्थक विचलन का गुणाक $= \frac{30-15}{30+15} = \frac{1}{3} = \cdot 333$

चतुर्थक विचलन और उसके गुणांक का महत्व एंव उपयोग—ये उन स्थानो पर विशेष उपयोगी हैं जहाँ हमें श्रेणी के मध्य भाग का अपकिरण जानना हो। उन *बारबारता वटनो में जहाँ पद मध्य भाग में अधिक महन हो, इन का उपयोग सरलता-* पूर्वक किया जा सकता है क्योंकि कोनो में स्थित पद इस दशा में महत्वपूर्ण नहीं होते।

अपकिरण की मापो मे संबंध—सैद्धान्तिक रूप से इन मापो में निश्चित और ठीक ठीक सबंध नहीं दिखाया जा सका है, परन्तु व्यवहार में देखा गया है कि प्रसामान्य असममित वटनो में निम्नलिखित सबंध होता है

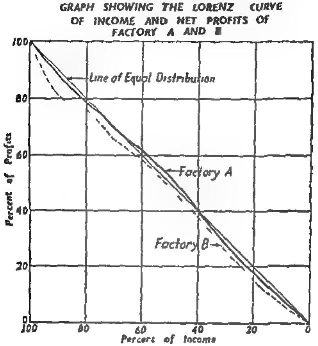
$$\text{चतुर्थक विचलन} = \frac{2}{3}\sigma \qquad \text{माध्य-विचलन} = \frac{4}{5}\sigma$$

४. **लौरेंज वक्र**—लौरेंज वक्र एक सचयी प्रतिशत वक्र है। इसकी सहायता से दो श्रेणियो का अपकिरण लेखाचित्र द्वारा दर्शाया जा सकता है।

वक्र बनाने से पहले कुछ गणनाएं की जाती हैं। पहले श्रेणियों के पदो का अलग अलग सचयन करते हैं और फिर ये सचित (cumulated) बारबारताएँ कुल के प्रतिशत के रूप में व्यक्त की जाती हैं। तब इन प्रतिशतो को ग्राफ मे अंकित किया जाता है। इस चित्र का स्केल अन्य चित्रो से इस अर्थ मे अलग होता है कि शीर्ष-स्केल का शून्य और क्षैतिज स्केल का १०० मूलबिन्दु पर होते हैं। शीर्ष-स्केल के १०० और क्षैतिज स्केल के ० को मिलाने वाली सरल रेखा सम-वितरण रेखा (line of equal distribution) कहलाती है। निम्नलिखित उदाहरण और चित्र में यह विधि दिखाई गई है.

वास्तविक लाभ ('०००)	सचयी लाभ ('०००)	कुल का प्रतिशत	फैक्टरी A की आय ('०००)	सचयी आय ('०००)	कुल का प्रतिशत	फैक्टरी B की आय ('०००)	सचयी आय ('०००)	कुल का प्रतिशत
22	22	5 0	6	[illegible]	6	16	16	8
35	57	12 9	8	14	14	20	36	18
44	101	22 9	11	25	25	18	54	27
45	146	33 2	9	34	34	18	72	36
50	196	44 5	8	42	42	20	92	46
52	248	56 4	10	52	52	22	114	57
42	290	65 9	12	64	64	26	140	70
40	330	75 0	10	74	74	18	158	79
54	384	87 3	14	88	88	22	180	90
56	440	100·0	12	100	100	20	200	100

लॉरेंज वक्र का उपयोग माध्य से विचरण जानने में किया जाता है। और यह अपकिरण की प्रवृति और सीमा दिखाने की उपयोगी युक्ति है। इसकी सहायता से हम दो श्रेणियों के अपकिरणों की तुलना करने में समर्थ होते है। लाभ, धन, आय,



चित्र ३२

मजदूरी आदि की समस्याओं का अध्ययन करने के लिए यह विशेष रूप से उपयुक्त है। परन्तु इसका दोष यह है कि इससे अपकिरण का परिमाण नही जाना जा सकता इसलिए इसका उपयोग किसी अन्य विधि के साथ करना चाहिए।

विषमता या असममिति के मापन

(Measures of Skewness and Asymmetry)

यदि बारबारता वक्र का विभाजित करती हुई कोई ऐसी रेखा पाई जा सके जिसके दोनों ओर के वक्र के भाग एक से हो तो उसे सममित वक्र कहा जाता है। अगर ऐसे वक्र को ग्राफ पर अंकित किया जाय और रेखा पर मोडा जाय तो रेखा के

एक ओर का वक्र उसके दूसरी ओर के वक्र को ठीक ठीक ढक लेगा। प्रमामान्य-त्रुटि वक्र (Normal Curve of Error) ऐसा ही वक्र है। यदि वक्र असममित है तो ऐसा नहीं होगा। असममित वक्र को विषम वक्र भी कहते हैं। सांख्यिकी में केवल यही जानना पर्याप्त नहीं है कि वटन विषम है या नहीं। यह भी जानना आवश्यक है कि वह किस ओर से विषम है और कितना विषम है।

विषमता की प्रकृति—किसी श्रेणी का अपकिरण बताता है कि पद माध्य-मूल्य से कितने भिन्न हैं, परन्तु विषमता वटन की आकृति से सबंधित है। इस प्रकार अपकिरण यह नहीं बताता कि पद माध्य मूल्य के आसपास किस प्रकार एकत्रित हैं जबकि विषमता इस बात पर विचार करती है। एक सममित वक्र में पद माध्य-मूल्य के दोनों ओर पूर्णत: सतुलित रहते हैं, परन्तु असममित वटन में ऐसा नहीं होता। पद या तो एक ओर खिंचे हुए होंगे या दूसरी ओर माध्य-मूल्य के एक ओर पदों का भार अधिक होगा। वह राशि जिससे एक ओर के पद दूसरी ओर के पदों से भारी पडते हैं विषमता का माप बताता है।

यह जानने के लिए कि कोई श्रेणी विषम है या नहीं हमें निम्नलिखित बातों की जाँच करनी चाहिए

(१) माध्य, माध्यिका और बहुलक एकसम (identical) हैं या नहीं। सममित वटनों में ये एकसम होते हैं।

(२) माध्यिका से धनात्मक विचलन माध्यिका से ऋणात्मक विचलनों के बराबर हैं या नहीं। सममति वटनों में ये बराबर होते हैं।

(३) माध्यिका से ऐसे मापों के बिन्दु (point) जैसे चतुर्थक, दशमक, आदि बराबर दूरी पर हैं या नहीं। सममति वटनों में ये बराबर दूरी पर होते हैं।

(४) बहुलक के दोनों ओर बराबर दूरी वाले पदों की बारबारता बराबर है या नहीं, सममति वटनों में यह बराबर होती है।

(५) श्रेणी को ग्राफ पर अंकित करने से सममति वक्र मिलता है या नहीं।

यदि इनके उत्तर हाँ हैं तो श्रेणी में विषमता नहीं है। परन्तु इस बात का ध्यान रखना चाहिए कि इनमें से कुछ प्रश्नों के उत्तर निश्चायक हैं, परन्तु सबके नहीं। यदि पहले, चौथे या पाँचवें प्रश्न के उत्तर 'हाँ' हैं तो श्रेणी अवश्य सममति होगी। परन्तु यदि दूसरे और तीसरे प्रश्न के उत्तर 'हाँ' हैं तो निश्चयपूर्वक कुछ नहीं कहा जा सकता।

उदाहरण के लिए निम्नलिखित श्रेणी पर विचार कीजिए

m	f	m	f	m	f
10	20	13	30	16	25
11	21	14	35	17	20
12	27	15	28	18	18

यह सुस्पष्ट है कि उपर्युक्त श्रेणी सममित नहीं है अर्थात इसमें कुछ विपमता है। इस श्रेणी का माध्य १३·९ है और माध्यिका और बहुलक १४·० हैं। केन्द्रीय प्रवृत्ति के मापन एक नहीं हैं। बहुलक से बराबर दूरी वाले पदों की बारंबारता भी समान नहीं है और न ही ग्राफ पर अंकित करने से हमें सममति वक्र मिलता है।

परन्तु हम पाते हैं कि माध्यिका से धनात्मक विचलनों का योग माध्यिका से ऋणात्मक विचलनों के योग के ठीक बराबर है। इसी प्रकार माध्यिका से चतुर्थकों की दूरी बराबर है (Q_1=१२, Q_3=१६)। परन्तु फिर भी, जैसा हम देख चुके हैं, यह श्रेणी विषम है। अतएव ये दो परीक्षायें पूर्णत सही नहीं मानी जा सकती। ये केवल प्रारंभिक जाँच के लिये उपयुक्त हैं।

विपमता के मापन—विपमता के दो मापनों का साधारणत उपयोग किया जाता है। ये मापन सममित वटनों के लक्षणों पर आधारित हैं। सममित वटनों में माध्य, माध्यिका और बहुलक एक सम होते हैं। इसलिए यह स्वभाविक है कि इनके अन्तर को विपमता के मापन के काम में लाया जाय। सममित वटनों का दूसरा लक्षण यह है कि चतुर्थक और दशमकों के बिन्दु माध्यिका से बराबर दूरी पर होते हैं। इसलिए चतुर्थकों के योग और माध्यिका का अन्तर विपमता का मापन हो सकता है। चूँकि विपमता वटन की आकृति से संबधित है, इसलिए यह अधिक अच्छा होता कि हम उसे केवल संख्या के रूप में व्यक्त करें अर्थात् उसे माप के स्केल से स्वतन्त्र रखें। इसके लिए विपमता के गुणांक की गणना की जाती है।

(१) विपमता का पहला माप—इसके लिए कई सूत्रों का उपयोग किया जा सकता है। ये हैं

(i) विपमता $=a-Z$, विपमता-गुणांक $=\frac{a-Z}{\delta}$ या $\frac{a-Z}{\delta_z}$

(ii) विपमता $=a-M$, विपमता गुणांक $=\frac{a-M}{\delta}$ या $\frac{a-M}{\delta_m}$

(iii) कार्ल पियर्सन का विपमता-गुणांक $=\frac{a-Z}{\sigma}$,

(iv) या जब बहुलक सुनिश्चित न हो तो $=\frac{3(a-M)}{\sigma}$।

कार्ल पियर्सन का दूसरा सूत्र माध्य, माध्यिका और बहुलक के संबध पर आधारित है।

(२) विषमता का दूसरा माप—प्रचलित सूत्र है

विषमता $= Q_3 + Q_1 - 2M$

विषमता गुणाक $= \frac{Q_3+Q_1-2M}{Q_3-Q_1}$

उदाहरण निम्नलिखित श्रेणी के लिए विविध विषमता के माप निकालने हैं :

(m)	(m)	(f)	(cf)	$(m-x)$ (35)	$(m-x)f$	$(m-x)^2$	$(m-x)^2f$
0—10	5	10	10	−30	−300	900	9,000
10—20	15	12	22	−20	−240	400	4,800
20—30	25	18	40	−10	−180	100	1,800
30—40	35	25	65	0	0	0	0
40—50	45	16	81	+10	+160	100	1,600
50—60	55	14	95	+20	+280	400	5,600
60—70	65	8	103	+30	+240	900	7,200
		103			−40		30,000

उपर्युक्त श्रेणी में

$$a = 35 + \frac{-40}{103} = 35 - 388 = 34\ 612$$

$$M = 30 + \frac{40-30}{25}(52-40) = 34\ 800$$

$$Z = 30 + \frac{25-18}{50-18-16}(40-30) = 34\ 375$$

$$Q_1 = 20 + \frac{30-20}{18}(26-22) = 22{\cdot}222$$

$$Q_3 = 40 + \frac{50-40}{16}(78-65) = 48\ 125$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{30{,}000 - 103(-388)^2}{103}} = 1\ 706$$

इन गणनाओ से:

1. कार्ल-पियर्सन का विषमता गुणाक

$$= \frac{a-z}{\sigma} = \frac{34\ 612 - 34{\cdot}375}{1{\cdot}706} = \frac{0\ 237}{1\ 706} = 0{\cdot}139$$

२ विषमता के दूसरे माप का गुणाक

$$= \frac{Q_3+Q_1-2M}{Q_3-Q_1} = \frac{48\ 125+22\ 222-2\times34\ 800}{48\ 125-22\ 222}$$

$$= \frac{0\ 247}{25\ 903} = \cdot029$$

विषमता के मापों के लक्षण—श्रेणी की रचना का अध्ययन करने के लिए विषमता के माप विशेष रूप से उपयुक्त हैं। इसकी उपयोगिता का मुख्य कारण है कि यह इकाइयो से स्वतन्त्र सख्या मात्र है। यदि वटन सममित है तो ये मापें और इन के गुणाक शून्य होते हैं जो यह बताता है कि श्रेणी में कोई विषमता नही है।

विषमता के गुणाक की सीमाएँ निश्चित करना सभव नहीं है। हा, यह कहा जा सकता है कि प्रसामान्य असममित वटना के लिए इनकी सीमाएँ बहुत ऊँची नही होती। अनिश्चित बहुलक वाली श्रेणी के लिए काल पियरसन के जिस सूत्र का उपयोग किया जाता है उसका मूल्य सामान्यत —३ और +३ के बीच मे रहता है। विषमता के दूसरे माप का मूल्य सामान्यत —१ और + १ के बीच में रहता है।

विषमता-गुणाको की सार्थकता (significance) के बारे में कोई सुदृढ नियम नही बनाए जा सकते हैं। परन्तु यदि इनका मूल्य ० १ से कम है तो वे अधिक साथक नही माने जाते हैं और यदि यह मूल्य ० ३ से अधिक है तो ये अति-सार्थक (highly significant) माने जाते हैं।

विषमता धनात्मक या ऋणात्मक हो सकती है। ऋणात्मक रूप से विषम श्रेणी के वक्र का खिचाव बाईं ओर होगा और धनात्मक रूप स विषम श्रेणी के वक्र का खिचाव दाहिनी ओर होगा।

विषमता के दूसरे माप के गुणाक का उपयोग उन्ही दशाओ मे करना चाहिए जहाँ श्रेणी के आरभ और अन्त के पद महत्वपूर्ण न हो। इसकी गणना करना सरल है, परन्तु यह कम परिशुद्ध है।

QUESTIONS

1 Discuss the relative merits of range, standard deviation, and mean deviation as measures of dispersion (M.A , *Allahabad*)

2 What do you understand by dispersion ? Explain the various methods of its measurement and point out their advantages (B Com , *Lucknow*)

3 Explain the significance of averages and measures of dispersion and skewness in the analysis of a statistical distribution (M ■ W , *Lucknow*)

4 Show how measures of dispersion help in explaining that though frequency distributions may have the same values of their averages they may differ in their respective formations In what respect are measures of dispersion of use in statistics ?

(B Com Allahabad

5 Find the standard deviation of the following total revenues and working expenses of an Indian concern Does the former o the latter show greater variation ?

Year	Total Revenue (000)	Working expenses (00)	Year	Total Revenue (000)	Working expenses (00
1922	156	956	1927	332	1 015
1923	180	980	1928	350	1,520
1924	191	971	1929	355	1,525
1925	205	972	1930	410	2,112
1926	332	1 020			

B Com , *Bombay*

6 The following is the information in respect of two series A and B —

Series A	Series B	Series A	Series B
192	83	260	126
288	87	348	126
236	93	291	101
229	109	330	102
184	124	243	108

Find which of the series shows greater variability

(M A , *Allahabad*)

7 The following table shows the receipts from customs and *income tax in India from 1931-32 to 1935 36* Find out the standard deviation and state whether the variation in customs is greater than that in income tax —

Years	Customs (Rs 00,00,000)	Income tax (Rs 00 00 000)
1931 32	46	17
1932 33	51	18
1933 34	46	16
1934 35	52	17
1935-36	55	17

(B Com *Allahabad*)

8 Calculate the mean deviation and its coefficient from the following data —

Year	Import (million tons)	Year	Import (million tons)
1944	1·6	1949	3 7
1945	1 8	1950	2 1
1946	2 6	1951	4 7
1947	2 7	1952	3 9
1948	2 8	1953	2 5

(B Com , *Allahabad*)

9 The following table gives the male population of Kanpur and Jaipur, in 1931 —

Age group (years)	Kanpur (000)	Jaipur (000)
0— 5	14	9
5— 10	13	8
10—15	13	8
15—20	13	7
20—30	33	15
30—40	29	12
40—50	17	[illegible]
50— 60	7	[illegible]
60—80	4	4

Which of the two series is more variable ?

(B Com , *Allahabad*)

10 Which of the following two series is more variable ?

Weekly Wages (in rupees)	No of Workers Factory A	Factory B
Up to 5	20	15
5—10	18	20
10—15	30	35
15—20	25	30
20—25	20	18
25—30	15	17

(B Com , *Allahabad*)

11 An analysis of the monthly wages paid to the workers in two firms, A and B, belonging to the same industry, gives the following results —

	Firm A	Firm B
Number of wage earners	586	648
Average monthly wages	52 5	47 5
Variance of the distribution of wages	100	121

(*a*) Which firm, A or B, pays out the larger amount as monthly wage ?

(*b*) In which firm, A or B, is there greater variability in individual wages ?

(*c*) What are the measures of (i) average monthly wage, and (ii) the variability in individual wages, of all the workers in the two firms, A and B taken together (I A S)

12 The following table gives the prices of two securities at quarterly intervals Which of the securities is more speculative?

Give reasons for your answer —

Security A—1463, 1383, 1194, 1830,, 1934, 1530, 1464, 1500, 1500, 1634, 1440, 1490

Security B—110 115, 120, 185, 195, 120, 155, 230, 200, 190 195, 190. (B Com, *Madras*)

13 From the figures given below compare the variability of the population of Allahabad and Banaras

Allahabad	Banaras	Allahabad	Banaras
160	218	157	198
175	223	184	205
172	213	261	263
172	204		

(M A, *Agra*)

14 The index number of prices of cotton and coal shares in 1942 were as follows —

Month	Index number of Prices of Cotton shares	Index numbe of Prices of Coal shares
January	188	131
February	178	130
March	173	130
April	164	129
May	172	129
June	183	120
July	184	127
August	185	127
September	211	130
October	217	137
November	232	140
December	240	142

Which of the two shares you consider more variable in prices and why ? (B Com, *Allahabad*)

15 Given

	Class A	Class B
Number of students	84	60
Mean marks obtained by students (out of 300)	120	127
Standard deviation of Marks	14	12

Find out if mean marks of Class A are significantly higher than those of Class B (M Com, *Allahabad*)

16 The marks obtained by students of classes A and B are given below Give as much information as you can regarding the composition of the classes in respect of intelligence —

Marks obtained	No of students in Class A	No of students in class B
5—10	1	5
10—15	10	6
15—20	20	15
20—25	8	10
25—30	6	5
30—35	3	4
35—40	1	2
40—45	0	2

(B Com *Agra*)

17 The following are the rents of 18 houses in a certain locality —

Rs	a	Rs	a
6	[illegible]	6	4
5	0	3	0
5	4	9	0
5	8	4	8
5	4	4	0
4	12	5	0
4	0	3	12
5	0	5	0
4	8	3	0

Calculate the mean deviation of this group

(B Com, *Lucknow*)

18 *Summary of Receipts and Passengers of a certain Motor Bus Co*

Year	Receipts	Passengers
1925	2,354	50,010
1926	2,780	61,060
1927	3,011	70,000
1928	3 020	70,110
1929	3,541	83,001
1930	4,150	91,100
1931	5,000	100,000

From the foregoing data find out one measure of dispersion and state whether the variation in receipts is greater than that in Passengers (B Com , *Allahabad*)

19 Calculate the mean deviation and a measure of skewness from the following data What light does it throw on the social conditions of the community ?

Difference in age between husband and wife in a particular community

Difference in years	Frequency	Difference in years	Frequency
0— 5	449	20—25	109
5—10	705	25—30	52
10—15	507	30—35	16
15—20	281	35—40	4

(B Com , *Bombay*)

20 Compile a table showing the frequencies with which words of different numbers of letters occur in the extract reproduced below (omitting punctuation marks) treating as the variable the number of letters in each word, and obtain the mean, median, and the coefficient of variation of the distribution —

'Success in the examination confers no absolute right to appointment unless Government is satisfied, after such enquiry as may be considered necessary, that the candidate is suitable in all respects for appointment to the public service ' (I A S)

21 The following table gives the yield of paddy in maunds per acre based on crop-cutting experiments in a certain area during 1940-41 —

Yield in maunds per acre	Frequency	Yield in maunds per acre	Frequency
0	4	24	128
[illegible]	4	27	73
6	32	30	50
[illegible]	81	33	13
12	135	36	12
15	198	39	5
18	210	42	1
21	144		
			1,090

Calculate the arithmetic mean, the median and the standard deviation of the distribution (I A S)

22 How do you calculate the coefficient of variation of a distribution ?

What is the justification for saying that about 68 per cent of the observed values lie within one standard deviation of the mean value ?

The following marks were given to a batch of candidates —

66, 62, 45, 79, 32, 51, 56, 60, 51, 49, 25, 42, 54, 54, 58, 70, 43, 58, 50, 52, 38, 67, 50, 59, 48, 65, 71, 30 46, 55, 82, 51, 63, 45, 53, 40, 35, 56, 70, 52, 67, 55, 57, 30, 63, 42, 74, 58, 44, 55

Find the coefficient of variation of marks

Also, draw a cumulative frequency curve, and from this curve find the proportion of candidates receiving *more* than 50 marks (I A S)

23 What are measures of dispersion of a distribution ? Why is the standard deviation most commonly used as a measure of dispersion in statistics ?

Goals scored by two teams A and B in a football season were as follows —

Number of goals scored in a Match	Number of Matches	
	A	B
0	27	17
1	9	9
2	8	6
3	5	5
4	4	3

By calculating the coefficient of variation in each case, find which team may be considered the more consistent (I A S)

24 Explain the method of computing the standard deviation of a frequency distribution from a working origin different from the arithmetical mean

Calculate the standard deviation for the data given below using the interval 50—59 as working origin —

Class interval	Frequency	Class interval	Frequency
0— 9	2	80—89	12
10—19	4	90—99	9
20— 29	23	100—109	6
30—39	30	110—119	10
40—49	40	120—129	3
50—59	45	130—139	1
60—69	35	140—149	1
70—79	25	150—159	3
		Total	249

How would the value obtained above be modified if you have to adjust it for the reason that the data are grouped in class intervals ? (I A S)

25 Calculate the standard deviation of the following two series Which shows greater variation ?

Series A	Series B	Series A	Series B
192	83	260	125
288	87	348	125
236	93	291	101
229	109	330	102
184	124	243	108

(*P C S*)

26 Find the Arithmetic Average the First Moment of Dispersion the Standard Deviation and one measure of skewness from the data in the following series —

Size of item	Frequency	Size of item	Frequency
3— 4	3	7— [illegible]	85
4— 5	7	8— 9	32
5— 6	22	9—10	8
6— 7	60		

(B Com , *Allahabad*)

27 The following table shows the number of workers in two factories whose weekly earnings are given in column (1) Determine the mean values of weekly earnings and standard deviation in both factories

Range of weekly earnings	Number of workers in Factory A	Number of workers in Factory B
4—6	74	71
6—8	376	379
8—10	304	303
10—12	110	112
12—14	18	18
14—16	0	1
16—18	9	5
18—20	9	9
20—22	0	4
Total	900	900

(M A , *Calcutta*)

28 Calculate the Standard Deviation of the following —

Number of persons in the family	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Total
Number of families	166	552	580	433	268	148	77	41	20	8	5	1	2298

(M A , *Allahabad*)

29 The following table gives the number of finished articles turned out per day by different numbers of workers in a factory Find the mean value and standard deviation' of the daily output of finished articles and explain the significance of standard deviation —

Number of articles	Number of workers	Number of articles	Number of workers
18	3	23	17
19	7	24	13
20	11	25	[illegible]
21	14	26	5
22	18	27	4

(B Com *Calcutta*)

30 Calculate the standard deviation from the following data

Size of item	Frequency	Size of item	Frequency
6	3	10	8
7	6	11	5
8	9	12	4
9	13	—	—
		Total	48

(B Com , *Bombay and Nagpur*)

31. Discuss the usefulness of coefficient of variation. Calculate the coefficient of variation of height distribution from the following data —

Height in inches	Number of men	Height in inches	Number of men	Height in inches	Number of men
57	[illegible]	64	669	71	392
58	4	65	990	72	202
59	14	66	1223	73	79
60	41	67	1339	74	32
61	83	68	1230	75	16
62	169	69	1063	76	5
63	394	70	646	77	2

(M. S. W., *Lucknow*)

32. The following table classifies the she buffaloes of India in 1940 according to the yield of milk per day. Calculate from the data the mean and the median yield of milk per she buffaloe and its coefficient of variation —

Yield per day in lb	No. of she-buffaloes in thousand
Upto 1	114
Above 1 to 2	2005
,, 2 to 3	7706
,, 3 to 4	4590
,, 4 to 5	2080
,, 5 to 6	240
,, 6 to 7	3580
Total	20315

(*P. C. S.*)

33. Calculate the coefficient of variation of the following monthly incomes of twenty families given below in rupees —

2,000, 35, 400, 15, 40, 1,500, 300, 6, 90, 250, 20,
12, 450, 10, 150, 8, 25, 30, 1,200, 60

(B. Com., *Allahabad*)

34. The following table gives the area under cultivation, production, net export, and price of wheat in the U. S. A. —

Year	Area under cultivation (millions of Acres)	Production (millions of Bushel)	Net export (millions of Bushel)	Price per Bushel in Cents
1890	36 7	449	109	84
1895	38 9	542	130	51
1900	49 2	599	221	62
1905	46 3	706	101	75
1910	45 8	625	70	91
1915	60 3	1008	240	96
1920	62 3	843	313	183
1925	52 4	669	93	144
1930	62 6	886	112	67
1935	51 3	626		85

Compare the coefficient of variation of area under cultivat on and net export of wheat for the whole period (M A *Patna*)

35 What chief tests should a good average of a number of records satisfy ? How far are these satisfied by (1) the arithmetic mean (2) the Median (3) the Mode (4) the Geometric Mean

The figures in the table below give the distribution of insane people in the Madras Presidency (1921) for each group Calculate the Arithmetic Mean Median and Quartile Deviation Draw the Histogram and the Ogive

Total 10 000

Age	Frequency	Age	Frequency
0— 5	92	40—45	1019
5—10	393	45—50	677
10—15	600	50—55	610
15—20	704	55—60	339
20—25	917	60—65	305
25—30	1309	65—70	257
30—35	1433	70 and over	170
35—40	1175	—	—

(B Com *Madras*)

36 The following table gives the frequency distribution of area under wheat in a sample of 282 villages in Meerut District during 1936 37 Calculate (*a*) the standard deviation and the (*b*) semi inter quartile range of the distribution —

Bighas under wheat	Frequency	Bighas under wheat	Frequency	Bighas under wheat	Frequency
0—	3	700—	21	1,400—	8
100—	7	800—	23	1,500—	8
200—	10	900—	20	1,600—	6
300—	17	1,000—	18	1,700—	5
400—	33	1,100—	14	1,600—	2
500—	29	1,200—	14	1,900—2,000	1
600—	27	1,300—	16		

(*I. A S*)

अध्याय ८

सरल सहसंबंध

(Simple Correlation)

पिछले अध्यायो में हमने श्रेणी का अध्ययन करने की विविध रीतियो का वर्णन किया था। हमने देखा कि श्रेणियो का रेखाचित्रो और लेखा चित्रो की सहायता से किस प्रकार निरूपित किया जाता है और उनकी तुलना कैसे की जा सकती है। इसके बाद हमने सघनात्मक मापनो (माध्यों, अपकिरण और विषमता के मापनों) पर विचार किया। इस अध्याय में हम दो श्रेणियो के सबध व अस्तित्व पर विचार करेंगे। इसको सहसबध का अध्ययन कहा जाता है।

परिभाषा—यदि दो चरों में कार्य-कारण संबंध (causal relationship) हो तो कहा जाता है कि वे सहसबधित हैं। कार्य-कारण सबध का होना आवश्यक है। इसका अर्थ यह है कि एक चर में होने वाले परिवर्तन दूसरे चर में सार्थक रूप से परिवर्तन लाते है। इससे हमें चरो की परस्पर आश्रितता (interdependence) का बोध होता है। इससे यह स्पष्ट हो जाना चाहिए कि बिना कार्य-कारण सबध स्थापित किये, यदि दो चरो के परिवर्तन सबधित लगते हैं, तो हम यह नहीं कह सकते कि उनमें सहसबध है। यदि कपास के उत्पादन में वृद्धि होती है और उसके मूल्य में कमी होती है तो ये सहसबधित कहे जायेंगे क्योंकि हम जानते है कि माँग के नियम के अनुसार इनमें कार्य-कारण सबध है। परन्तु यदि भारत में कपास की उपज बढ़े और साथ साथ रूस की जनसख्या भी बढ़े तो यह नहीं कहा जा सकता कि इनमें सहसबध है क्योंकि हम इनमें कोई कार्य-कारण सबध स्थापित नहीं कर सकते।

यदि दो चरो के परिवर्तन एक ही दिशा में होते है, अर्थात् यदि एक में वृद्धि होने पर दूसरे में भी वृद्धि होती है और एक में कमी होने पर दूसरे में भी कमी होती है, तो हम कहते हैं कि इनमें **धनात्मक सहसबध** है। इसके विरुद्ध यदि परिवर्तन विपरीत दिशाओ में होते हैं तो चरो में **ऋणात्मक सहसबध** है।

सहसंबंध का माप

किन्ही भी सबधित घटनाओ में सहसबध जाना जा सकता है परन्तु जहाँ प्राकृतिक विज्ञानो में यह सबध निश्चित रहता है और निश्चित रूप से बताया जा

सकता है, सामाजिक विज्ञानों में यह संभव नहीं है। इसका कारण सामाजिक विज्ञान के नियमों की प्रकृति से स्पष्ट हो जायगा। यहाँ कारणों का वर्णन करना आवश्यक है। तथ्य केवल यह है कि अगर घटनाएँ संबंधित हों तो सहसंबंध नापा जा सकता है।

सहसंबंध की दो सीमाएँ हो सकती हैं या तो घटनाएँ पूर्णतः सहसंबंधित होंगी या उनमें कोई सहसंबंध नहीं होगा। पूर्ण सहसंबंध को फलनीय संबंध (functional relationship) भी कहा जाता है। इस स्थिति में किसी एक चर के परिवर्तनों के कारण दूसरे चर में एक निश्चित नियम के अनुसार परिवर्तन होंगे। किसी वृत्त के क्षेत्रफल और उसकी त्रिज्या में एक निश्चित संबंध है जो $A = \pi r^2$ से बताया जाता है। यह पूर्ण सहसंबंध का उदाहरण है। इसके विपरीत किसी पेड़ की ऊँचाई और चूना के मूल्य में कोई सहसंबंध नहीं होगा। इन दो चरम स्थितियों के बीच में कई कम या अधिक सहसंबंध वाली स्थितियाँ हो सकती हैं।

सहसंबंध नापने की विधियाँ—सहसंबंध की मात्रा (extent) जानने के लिए कई विधियों का उपयोग किया जाता है। स्थूल रूप से संबंध बताने के लिए लेखा चित्रीय विधि उपयुक्त है। सहसंबंध नापने की विधियाँ हैं

(१) लेखा चित्रीय सहसंबंध (Graphic Correlation)—दो श्रेणियों को ग्राफ पर अंकित कर लिया जाता है और सहसंबंध जानने के लिए उनकी गतिविधि (movement) का निरीक्षण किया जाता है। यदि दोनों में एक ही दिशा की ओर जाने की प्रवृत्ति है तो चरों में धनात्मक सहसंबंध है परन्तु यदि उनकी प्रवृत्ति विपरीत दिशाओं में जाने की है तो सहसंबंध ऋणात्मक है।

(२) प्रकीर्ण चित्र (Scatter Diagram)—इस रीति में श्रेणियों को ग्राफ पर अंकित कर दिया जाता है और उसके बाद उनसे होती हुई 'सुष्ठुतम आसंजन रेखा' (line of best fit) मुक्तहस्त खींची जाती है। यह रेखा बिन्दुओं के जितने निकट हो सके उतनी होनी चाहिए। इस रेखा की दिशा सहसंबंध की प्रकृति बताती है। यदि रेखा बाईं ओर से दाहिनी ओर ऊपर को जाती है तो सहसंबंध धनात्मक है और यदि रेखा बाईं ओर से दाहिनी ओर नीचे को आती है तो सहसंबंध ऋणात्मक है। इस रेखा का ढाल समाश्रयण (regression) की मात्रा बताता है। यदि बिन्दु ऐसे बिखरे हों कि कोई रेखा न खींची जा सके तो चरों में बहुत कम या नहीं के बराबर सहसंबंध होता है।

परन्तु ये दो विधियाँ केवल यह बता सकती हैं कि चरों में सहसंबंध है या नहीं। ये सहसंबंध का माप नहीं बताती। इस प्रकार का माप सहसंबंध-गुणांक से मिलता है।

(३) सहसंबंध गुणांक (Coefficient of Correlation)—सहसंबंध की मात्रा नापने के लिए कार्ल पियर्सन सहसंबंध गुणांक का प्रयोग किया जाता है। यदि पूर्ण सहसंबंध हो तो यह गुणांक +१ या −१ होता है। यदि सहसंबंध न हो तो इसका मूल्य ० होता है। यदि कुछ सहसंबंध हो तो गुणांक ० और १ के बीच में होता है।

कार्ल पियर्सन के सहसंबंध गुणांक की गणना करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का उपयोग किया जाता है $r=\frac{\Sigma xy}{n\sigma_1\sigma_2}$

जहाँ r सहसंबंध गुणांक है

x और y पहली और दूसरी श्रेणी के पदों के उन श्रेणियों के माध्यों से विचलन हैं

n पदों की संख्या है

σ_1 और σ_2 पहली और दूसरी श्रेणियों के प्रमाप विचलन हैं

एकक निरीक्षणों की श्रेणी

उदाहरण १—मूल्य और पूर्ति के बीच सहसंबंध की गणना करनी है

मूल्य	माध्य (13) से विचलन(dx)	विचलन वर्ग $(dx)^2$	पूर्ति	माध्य (22) से विचलन(dy)	विचलन-वर्ग $(dy)^2$	विचलनों के गुणनफल(xy)
3	−10	100	10	−12	144	120
5	−8	64	12	−10	100	80
6	−7	49	15	−7	49	49
9	−4	16	18	−4	16	16
10	−3	9	20	−2	4	6
12	−1	1	22	0	0	0
15	+2	4	27	+5	25	10
20	+7	49	30	+8	64	56
22	+9	81	32	+10	100	90
28	+15	225	34	+12	144	180
$n=10$	0	598	$n=10$	0	646	+607

$$\sigma_1=\sqrt{\frac{\Sigma dx^2}{n}}=\sqrt{\frac{598}{10}}=\sqrt{59.8}\quad=7.733$$

$$\sigma_2=\sqrt{\frac{\Sigma dy^2}{n}}=\sqrt{\frac{646}{10}}=\sqrt{64.6}=8.037$$

$$r=\frac{\Sigma xy}{n\sigma_1\sigma_2}=\frac{+607}{10\times7.733\times8.037}=\frac{+607}{621.5}=+.977$$

प्रमाप-विचलनो के मूल्य अलग अलग न निकाल कर पूरी गणना साथ साथ भी की जा सकती है

$$r = \frac{\Sigma xy}{n\sqrt{\frac{\Sigma dx^2}{n}}\sqrt{\frac{\Sigma dy^2}{n}}} = \frac{+607}{10\sqrt{\frac{598}{10}}\sqrt{\frac{646}{10}}} = \frac{+607}{10\times\sqrt{59\ 8\times64\ 6}}$$

$$= \frac{+607}{621\ 5} = +\ 977$$

or $r = \frac{\Sigma xy}{\sqrt{\Sigma dx^2 \times \Sigma dy^2}} = \frac{+607}{\sqrt{598\times646}} = \frac{+607}{\sqrt{38640}} = \frac{+607}{621\ 5} = +.977$

लघुरीति—बहुधा श्रेणियों के मध्य पूर्णांक नही होते। फलस्वरूप गणना करना बहुत असुविधाजनक हो जाता है। गलती होने की सभावना बढ जाती है। लघुरीति मे इसे दूर कर दिया जाता है। इस रीति मे उपयुक्त शक्तियाँ श्रेणियो के माध्य मान ली जाती हैं और उनके आधार पर गणना करके आवश्यक समायोजन कर लिये जाते हैं। इसके लिए जिस सूत्र का उपयोग किया जाता है वह है

$$r = \frac{\Sigma xy - n(a_1 - x)(a_2 - y)}{n\sigma_1\sigma_2}$$

या, प्रमाप विचलन की गणना का साथ करने पर

$$r = \frac{\Sigma xy - n(a_1 - x)(a_2 - y)}{n\sqrt{\frac{\Sigma dx^2 - n(a_1 - x)}{n}}\sqrt{\frac{\Sigma dy^2 - n(a_2 - y)}{n}}}$$

उदाहरण २—मूल्य और पूर्ति में सहसंबंध की गणना करनी है

मूल्य	विचलन (17) dx	विचलन-वर्ग $(dx)^2$	पूर्ति	विचलन (35) dy	विचलन-वर्ग $(dy)^2$	विचलनों के गुणनफल xy
8	−9	81	25	10	100	90
10	−7	49	30	5	25	35
15	−2	4	32	3	9	6
17	0	0	35	0	0	0
20	+3	9	37	2	4	6
22	+5	25	40	5	25	25
24	+7	49	42	7	49	49
25	+8	64	45	10	100	80
n=8		281	n=8		312	+291
a=17 6			a=35 7			
x=17 0			y=35			

$$r=\frac{+291-8(17.6-17.0)(35.7-35.0)}{8\sqrt{\frac{281-8(17.6-17.0)^2}{8}}\times\sqrt{\frac{312-8(35.7-35.0)^2}{8}}}$$

$$=\frac{+291-8\times .6\times .7}{8\sqrt{\frac{281-8\times .6}{8}}\times\sqrt{\frac{312-8\times .7}{8}}}=\frac{+291-8\times .42}{\sqrt{35.1-.6}\times\sqrt{39-.7}}$$

$$=+\frac{36.375-.420}{\sqrt{34.5}\times\sqrt{38.3}}=\frac{+35.955}{5.874\times 6.180}=\frac{+35.955}{36.31}=+.9983$$

समूहित श्रेणी में सहसंबंध

उपर्युक्त उदाहरणों में हमने एकैक निरीक्षणों की श्रेणियों पर विचार किया। परन्तु बहुधा पद समूहों (खंडित या सतत) में विभाजित किए रहते हैं। इन समूहित श्रेणियों में सहसंबंध निकालने की विधि कुछ भिन्न होती है। उदाहरणार्थ हम अर्थशास्त्र और इतिहास के प्राप्तांकों में सहसंबंध जानना चाहते हैं। यह संभव है कि अर्थशास्त्र में १५ २५ अंक प्राप्त करने वाले विद्यार्थी इतिहास में १० २० या २० ३० अंक प्राप्त करें। जब ऐसी स्थिति होती है तो सामग्री विशेष प्रकार की सारणी में दी जाती है जिसे द्विचर बारंबारता बंटन की सारणी (Table of Bivariate Frequency Distribution) या सहसंबंध सारणी (Correlation Table) कहते हैं।

उदाहरण ३—निम्नलिखित सारणी में १०० विद्यार्थियों के इतिहास और अर्थशास्त्र के प्राप्तांक दिए गए हैं। इनमें सहसंबंध की गणना करो।

अर्थशास्त्र में प्राप्तांक	इतिहास में प्राप्तांक					
	10—20	20—30	30—40	40—50	50—60	योग
15—25	6	3				9
25—35	3	16	10			29
35—45		10	15	7		32
45—55			7	10	4	21
55—65				4	5	9
योग	9	29	32	21	9	100

सं० १३

Marks in Economics \ Marks in History	10—20	20—30	0—10	40—50	50—60	Total (f)	Mid values	dx (40)	fxy	fdx	dx^2	fdx^2
15—25	+400 6 +2400	+200 3 +600				9	20	—20	+3000	—180	400	3600
25—35	+200 3 +600	+100 16 +1600	0 10 0			29	30	—10	+2200	—290	100	2900
35—45		0 10 0	0 15 0	0 7 0		32	40	0	0	0	0	0
45—55			0 7 0	+100 10 +1000	+200 4 +800	21	50	+10	+1800	+210	100	2100
55—65				+200 4 +800	+400 5 +2000	9	60	+20	+2800	+180	400	3600
Total f	9	29	32	21	9	100			+9800	—80		12200
Mid value	15	25	35	45	55							
dy (35)	—20	—10	0	+10	+20							
fxy	+3000	+2200	0	+1800	+2800	+9800						
fdy	—180	—290	0	+210	+180	—80						
dy^2	400	100	0	100	400							
fdy^2	3600	2900	0	2100	3600	12200						

उपर्युक्त सारणी में हम σ के मूल्य अलग से जान सकते हैं या उनकी गणना साथ-साथ ही की जा सकती है। नीचे हमने σ की गणना साथ साथ ही की है।

$$a_1=40+\frac{-80}{100}=39.2 \qquad a_2=35+\frac{-80}{100}=34.2$$

$$r=\frac{\Sigma xy-n(a_1-x)(a_2-y)}{n\sqrt{\frac{fdx^2-n(a_1-n)}{n}}\times\sqrt{\frac{fdy^2-n(a_2-y)}{n}}}$$

$$=\frac{+9800-100(-8)(-8)}{100\times\sqrt{\frac{12200-100(-8)^2}{100}}\times\sqrt{\frac{12200-100(-8)^2}{100}}}$$

$$=\frac{+98-64}{\sqrt{122-64}\times\sqrt{122-64}}=\frac{+97.36}{\sqrt{121.36}\times\sqrt{121.36}}$$

$$=\frac{+97.36}{121.36}=+.8054$$

दो श्रेणियों के अल्प कालीन दोलनों में सहसबंध गुणांक (Coefficient of Correlation between Short Time Oscillations of two series)—अल्पकालीन दोलनों में सहसंबंध ज्ञात करने की आवश्यकता पड़ने का कारण यह है कि अल्पकाल में हो सकता है कि सहसंबंध की दिशा दीर्घकालीन सहसंबंध के विपरीत हो। इस सहसंबंध की गणना करने में सर्वप्रथम उपनति (trend) का निरसन (elimination) कर लिया जाता है जिससे केवल अल्पकालीन घटबढ़ रह जाती है। उपनति निरसन की विधियों का विस्तारपूर्वक वर्णन अध्याय ९ में दिया गया है और इस भाग का पढ़ने से पहले उसका अध्ययन कर लिया जाना चाहिए। सहसंबंध की गणना करने में निम्नलिखित सूत्र का उपयोग किया जाता है

$$r=\frac{\Sigma xy}{n\sigma_1\sigma_2}$$

जहाँ x और y पहली और दूसरी श्रेणियों में अल्पकालीन दोलन हैं

n अल्पकालीन दोलनों की संख्या है

σ_1 और σ_2 अल्पकालीन दोलनों के प्रमाप विचलन हैं

अतएव उपर्युक्त सूत्र निम्नलिखित रूप में भी रखे जा सकते हैं

$$r=\frac{\Sigma xy}{n\sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n}}\sqrt{\frac{\Sigma y^2}{n}}}=\frac{\Sigma xy}{\sqrt{\Sigma x^2\Sigma y^2}}$$

उदाहरण ४—निम्नलिखित श्रेणियों के अल्पकालीन दोलनों में सहसंबंध गुणांक निकालना है।

वर्ष	पूर्ति	मूल्य
1921	80	146
1922	82	140
1923	86	130
1924	91	117
1925	83	133
1926	85	127
1927	89	115
1928	96	95
1929	93	100

हम एक तीन वर्षीय चल मानगे और दशमलवों की उपेक्षा करेंगे

वर्ष	पूर्ति	उपर्युक्त तीन वर्षीय गति-मान माध्य	अल्पकालीन दोलन (x)	x^2	मूल्य	उपर्युक्त तीन वर्षीय गति-मान माध्य	अल्पकालीन दोलन (y)	y^2	$x \times y$
1921	80				146				
1922	82	83	−1	1	140	139	+1	1	−1
1923	86	86	0	0	130	129	+1	1	10
1924	91	87	+4	16	117	127	−10	100	−40
1925	83	86	−3	9	133	126	+7	49	−21
1926	85	86	−1	1	127	125	+2	4	−2
1927	89	90	−3	9	115	112	+3	9	−3
1928	96	93	+3	9	95	103	−8	64	−24
1929	93				100				
		$n=7$		45		$n=7$		228	−91

$$r=\frac{\Sigma xy}{\sqrt{x^2 \times y^2}} \quad \text{or } r=\frac{-91}{\sqrt{45\times 228}}=\frac{-91}{\sqrt{10260}}=\frac{-91}{101 \cdot 4}=-0.8954$$

सहसंबंध गुणाक की संभावी त्रुटि

कार्ल पियर्सन के सहसबध गुणाक का एक लाभ यह है कि इसके लिए सभावी त्रुटि की गणना की जा सकती है। r की सभावी त्रुटि $=0.6745 \times \frac{1-r^2}{\sqrt{n}}$

उदाहरण ५—उपर्युक्त उदाहरण ३ के सहसबध गुणाक की सभावी त्रुटि निकालना है।

$$\text{सभावी त्रुटि} = 0.6745 \times \frac{1-.8054^2}{\sqrt{100}} = 0.6745 \times \frac{1-.6487}{10}$$
$$= 0.6745 \times 0.0351 = \mathbf{0.0237}$$

इसलिए इतिहास और अर्थशास्त्र के प्राप्ताकों का सहसबध गुणाक $+0.8054 \pm 0.0237$ के बीच में होगा।

संभावी त्रुटि का महत्व—सहसबध गुणाक का निर्वचन करने से पहले यह आवश्यक है कि सभावी त्रुटि की गणना कर ली जाय।

उन स्थितियों में जहाँ प्रतिदर्श की सहायता से अध्ययन किया जाता है सभावी त्रुटि का विशेष महत्व है। मान लीजिए विश्वविद्यालय में ७,००० विद्यार्थी हैं और इनकी इतिहास और अर्थशास्त्र में परीक्षा ली जाती है। यदि हम इन दो विषयों में विद्यार्थियों के ज्ञान का सबध जानना चाहें तो दो विधियाँ सभव हैं (i) हम ७,००० विद्यार्थियों के लिए r का मूल्य ज्ञात करें, या (ii) हम एक छोटा यदृच्छ प्रतिदर्श लें जो १०० विद्यार्थियों का हो और इसमें r की गणना करें। यह सुस्पष्ट है कि दूसरी विधि अधिक सुविधाजनक है। परन्तु इस विधि का प्रयोग हम केवल तभी कर सकते हैं जब हम इसके सहसबध गुणाक के आधार पर सब विद्यार्थियों के सहसबध गुणाक के बारे में जान सकें। अर्थात् हम यह जान सकें कि पूरे समूह के सहसबध गुणाक का मूल्य लगभग क्या होगा। सभावी त्रुटि की सहायता से हम इसे जानने में समर्थ होते हैं। सभावी त्रुटि हमें वे सीमाएँ बताती है जिनके भीतर समस्त समूह के सहसबध गुणाक का मूल्य रहेगा। उदाहरण ३ में सहसबध गुणाक $+0.8054$ था और इसकी सभावी त्रुटि 0.0237 है। इसलिए पूरे समूह का सहसबध गुणाक 0.8054 ± 0.0237 या $+0.7817$ और $+0.8291$ के बीच में होगा।

सहसबध गुणांक का निर्वचन—सहसबध गुणाक का निर्वचन करना अर्थात यह बताना कि यह क्या घोषित (signify) करता है, कठिन या जटिल नहीं है। इसका निर्वचन करने के लिए कुछ सरल नियम हैं। हम जानते हैं कि जब सहसबध गुणाक $+1$ या -1 होता है तो चरों में फलनीय सबध होता है। अन्य स्थितियों

में सहसबध गुणाक इनके बीच में रहता है। इसका अर्थ यह हुआ कि +1 या −1 के निकटवर्ती सहसबध गुणाक अति-माना मे सबध बताता है। जैसे-जैसे इसका मूल्य ० के निकट आता जाता है, सबध की मात्रा कम होती जाती है। इन सामान्य नियमो के साथ-साथ कुछ विशिष्ट नियम है। ये नियम है

(१) यदि r अपनी सभावी त्रुटि से कम है तो वह सार्थक नही है और यदि यह अपनी सभावी त्रुटि के ६ गुने से अधिक है तो यह निश्चय ही अति सार्थक है।

(२) यदि r का मूल्य ० ३ से अधिक है और सभावी त्रुटि अधिक नही है तो यह सार्थक माना जाता है।

कार्ल पियर्सन के सहसंबंध गुणांक की कल्पनाएँ—कार्ल पियर्सन का सहसबध गुणाक निम्नलिखित कल्पनाओ (assumptions) पर आधारित है

१. जिन दो चरो में सहसबध स्थापित किया जाता है वे वृहत् सख्या में स्वतत्र कारणो से प्रभावित होने चाहिएँ, जिससे चरो का वटन प्रसामान्य हो। यदि चरो का वटन प्रसामान्य नही है तो सहसबध गुणाक विशेष सार्थक नही होता।

२ इन दो चरो को प्रभावित करने वाले कारणो मे कार्य-कारण सबध हो। यदि कार्य-कारण सबध की स्थापना नही की जा सकती है तो सहसबध गुणाक का कोई अर्थ नही है।

संगामी विचलनो का गुणांक (Coefficient of concurrent deviations)—जब हमे चरो की दिशा में सहसबध गुणाक जानना रहता है और हम चरो की मात्रा के परिवर्तन में सहसबध गुणाक नही जानना चाहते हैं तो सगामी विचलनो के गुणाक की गणना की जाती है।

इसकी गणना करने की रीति सरल है। इसमे यह जाना जाता है कि श्रेणियो में किन दिशाओ में परिवर्तन हो रहा है। यदि परिवर्तन एक ही दिशा में होता है तो सहसबध धनात्मक है और यदि परिवर्तन विपरीत दिशाओ में हो रहा है तो सहसबध ऋणात्मक है। सगामी विचलनो का गुणाक निम्नलिखित सूत्र की सहायता से निकाला जाता है

$$r = \pm\sqrt{\pm\left(\frac{2c-n}{n}\right)}$$

जहाँ n पदो के युग्मो की सख्या है और c सगामी विचलनो की सख्या है। यहाँ यह ज्ञातव्य है कि मूल के अन्दर की राशि धन है तो वर्ग के बाहर का और वर्ग के भीतर का चिह्न भी धन होगा, और यदि मूल के अन्दर की राशि ऋण है तो वर्ग के बाहर का और वर्ग के भीतर का चिह्न भी ऋण होगा।

उदाहरण ६—निम्नलिखित श्रेणी के सगामी विचलना का गुणाक निकालना है

मूल्य	आयात	मूल्य	आयात
368	22	384	26
384	21	395	25
385	24	403	29
361	20	400	28
347	22	385	27

हल

मूल्य	विचलन की दिशा	आयात	विचलन की दिशा	सगामी विचलन
368		22		
384	+	21	−	−
385	+	24	+	+
361	−	20	−	+
347	−	22	+	−
384	+	26	+	+
395	+	25	−	−
403	+	29	+	+
400	−	28	−	+
385	−	27	−	+

$$r = \pm\sqrt{\pm\left(\frac{(2c-n)}{n}\right)} = \pm\sqrt{\frac{\pm(12-9)}{9}} = +\sqrt{333} = +\ [illegible]$$

यह दृष्टव्य है कि 'c' का मूल्य अन्तिम कॉलम के धन (+) चिह्नों के बराबर हो। यहाँ r का मूल्य '+' है क्योंकि $(2c-n)$ धनात्मक है।

उदाहरण ७—निम्नलिखित श्रेणी के लिए सगामी विचलन का गुणाक निकालना है।

वर्ष	मूल्य	आयात	वर्ष	मूल्य	आयात
1901	22	10	1906	30	16
1902	24	12	1907	32	15
1903	27	11	1908	30	16
1904	26	[illegible]	1909	30]	17
1905	28	14	1910	31	18

हल

वर्ष	मूल्य	विचलन	आयात	विचलन	समगामी विचलन
1901	22		10		
1902	24	+	12	+	+
1903	27	+	11	—	—
1904	26	—	12	+	—
1905	28	+	14	+	+
1906	30	+	16	+	+
1907	32	+	15	—	—
1908	30	—	16	+	—
1909	30	=	17	+	—
1910	31	+	18	+	+

$$r=\pm\sqrt{\pm\left(\frac{2c-n}{n}\right)}=\pm\sqrt{\pm\left(\frac{8-9}{9}\right)}$$

$$=\sqrt{\pm\left(\frac{-1}{9}\right)}=-\sqrt{11}=-1089$$

यह दृष्टव्य है कि (१) १९०९ के मूल्य के आगे '=' चिह्न बनाया गया है क्योंकि इस वर्ष का मूल्य १९०८ से भिन्न नहीं है, अर्थात् कोई विचलन नहीं है।

(२) अब चाहे १९०९ के आयात का विचलन ऋणात्मक हो या धनात्मक, समगामी विचलन ऋणात्मक ही होगा।

(३) परन्तु यदि १९०९ आयात में भी १९०८ आयात के ऊपर कोई विचलन न होता अर्थात् उसका भी चिह्न '=' होता तो समगामी विचलन धन (+) होता।

(४) $(2c-n)$ ऋणात्मक है, इसलिए γ भी ऋणात्मक है।

सहसम्बन्ध-माप में समय-पश्चता का स्थान (Place of time-lag in correlation measurements)—कभी-कभी यह होता है कि एक चर के परिवर्तन का दूसरे चर पर प्रभाव कुछ समय बाद पड़ता है। इसे समय-पश्चता कहते हैं फलस्वरूप एक श्रेणी दूसरी का अनुसरण करती है। ऐसी स्थितियों में सहसम्बन्ध गुणांक की गणना करने से पहले समय-पश्चता का समुचित ध्यान रखना चाहिए अन्यथा सहसम्बन्ध गुणांक सही की माप नहीं देगा।

QUESTIONS

1 *Explain the term "Correlation Coefficient"* The following is a correlation table for the height and chest girth of students in a College, determine an index to measure the extent to which height is associated with chest girth —

Chest girth

	24"	25"	26"	27"	28"	29"	30"	31"	32"	33"	34"	35"	36"	37"
5 00"	1		2		2		1				1			
5 1"		1		2	1	3	4	1	4		1			
5 2"			1	2	1	7	7	3	5	1			1	1
5 3"				1	5	4	8	4	5	3				
5 4"				1	1	5	15	6	7	4		2	1	1
5 5"					1	7	9	6	4	2			1	1
5 6"					2	7	11	10	7	4	2	2		
5 7"					1	3	7	6	4	3	3			
5 8"							4	1	3	1		1		
5 9"							3		1					
5 10"									1					
5 11"									1					

(B Com , *Madras*)

2 Calculate the coefficient correlation from the following table —

Year	Bank of Bengal	Bank of Madras	Year	Bank of Bengal	Bank of Madras
1904	487	524	1912	542	605
1905	509	511	1913	595	665
1906	642	609	1914	545	589
1907	610	639	1915	569	570
1908	583	638	1916	678	709
1909	524	598	1917	603	732
1910	533	591	1918	554	669
1911	551	597	1919	562	665
			1920	606	620

(B Com , *Madras*)

3 The following table gives the price and the quantity of wheat exported from India during the last six years Calculate the coefficient of correlation between the quantity of wheat exported and its price —

Year	Price Rs	per a	cwt p	Quantity in thousand tons
1924 25	8	12	10	1 112
1925 26	10	3	2	212
1926 27	9	9	3	176
1927 28	[illegible]	3	6	300
1928 29	9	11	3	115
1929 30	10	3	3	13

(II Com , *Allahabad*)

4 The following observations are extracted from a report of some experiments on rats in the Nutrition Research Institute, Coonoor Find the coefficient of correlation —

Body weight (in grms)	Thyroid weight (in mg)	Body weight (in grms)	Thyroid weight (in grms)
76	8 8	54	5 2
83	7 8	92	9 0
100	9 0	106	8 0
78	9 4	93	7 0
65	8 4	70	6 4
90	9 4	55	4 8
70	6 6	45	5 0
73	7 0	72	8 4
83	8 8	59	5 4
139	10 8	78	8 6
106	8 6	87	9 2
80	6 8	87	10 8
79	9 2	64	7 2
68	8 0	87	9 8
86	7 0	88	9 6
66	5 2	93	10 2

(M A , *Allahabad*)

5 Calculate the coefficient of correlation between infant mortality and overcrowding from the following data

Infant Mortality	Percentage of population overcrowded
109	14 9
122	6 3
96	5 8
142	12 2
151	33 2
124	13 3
125	14 6
102	8 8
109	4 9
156	39 8
122	6 3

(B Com Hons , *Travancore*)

6 What does a correlation coefficient measure ? Calculate the correlation coefficient between X and Y

Serial no	X	Y	Serial no	X	Y
1	65	74	8	644	637
2	144	135	9	471	459
3	219	224	10	217	241
4	378	346	11	67	61
5	465	468	12	38	48
6	557	600	13	176	100
7	685	676	14	100	176

(B Com , *Madras*)

7 Give a formula for correlation coefficient, and state its principal uses If the correlation coefficient between two variables is zero are they necessarily independent ? (M A , *Calcutta*)

8 From the following figures calculate the coefficient of correlation between the population of Agra and Cawnpore —

Agra	Cawnpore	Agra	Cawnpore
160	155	164	216
169	194	205	243
188	203	284	487
164	179		

(M A , *Agra*)

9 From the ages given below of the husband and wife at the time of marriage, find if there is any correlation between them. Whose age is more variable ?

Age of husband	Age of wife	Age of husband	Age of wife
25	18	22	16
22	15	40	21
28	20	20	15
26	17	18	14
35	22	19	15
20	14	25	17

(B Com , *Agra*)

10 Calculate the coefficient of correlation between the ages of 100 husbands and wives from the following data —

Age of husbands in years	Age of wives in years					
	10—20	20—30	30—40	40—50	50—60	Total
15—25	6	3				9
25—35	3	6	10			29
35—45		10	15	7		32
45—55			7	10	4	21
55—65				4	5	9
Total	9	29	32	21	9	100

(M Com , *Agra*, B Com , *Lucknow*)

11 From the following figures calculate the coefficient of correlation between the income and general level of prices —

Income	General level of prices	Income	General level of prices
360	100	640	290
420	104	680	300
500	115	720	320
550	160	750	330
600	280		

(M.A , *Agra*)

12 Find if there is any significant correlation between heights and weights given below —

Heights (in inches)	57,	59,	62,	63,	64,	65,	55,	58,	57
Weights	113,	117,	126,	126,	130,	129,	111,	116,	112

(B Com , *Agra*)

13 From the figures find the coefficient of correlation between the rate and the number of passengers, and between the rate and the net profits Explain the difference

Rate per unit	No of Passengers	Net Profit
5 0	30,000	27,000
4 5	40,000	28,000
4 0	60,000	30,000
3 5	100,000	30,000
3 0	150,000	30,000

(M Com , *Agra*)

14 The following table gives the ages of 10 students when they left off studying and the salary per annum each was earning when he reached the age of 30

Find Karl Pearson's coefficient of correlation between them —

Age in years	*17*	*17*	*18*	*19*	*19*	*20*	*21*	*22*	*23*
Salary	230	210	290	220	330	320	360	340	420

(B Com, *Lucknow*)

15 Calculate the coefficient of correlation between marks obtained in History and Political Science from the following data —

Roll No	Marks in History	Marks in Politics	Roll No	Marks in History	Marks in Politics
1	20	26	7	13	19
2	13	18	8	19	11
3	35	29	9	24	23
4	16	12	10	28	25
5	23	24	11	21	23
6	26	31	12	31	33

(M S W, *Lucknow*)

16 The following table gives the frequency according to age-groups of marks obtained by 52 students in an intelligence test Calculate the *coefficient of correlation between age and intelligence*

Marks	Age in years				
	16—18	18—20	20—22	22—24	Total
10—20	2	1	1		4
20—30	3	2	3	2	10
30—40	3	4	5	6	18
40—50	2	2	3	4	11
50—60		1	2	2	5
60—70		1	2	1	4
Total	10	11	16	15	52

(B A, *Lucknow*)

17 If in 12 pairs of frequency distributions, σ_1, the first standard deviation is 3 742, σ_2 the second standard deviation is 7 389, and *xy*, the sum of the products of pairs of deviation is—285, calculate *r*, the co-efficient of correlation and interpret it

18 Calculate the coefficient of correlation between the number and value of building permits from the table given below Also calculate the probable error of the coefficient

Year	Number of building permits (thousands)	Value of building permits (thousands)	Year	Number of Building permits (thousands)	Value of Building permits (thousands)
1927	21	41	1933	38	76
1928	[illegible]	34	1934	36	72
1929	23	38	1935	32	99
1930	34	67	1936	33	67
1931	36	68	1937	32	58
1932	58	84			

(M S W, *Lucknow*)

19 The following table gives the weight and height measurements of 600 school children Calculate the coefficient of correlation between heights and weights of children Also compute the probable error of the coefficient of correlation —

Weight (in pounds)	Height (in inches)						
	40—43	44—47	48—51	52—55	56—59	60—63	Total
35—54	[illegible]	80	120				208
55—74			48	176	24		248
75—94				16	64	16	96
95—114					[illegible]	16	24
115—134				8			8
135—154					8	8	16
Total	8	80	168	200	104	40	600

(B A, *Lucknow*)

20 Calculate the coefficient of correlation between the prices and output from the data given below —

Output	Price	Output	Price
250	140	500	165
300	142	550	170
315	150	480	169
400	160	490	165
420	160	540	158
380	158	590	153
300	152	520	157
405	155		

(M S W , *Lucknow*)

21 Find the coefficient of correlation in the prices of articles A and B given below and interpret it —

A	135	130	127	129	128	129	126
B	49	43	41	42	42	39	40

(B Com , *Lucknow*)

22 Calculate the coefficient of correlation and probable error between the heights and weights —

Height in inches	Weight in pounds					
	80 to 90	90 to 100	100 to 110	110 to 120	120 to 130	Total
50—55	2	6	12	10	5	35
55—60	4	7	20	13	8	52
60—65	2	11	25	20	13	71
65—70		6	17	14	5	42
Total	8	30	74	57	31	200

(B Com , *Allahabad*)

23 The following table gives the indices of cost of living for Calcutta and Allahabad for middle class families during the year *1948* *Find the correlation between the two series* and comment on the possibility of predicting the conditions in Calcutta from a knowledge of the cost of living index in Allahabad —

26 Find out from the following data whether there is any correlation between production and imports of cereals in India —

Year	Production (million tons)	Imports (million tons)
1944	48 2	1 6
1945	47 1	1 8
1946	41 9	2 6
1947	42 2	2 7
1948	43 7	2 8
1949	43 3	3 7
1950	46 0	2 1
1951	41 8	4 7
1952	42 4	3 9
1953	47 6	2 5

(B Com , *Allahabad*)

27 Calculate the coefficient of correlation between cotton cloth manufactures and woolen manufactures from the following data for July 1951—June 1952 —

Index of Industrial Production in India
(Base 1946—100)

Month	Cloth manufactures	Woollen manufactures
July	105	64
August	108	63
September	106	66
October	100	62
November	104	69
December	105	61
January	104	57
February	111	55
March	104	47
April	114	45
May	118	45
June	117	50

(B Com , *Allahabad*)

28 Show that the coefficient of correlation r cannot numerically exceed unity

Calculate from the data reproduced below pertaining to 66 villages in Meerut District the value of r between total culturable area and the area under wheat

Total cultivable area (in bighas)

Area under wheat (in bighas)	0—	500—	1 000—	1 500—	2 000—2 500	Total
0—	12	6				18
200—	2	18	4	2	1	27
400—		4	7	3		14
600—		1		2	1	4
800—1 000				1	2	3
Total	14	29	11	8	4	66

(I A S)

29 The correlation table below gives for each of 78 towns (i) measure of the amount of over-crowding present in a given year and (ii) the infant mortality rate in the same year Calculate the coefficient of correlation between over crowding and infant mortality rate —

Percentage of population in families living more than two persons per room

Infant mortality rate	1 5	4 5	7 5	10 5	13 5	16 6—19 5
36	5					
46	9	1				
56	10	4	1			
66	4	7	5	2		
76	2	5	4	1	1	
86		2	2	2		1
96		1	1	2	1	1
106—116		1		1		

(I A S)

30 The correlation table given below shows the ages of husband and wife for 53 married couples living together on the census night of 1941 Calculate the coefficient of correlation between the age of husband and that of his wife

Age of husband \ *Age of wife*	15—25	25—35	35—45	45—55	55—65	65—75	Total
15—25	1	1					2
25—35	2	12	1				15
35—45		4	10	1			15
45—55			3	6	1		10
55—65				2	4	2	8
65—75					1	[illegible]	3
Total	3	17	14	9	6	4	53

(I A S)

31 Compute the coefficient of correlation from the following data

A	400	300	800	—700	600	—800	—500	400
B	—800	—500	—900	900	—900	900	900	—900

32 Calculate the coefficient of correlation between the values of X and Y given below —

X	Y
78	125
89	137
97	156
69	112
59	107
79	136
68	123
61	108

You may use 69 as the working mean for X and 112 for Y

(M A *Delhi*)

33 Calculate the coefficient of correlation between infant mortality and overcrowding from the following data —

Infant Mortal ty	109	122	96	142	151	124	125	102
Over Crowd ng	14 9	6 3	5 8	12 2	33 2	13 3	14 6	8 8
Infant Mortal ty	109	156	122					
Over Crowding	4 9	39 8	6 3					

(B Com Hons *Andhra*)

34 Calculate r from the following table and indicate its probable error —

	Net area sown (lakhs of acres)	No of ploughs (in lakhs)
U P	359	52
Madras	310	44
Bombay	285	12
Punjab	275	24
Bihar and Orissa	257	35
C P	245	16
Bengal	240	46
Assam	64	11
Sind	48	3
N W F P	23	2
Total	211	245

(P C S)

35 The following table gives the results of the Matriculation Examination held in 1936 —

Age of candidates	13—	14—	15—	16—	17—	18—	19—	20—	21—
Percentage of failures	39 2	40 6	43 4	34 2	36 6	39 2	48.9	47 1	54 5

Calculate the coefficient of correlation and estimate its probable error From your results can you definitely assert that failure is correlated with age ? (P C S)

36 Compute the coefficient of correlation from the following correlation table showing the age in years of the students and the marks obtained —

X—Series Age in years / Y—Series Marks	16—18	18—20	20—22	22—24	Total
10—20	2	1	1		4
20—30	3	2	3	2	10
30—40	3	4	5	6	18
40—50	[illegible]	2	3	4	11
50—60		1	2	2	5
60—70		1	2	1	4
Total	*10*	*11*	*16*	*15*	*52*

(M A , *Aligarh*)

37 Calculate r between production of Pig Iron (percentage of trend 1897—1913) and Industrial Production (percentage of trend, 1897—1913) from the following table —

Pig Iron Production

		50—60	60—70	70—80	80—90	90—100	100—110	110—120	120—130	Total
Industrial Production	120—130								15	15
	110—120						6	34	1	41
	100—110					5	51	6		62
	90—100				3	33	1			37
	80—90			2	24	3				29
	70—80			7	2					9
	60—70		2	1						3
	50—60	6	2							8
	Total	6	4	10	29	41	58	40	16	204

(M A , *Calcutta*)

38 Calculate r between rent and the income from the following table —

No of cases in which the monthly rental shown below was paid

Income class Rs	Rs 1 and below Rs 2	Rs 2 and below Rs 3	Rs 3 and below Rs 4	Rs 4 and below Rs 5	Rs 5 and below Rs 6	Rs 6 and below Rs 7	Rs 7 and below Rs 8	Rs 8 and below Rs 9	Rs 9 and below Rs 10
10 and below 15	18	64	12	21					
15 ,, ,, 20	20	85	34	73					
20 ,, ,, 25	[illegible]	35	27	92					
25 ,, ,, 30	5	29	14	10	6	1			1
30 ,, ,, 35	3	26	39	27	6	2		1	
35 ,, ,, 40	1		13	10	3				
40 ,, ,, 45		5	[illegible]	7	4	1			
45 ,, ,, 50		2	3	2					

(B Com , *Nagpur*)

39 Compute the coefficient of correlation of the short-time oscillations from the following ignoring decimals

Year	Supply	Price
1921	80	146
1922	82	140
1923	86	130
1924	91	117
1925	83	133
1926	85	57
1927	89	12
1928	96	95
1929	93	100

(B Com., *Allahabad*)

40 Calculate Karl Pearson's Coefficient of Correlation from the following data —

Series *A*	Series *B*	Series *A*	Series *B*
112	200	150	170
114	190	119	210
108	214	125	190
124	187	147	180
145	170	150	180

(B Com , *Allahabad*)

41 The index numbers of prices of all commodities in Bombay and in Calcutta were as under —

Month	Index number of Commodity prices in Calcutta	Index number of Commodity prices in Bombay
May, 1942	169	204
June, 1942	182	222
July, 1942	182	225
August 1942	192	228
September, 1942	198	229
October, 1942	209	233
November, 1942	227	249
December, 1942	238	266
January, 1943	250	255
February, 1943	253	255

Do you think prices in Bombay and in Calcutta are correlated ?

(M A , *Agra*)

42 The following table gives the value of exports of raw cotton from India and the value of the imports of manufactured cotton goods into India during the years 1913-14 to 1931-32 —

(In Crores of Rupees)

Year	Exports of Raw Cotton	Imports of manufactured Cotton Goods
1913 14	42	56
1917-18	44	49
1919 20	58	53
1921 22	55	58
1923-24	89	65
1929-30	98	76
1931 32	66	58

Calculate the coefficient of correlation between the value of the exports of raw cotton and the value of the imports of cotton manufactured goods (M A , *Calcutta* and B Com , *Nagpur*)

43 The following table gives the wholesale price index numbers for Calcutta and Karachi for the period of 1927—41 —

Year	Calcutta index Numbers (Base July, 1914)	Karachi Index Numbers (Base July, 1914)
1927	148	137
1928	145	137
1929	141	133
1930	116	108
1931	96	95
1932	91	99
1933	87	97
1934	89	96
1935	91	99
1936	91	102
1937	102	108
1938	95	104
1939	108	108
1940	120	116
1941	139	120

(*a*) Calculate the coefficient of correlation between the above two series, and state what it indicates

(*b*) Point out whether the Calcutta indices are more variable than the Karachi ones (B Com , *Allahabad*)

44 Calculate the coefficient of correlation between the cost of living and the weekly wage rates from the following data —

Date	Cost of Living Index	Index of Weekly Wage Rates
1920	151	155
1921	110	120
1922	102	99
1923	101	98
1924	103	101
1925	100	101
1926	100	102
1927	96	100
1928	95	99
1929	95	99
1930	87	98
1931	84	96
1932	81	94

(M A , *Allahabad*)

45 The following table gives the number of students having different heights and weights —

Height in inches	Weights in pounds 80—90	90—100	100—110	110—120	120—130	Total
50—55	1	3	7	5	2	18
55—60	2	4	10	7	4	27
60—65	1	5	12	10	7	35
65—70		3	8	6	3	20
Total	4	15	37	28	16	100

Do you find any relation between height and weight ?

(B Com , *Allahabad*)

46 The following table gives the index numbers of industrial production of Great Britain and the number of registered unemployed persons in the same country during the year 1924—1931 —

Year	Industrial Production (Index Number)	Number of registered Unemployed (Hundred thousand)
1924	100	11 3
1925	102	12 4
1926	104	14 0
1927	107	11 1
1928	105	12 3
1929	112	12 2
1930	103	19 1
1931	94	26 4

Calculate coefficient of correlation between production and the number of unemployed (B Com , *Lucknow*)

47 Find the correlation coefficient between heights of father and son from the following data —

Height of father in inches	65	66	67	67	68	69	71	73
Height of son in inches	67	68	64	68	72	70	69	70

(M A *Allahabad*)

48 Find the coefficient of correlation between marks obtained by candidates at an examination in two subjects A and B from the following data —

Subject B—Maximum 50

Subject A Max 50	11—15	16—20	21—25	26—30	31—35		Total
1—5					1		1
6—10	1	1	8	7	1		18
11—15	1	2	4	14	4		25
16—20			7	13	[illegible]		26
21—25			2	4	1		7
26—30			1				1
31—35				1			1
Total	2	3	22	39	13	7	79

(B Com *Bombay*)

49 Find the coefficient of correlation from the following table —

x— / y=	5	10	15	20	25	30	Total
10		1	1	2	8	12	24
15	1	2	5	9	80	11	108
20	2	15	42	98	36	[illegible]	201
25	5	20	51	37	10	2	125
30	8	16	8	5	4	1	42
Total	16	54	107	151	138	34	500

(M A *Calcutta*)

50 The following table shows the distribution of marks Calculate the coefficient of correlation and its probable error —

Marks in Geography

Range of Marks	0—20	20—40	40—60	60—80	Total
0—20	32	88	15		135
20—40	45	436	200	4	685
40—60	16	500	398	25	939
60—80		105	532	40	677
80—100		8	40	16	64
Total	93	1,137	1,185	85	2,500

(M A , *Calcutta*)

51 Calculate the coefficient of correlation from the following data —

x	109	122	96	142	151	124	125	102	109	156	122
y	14 9	6 3	5 8	12 2	33 2	13 3	14 6	8 8	14 9	39 8	6 3

52 From the following table calculate the coefficient of correlation between the ages of husbands and wives and estimate the probable error of the result obtained —

Age of Husbands	Age of wives								Total
Years	15	20	25	30	35	40	45	50	
55—60						6	5	3	14
50—55					8	10	6	2	26
45—50				2	13	[illegible]	4		27
40—45				14	18	3			35
35—40			15	20	8				43
30—35	6	12	25	16					59
25—30	15	26	20	1					62
20—25	22	10	2						34
Total	43	48	62	53	47	27	15	5	300

(B Com , *Nagpur*)

53 What is meant by correlation ? Give the general rules for interpreting its coefficient

Calculate the coefficient of correlation between thea ges of 100 husbands and wives from the following data —

Age of Husbands in years	Age of wives in years					
	20—30	30—40	40—50	50—60	60—70	Total
25—35	6	3				9
35—45	3	16	10			29
45—55		10	15	7		32
55—65			7	10	4	21
65—75				4	5	9
Total	9	29	32	21	[redacted]	100

(B Com , *Allahabad*)

54 (*a*) Discuss fully what is meant by the coefficient of correlation and how it is measured and interpreted

(*b*) Calculate the coefficient of correlation from the following —

Subject (Age of hus band)	17	18	19	19	20	20	21	21	22	23
Relative (Age of wife)	12	16	14	11	15	19	22	16	15	20

(B Com , *Allahabad*)

अध्याय ९

काल-श्रेणी का विश्लेषण

(Analysis of Time Series)

साधारण काल-श्रेणी कई कारकों से मिलकर बनती है। ये कारक चर के मूल्यों में विभिन्न प्रकार से प्रभाव डालते हैं। काल-श्रेणी के विश्लेषण में इन कारकों को अलग-अलग किया जाता है। कारकों का वर्गीकरण दो सामान्य भागोंमें किया गया है

(१) दीर्घ कालिक उपनति (Secular or Long-term Trend);

(२) अल्प कालीन दोलन (Short-time Oscillations)।

(अ) ऋतुनिष्ठ या चक्रीय घट-बढ़ (Seasonal or cyclical fluctuations); ये नियमित होते हैं।

(ब) अनियमित घट-बढ़ (Irregular fluctuations)।

काल-श्रेणी में ये सब या एक या दो भाग हो सकते हैं। सांख्यिक का काम इन भागों को अलग-अलग करना है जिससे इन भागों को जन्म देने वाले कारकों का ज्ञान प्राप्त किया जा सके। इस प्रकार काल-श्रेणी के विविध भागों को एकलन (isolate) करने की क्रिया को काल-श्रेणी का विश्लेषण कहते हैं।

(१) **दीर्घकालिक उपनति**—दीर्घकालिक उपनति लम्बी समयावधि में श्रेणी की दिशा बताती है। इस प्रकार यह बताती है कि वृद्धि या उन्नति हो रही है या ह्रास अथवा अवनति हो रही है। जिसका अर्थ यह हुआ कि या तो एक वृद्धि-कारक का प्रभाव पड़ रहा है या एक ह्रास-कारक का। दीर्घकालिक उपनति के सबसे अच्छे उदाहरण ऐसे स्थानों पर मिलते हैं जहाँ जनसख्या का प्रभाव पड़ता है। विश्व में कई वस्तुओं का उत्पादन बढ़ता जा रहा है। इस वृद्धि का कारण जनसख्या में वृद्धि है। कई अन्य स्थानों में उत्पादन में ह्रास भी हो रहा है जिसका कारण सुधरी और नई वस्तुओं का बाजार में आना आदि है। इस प्रकार के परिवर्तन दीर्घकाल में ही देखे जा सकते हैं जो यह बताते हैं कि चरों पर वृद्धि-कारक का प्रभाव पड़ता है या ह्रास-कारक का।

(२) अल्पकालीन दोलन—ये उन कारको के कारण उत्पन्न होते है जो श्रेणी को केवल अल्पकाल में प्रभावित करते है। इनके फलस्वरूप श्रेणी की प्रगति में परिवर्तन होता है। यदि दीर्घकालिक और अल्पकालीन कारक एक ही दिशा में होते है तो श्रेणी की प्रगति में वृद्धि होती है, परन्तु यदि ये विपरीत दिशाओ में होते है तो श्रेणी की प्रगति में अस्थायी कमी हो जाती है। उदाहरणार्थ, चाय की खपत में लगातार कमी होने पर भी यह हो सकता है कि किसी एक वर्ष या कुछ वर्षों के लिए उसमें वृद्धि हो जाय या मूल्यो में लगातार वृद्धि होने पर भी कुछ वर्षों के लिए उसमें कमी हो जाय। परन्तु कुछ समय बाद श्रेणी अपने प्रसामान्य मार्ग पर फिर आ जाती है।

ये अल्पकालीन दोलन **नियमित या अनियमित** हो सकते है। नियमित दोलनो में **ऋतुनिष्ठ घटबढ** का मुख्य स्थान है। कई काल-श्रेणियो में मौसम का प्रभाव पड़ता है जैसे चाय की खपत गर्मियो में कम तथा जाडो में बढ जाती है।

अनियमित दोलन ऐसे कारणो से उत्पन्न होते है जिनके बारे में हम अधिक या बिल्कुल नही जानते। जैसे किसी कृषि-पदार्थ का उत्पादन बहुत सीमा तक प्राकृतिक शक्तियो पर निर्भर करता है। इसलिए उत्पादन सबधी श्रेणियो में अनियमित घट-बढ हो सकती है। इसी प्रकार श्रम हडताल आदि कारण ऐसे है जो अनियमित घट-बढो को जन्म देते है।

किसी एक प्रकार के कारको का अध्ययन करने के लिए अन्य प्रकार के कारको के प्रभाव का निरसन (elimination) कर दिया जाता है। इस प्रकार जो श्रेणी बचती है वह केवल एक प्रकार के कारका से उत्पन्न हुई मानी जाती है। यह रीति निम्नलिखित है।

(क) उपनति या दीर्घकालिक परिवर्तनों को निकालने की विधि

उपनति निकालने और अल्पकालीन प्रभावा का एकत्न करने के लिए साधारणतया तीन विधियो का उपयोग किया जाता है। ये है

१ मुक्त-हस्त वक्र (free-hand curve) विधि।

२ गतिमान माध्य (moving averages) विधि।

३ न्यूनतम-वर्ग (least-squares) विधि।

इन विधियो का उद्देश्य अनियमिताओ का सरलन (smoothing) करना और श्रेणी को अल्पकालीन दोलनो स मुक्त करना है, जिससे केवल उपनति रह जाय।

(१) मुक्तहस्त वक्र विधि—यदि किसी काल-श्रेणी को लेखा चित्र पर अंकित किया जाय तो वह कुछ ऊपर और कुछ नीचे जाएगी। यदि हम इन घट-बढ़ो का सरल्न करें जिससे केवल उपनति को प्रधानता मिले तो हम श्रेणी को अनिमित और अल्प-कालीन घट-बढ़ो से मुक्त कर देते हैं और श्रेणी की सामान्य दिशा प्रत्यक्ष स्पष्ट हो जाती है। इस प्रकार हम दीर्घकालिक परिवर्तनों का अध्ययन कर सकते हैं। मुक्त-हस्त वक्र विधि में इन घट-बढ़ो पर विचार किए बिना एक वक्र काल-श्रेणी के बिन्दुओं से होता हुआ खींचा जाता है। यह वक्र श्रेणी की उपनति या दीर्घकालीन परिवर्तन कहलाता है।

उन स्थानों में जहाँ सांख्यिकीय रीतियों का प्राविधिक ज्ञान उपलब्ध न हो और जहाँ श्रेणी की प्रवृत्ति का सामान्य ज्ञान प्राप्त करना हो मुक्त हस्त विधि का लाभपूर्वक उपयोग किया जा सकता है। परन्तु जहाँ कहीं भी सूक्ष्म अध्ययन की आवश्यकता पड़ती हो, यह विधि शायद ही उपयुक्त हो क्योंकि विभिन्न व्यक्ति भिन्न-भिन्न प्रकार से वक्र खींचते हैं जिससे एक ही श्रेणी की उपनति विविध प्रकार से दी जाती है।

(२) गतिमान माध्य-विधि—इस विधि में किसी एक अवधि के लिए उस अवधि के सगत मूल्य नहीं लिया जाता बल्कि कुछ वर्षों की समुचित सख्या के माध्य का मूल्य लिया जाता है। छठे अध्याय में हमने प्रत्येक वर्ष के लिए गतिमान माध्य निकालने की विधि का सक्षेप में वर्णन किया है। यहाँ हम इस बात पर विचार करेंगे कि वर्षों की समुचित सख्या किस प्रकार जानी जा सकती है। इस सबध में यह ज्ञातव्य है कि वर्षों की सख्या के लिए पारिभाषिक शब्द श्रेणी की आवर्तिता (periodicity) है। सब काल श्रेणियाँ कुछ-न-कुछ आवर्तिता दिखाती हैं। इनकी गणना करना बहुत आसान है परन्तु कई स्थानों पर गणना करने की कोई आवश्यकता नहीं पड़ती क्योंकि इसे निरीक्षण से ही जाना जा सकता है। परन्तु जब आवर्तिता की गणना करनी पड़ती है, हम श्रेणी में शिखरों (peaks) और गर्तों (troughs) की सख्या गिन लेते हैं। दो शिखरों या दो गर्तों की दूरी एक चक्र (cycle) बनाती है। एक श्रेणी में कई चक्र हो सकते हैं। इन चक्रो की औसत अवधि श्रेणी की आवर्तिता के बराबर होती है। यदि हम एक चक्र में आने वाले वर्षों की सख्या का गतिमान माध्य लें तो वह शिखर और गर्त दोनों के मूल्यों पर विचार करेगा। इसलिए ये गतिमान माध्य अल्पकालीन कारकों के प्रभावों का और अनिमतताओं का निरसन कर लेगा और हमारे पास केवल उपनति बच जाएगी।

उदाहरण—गतिमान माध्य विधि से निम्नलिखित बैंक निक्षेपणों की श्रेणी की उपनति निकालनी है

वर्ष	बैंक निकासन	पाँच वर्षीय योग	उपनति-पाँच वर्षीय गतिमान मध्य	वर्ष	बैंक निकासन	पाँच वर्षीय योग	उपनति-पाँच वर्षीय गतिमान मध्य
1	2	3	4	1	2	3	4
1916	52 7			1929	94 9	481 6	96 32
1917	79 4			1930	83 0	548 [illegible]	109 76
1918	76 3	343 0	68 60	1931	110 6	625 5	125 10
1919	66 0	384 1	76 82	1932	159 6	709 2	151 84
1920	68 6	409 4	81 88	1933	177 4	862 0	172 40
1921	93 [illegible]	420 3	84 06	1934	178 6	994 6	198 92
1922	104 7	433 6	86 72	1935	235 8	1029 4	205 88
1923	87 2	468 6	93 72	1936	243 2	1069 9	213 98
1924	79 3	472 1	94 42	1937	194 4	1105 3	221 06
1925	103 6	460 8	92 16	1938	217 9	1126 2	224 31
1926	97 3	473 3	94 66	1939	214 0	1143 2	228 64
1927	92 4	488 9	97 78	1940	256 7		
1928	100 7	468 3	93 66	1941	260 2		

यह श्रेणी लगभग पाँच वर्ष की अवधि का चक्र दिखाता है। इसलिए हमने पाँच वर्ष का गतिमान माध्य लिया है।

गतिमान माध्यों का केन्द्रण (centering the moving average)—कभी-कभी यह आवश्यक हो जाता है कि अवर्तिता समसंख्या हो। गतिमान माध्य बीच के वर्ष के सामने नहीं रखा जा सकता क्योंकि वह होता ही नहीं है। इस स्थिति में यह रीति है कि पहले आवश्यक वर्षों के मूल्यों का योग ले लिया जाता है और उसे बीच में रखा जाता है। फिर इनका दो वर्षीय योग और निकाल लेते हैं और इसे भी बीच के वर्ष के सामने रखते हैं। इस दो-वर्षीय योग को जिन वर्षों के लिए गतिमान माध्य निकालना होता है उसके दुगुने से विभाजित कर देते हैं। निम्नलिखित उदाहरण से यह स्पष्ट हो जाएगा।

उदाहरण—निम्नलिखित श्रेणी का चार-वर्षीय गतिमान माध्य निकालना है।

वर्ष	बैंक-निकासन	चारवर्षीय योग	चार वर्षीय योगों का दो-वर्षीय योग	चार वर्षीय गतिमान माध्य कॉल४—८
1	[illegible]	3	4	5
1916	52 7			
1917	79 4			
		274 4		
1918	76 3		564 7	70 6
		290 3		
1919	66 0		595 0	74 4
		304 7		
1920	68 6		637 [illegible]	79 7
		333 1		
1921	93 8		687 4	85 [illegible]
		354 3		
1922	104 7		719 3	89 9
		365 [illegible]		
1923	87 2		739 8	92 5
		374 [illegible]		
1924	79 3		742 2	92 8
		367 4		
1925	103 6		740 0	92 5
		372 6		
1926	97 3		766 6	95 8
		394 0		
1927	92 4			
1928	100 7			

यहाँ यह अवलोक्य है कि श्रेणी की आवर्तिता की और गतिमान माध्य की गणना करने में हम चाहे कितनी ही सावधानी क्यों न बरतें उपनति-मूल्य केवल लगभग ठीक होते हैं बिल्कुल ठीक नहीं। अतएव यह सदा लाभप्रद होगा कि श्रेणी की आवर्तिता अयुग्म संख्या रखी जाय जिससे द्वारा दो-वर्षीय माध्य लेकर गतिमान माध्यों का केन्द्रण करने की आवश्यकता न पड़े।

गतिमान माध्य विधि के गुणावगुण—गतिमान माध्य विधि सुबोध है और इसका उपयोग करना आसान है। आवर्तिता के निश्चित हो जाने पर उपनति की गणना करना सरल हो जाता है। यदि आवर्तिता समान रहे तो श्रेणी के लिए एक ही उपनति निकलेगी, मुक्त हस्त विधि की भाँति बदलेगी नहीं।

परन्तु इस विधि में कुछ दोष भी हैं। पहला, हो सकता है कि लोग एक ही श्रेणी की अलग आर्वतिताएँ निकालें क्योंकि कुछ लोग छोटे शिखरो और गर्तों को छोड सकते हैं। दूसरा, बहुधा आर्वतिता स्पष्ट नही होती है। ऐसी स्थिति में उसकी गणना करना बहुत कठिन होगा। तीसरा, यह विधि पूरी श्रेणी के लिए उपनति नही बताती और चरम पदो को छोड देती है। दोनो ओर कितने पद छूट जायँगे यह वर्षों की संख्या पर निर्भर करता है। इस प्रकार यह विधि अपूर्ण उपनति देती है। यह सुभाव रखा गया है कि छूटे हुए पदो का मूल्य उपसादन के द्वारा रख लिया जाना चाहिए, या आरम्भ और अन्त की उपनति संख्यायें रखली जावें।

(३) **न्यूनतम वर्ग-विधि**—यह विधि पहली दो विधियो के दोषो को दूर करती है। यह उपनति जानने की सबसे सतोषजनक विधि है, परन्तु व्यवहार में कुछ अधिक जटिल है। इसे न्यूनतम वर्गविधि कहे जाने का कारण यह है कि श्रेणी के वास्तविक मूल्यो और उपनति के मूल्यो के अन्तरो के वर्गों का योग न्यूनतम है। इस प्रकार निकाली गई उपनति को सुष्टुतम आसजन रेखा (line of best fit) कहते है। निम्नलिखित उदाहरण से यह विधि स्पष्ट हो जाएगी।

उदाहरण—न्यूनतम वर्ग विधि से मासिक सूचकाकों की उपनति निकालनी है।

वर्ष	सूचकाक	मध्य-वर्ष से काल विचलन	काल विचलन के वर्ग	सूचकाकों और काल विचलनों के गुणनफल	उपनति
1	2	3	4	5	[illegible]
1941	80	−3	9	−240	84
1942	90	−2	4	−180	86
1943	92	−1	1	−92	88
1944	88	0	0	0	90
1945	94	+1	1	+94	92
1946	99	+2	4	+198	94
1947	92	+3	9	+276	96
$n=7$	$\Sigma 630$		$\Sigma 28$	$\Sigma +56$	

$$\text{वृद्धि-दर} = \frac{56}{28} = 2$$

न्यूनतम वर्ग विधि से उपनति की गणना करने की विधि में निम्नलिखित भाग है

(१) पदो का सरल समातर माध्य निकालना। इससे सुष्टुतम आसजन रेखा का मध्य-बिन्दु मिलता है।

(२) मध्य-वर्ष (महीना, सप्ताह, दिन आदि) से प्रत्येक वर्ष का काल विचलन निकालना (कॉलम ३)।

(३) काल-विचलनों के वर्ग निकालना (कॉलम ४)।

(४) पदों और काल-विचलनों के गुणनफल निकालना (कॉलम ५)।

(५) गुणनफलों के योग को विचलन-वर्गों के योग से विभाजित करिये। यह वृद्धि-दर (+) या ह्रास-दर (—) बनाएगा। पदों के माध्य अर्थात् उपनति के मध्य से शुरु करके पहले के वर्षों से वृद्धि दर घटाइये और उसके बाद के वर्षों के लिए जोड़िए। इस प्रकार जो श्रेणी बनेगी वह प्रारंभिक श्रेणी की उपनति है और यह लेखा चित्र पर एक सरल रेखा होगी। यहाँ यह ज्ञातव्य है कि यदि पदों की संख्या सम है तो मध्य-वर्ष के ठीक पहले और ठीक बाद के वर्ष के मूल्य निकालने के लिए वृद्धि दर का आधा घटाइये और जोड़िये। इसके उपरान्त पूरी वृद्धि-दर जोड़ी या घटाई जाएगी।

उदाहरण—न्यूनतम वर्ग विधि द्वारा निम्नलिखित श्रेणी पर सरल-रेखा का आसजन करना है

वर्ष		मूल्य	काल-विचलन	काल-विचलन वर्ग	मूल्यों और काल विचलनों का गुणनफल	उपनति
1951	...	107	−2 5	6 25	−267 5	108.76
1952	..	110	−1 5	2 25	−165 0	109 99
1953	...	114	−0 5	0 25	− 57 0	111 22
						111.83
1954	.	112	+0 5	0 25	+ 56 0	112 44
1955		115	+1 5	2 25	+172 5	113 67
1956	.	113	+2 5	6 25	+282 5	114 90
n 6		Σ671		17 50	+21 5	

$$\text{वृद्धि-दर} = \frac{21.5}{17\ 5} = 1.23$$

(ख) अल्पकालीन दोलनों को निकालने की विधि

यदि हम दीर्घकालिक परिवर्तनों को जान लेते हैं तो श्रेणी से इनका निरसन करके अल्पकालीन दोलन जाने जा सकते हैं। मुक्त-हस्त वक्र विधि में लेखा चित्र

पर हम श्रेणी और उपनति का वक्र बनाते हैं। इस उपनति से श्रेणी के पदो के विचलन अल्पकालीन दोलन बताते हैं। गतिमान माध्य विधि में व न्यूनतम वर्ग विधि में अल्पकालीन दोलनो को जानने की विधि निम्नलिखित उदाहरणो में दी गई है। ये श्रेणियां पहले दी जा चुकी हैं।

(१) गतिमान माध्य

वर्ष	बैंक निष्कासन	उपनति	अल्पकालीन दोलन
1916	52 7		
1917	79 4		
1918	76 3	70 6	+ 5 7
1919	66 0	74 4	− 8 4
1920	68 6	79 7	−11 1
1921	93 8	85 9	+ 7 9
1922	104 7	89 9	+17 8
1923	87 2	92 5	− 5 3
1924	79 3	92 8	−13 5
1925	103 6	92 5	+11 1
1926	97 3	9ɔ 8	+ 1 5
1927	92 4		
1928	100 7		

(२) न्यूनतम वर्ग

वर्ष	सूचनांक	उपनति	अल्पकालीन दोलन
1941	80	84	−4
1942	90	86	+4
1943	92	88	+4
1944	83	90	−7
1945	94	92	+2
1946	99	94	+5
1947	92	96	−4

ऋतुनिष्ठ परिवर्तनों का माप—ऋतुनिष्ठ परिवर्तनों का अध्ययन निम्नलिखित विधियों में किसी से किया जा सकता है —

(१) ऋतुनिष्ठ माध्य (seasonal averages)

(२) ऋतुनिष्ठ सूचक (seasonal index)

इन दो विधियों का उद्देश्य एक ही है।

(१) ऋतुनिष्ठ माध्य की गणना—सब वर्षों के लिए प्रत्येक महीने के अंको को अलग-अलग जोड लिया जाता है, जैसे सब वर्षों के लिए जनवरी, फरवरी आदि के अंकों को। और इस योग में वर्षो की सख्या से भाग दे देते हैं। इस प्रकार प्रत्येक ऋतु के लिए अलग-अलग औसत जान लिये जाते है।

(२) ऋतुनिष्ठ सूचकों की गणना—ऋतुनिष्ठ सूचको को जानने के लिए वे प्रतिशत निकाल ली जाती हैं जो ऋतुनिष्ठ माध्यो की ऋतुनिष्ठ माध्यो के माध्य से हैं। निम्नलिखित उदाहरण से यह विधि स्पष्ट हो जाएगी।

गेहूँ का उत्पादन (००० टन)

ऋतुएँ	1950	1951	1952	1953	1954	5 वर्षों का योग	ऋतुनिष्ठ माध्य	ऋतुनिष्ठ सूचक (39 25 =100)
I त्रिमास	40	42	41	45	44	212	42 4	107 9
II ,,	35	37	35	36	38	181	36 2	92 1
III ,,	38	39	38	36	38	189	37 8	96 2
IV ,,	40	38	42	41	42	203	40 6	103 3
							Σ157 0	

a=39 25=100

नियमित और अनियमित घट-बढ़ो का माप—अल्पकालीन दोलनो में नियमित और अनियमित, दोनों प्रकार के घट-बढ़ आते हैं। निम्नलिखित उदाहरण अनियमित घट-बढ़ो से नियमित घट-बढ़ो को अलग करने की विधि बताता है।

उदाहरण—निम्नलिखित श्रेणी का विश्लेषण करना है जिससे

(१) उपनति,

(२) अल्पकालीन दोलन, और इनमें नियमित एवं अनियमित घट-बढ़ें स्पष्ट रूप से सामने आ जायें —

सारणी अ

वर्ष			मूल्य	४-ऋतु योग	४ ऋतु योगों का २-ऋतु योग	4-ऋतु गतिमान माध्य	अल्पकालीन घट बढ़	नियमित ऋतु निष्ठ घट [illegible] (सारणी ब)	अनियमित घट बढ़
1	I	त्रिमास	30						
	II	,,	81						
				292					
	III	,,	62		587	73 4	−11 4	−19 2	+7 8
				295					
	IV	,,	119		613	76 6	+42 4	+68 6	−26 2
				318					
2	I	,,	33		660	82 5	−49 5	−74 6	+25 1
				342					
	II	,,	104		736	92 0	+12 0	+25 5	−13 5
				394					
	III	,,	86		797	99 6	−13 6	−19 2	+5 6
				403					
	IV	,,	171		855	106 9	+64 1	+68 6	−4 5
				452					
3	I	,,	42		917	114 6	−72 6	−74 6	+2 0
				465					
	II	,,	153		980	122 5	+30 5	+25 5	+5 0
				515					
	III	,,	99		1044	130 5	−31 5	−19 2	−12 3
				529					
	IV	,,	221		1077	134 6	+86 4	+68 6	+17 8
				548					
4	I	,,	56		1126	140 5	−84 5	−74 6	−9 9
				578					
	II	,,	172		1170	146 2	+26 8	+25 5	+1 3
				592					
	III	,,	129		1195	149 4	−20 4	−19 2	+1 2
				603					
	IV	,,	235		1235	154 4	+81 [illegible]	+68 6	−13 0
				632					
5	I	,,	67		1271	158 9	−91 9	−74 6	−17 3
				639					
	II	,,	201		1345	168 1	+32 9	+25 5	+7 4
				706					
	III	,,	136						
	IV	,,	302						

नियमित ऋतुनिष्ठ घट बढ़ो की गणना

सारणी ब

वर्ष	I त्रिमास	II त्रिमास	III त्रिमास	IV त्रिमास
1	—	—	—11 4	+42 4
2	—49 5	+12 0	—13 6	+64 1
3	—72 6	+30 5	—31 5	+86 4
4	—84 5	+26 8	+20 4	+81 6
5	—91 9	+32 9	—	—
योग	—298 5	+102 2	—76 9	+274 5
माध्य	—74 6	+25 5	—19 2	+ 68 6

उपरलिखित वर्णन काल-श्रेणी के विश्लेषण का प्रारंभिक ज्ञान देता है। इसमें हमने बताया है कि दीर्घकालीन और अल्पकालीन परिवर्तनो का अध्ययन किस प्रकार किया जाता है। अल्पकालीन परिवर्तनो में हमने नियमित और अनियमित घट-बढ़ो का एकत्रण करने की रीति भी बताई है।

QUESTIONS

1 Write a short essay on "Analysis of Time Series" (B Com , Hons , *Travancore* and *Andhra*)

2 Explain the meaning and use of "Moving Averages". (M A , *Calcutta*)

3 What is meant by "Trend" ? How would you statistically eliminate the influence of the seasonal and cyclical factors on the long period movement of any series ? (B Com , *Bombay*)

4 The following table gives the consumption of cotton in U S A during the years 1895 to 1924 Do these figures give any evidence of periodicity ? Give reasons —

Year	Lakhs of bales of cotton consumed	Years	Lakhs of bales of cotton consumed	Years	Lakhs of bales of cotton consumed
1895	30	1905	45	1915	64
1896	25	1906	48	1916	68
1897	28	1907	50	1917	66
1898	35	1908	45	1918	58
1899	37	1909	51	1919	64
1900	37	1910	46	1920	49
1901	36	1911	45	1921	60
1902	41	1912	51	1922	67
1903	42	1913	55	1923	57
1904	40	1914	56	1924	62

(B Com , *Allahabad*)

5 Calculate the five-yearly moving average of acres under tea in India from the following data —

Plot on a squared paper (i) the annual area under tea and (ii) its five-yearly moving averages

State other methods of finding the secular trend

Years	Area in 1,000 acres	Years	Area in 1000, acres
1925	672	1930	802
1926	679	1931	807
1927	690	1932	809
1928	702	1933	816
1929	712	1934	821

(B Com , *Lucknow*)

6 Represent the following data graphically and show the trend of the series on the basis of three year moving averages —

Year	Birth rate	Year	Birth rate	Year	Birth rate
1917	30 9	1924	31 0	1931	23 1
1918	30 2	1925	29 0	1932	27 7
1919	29 1	1926	27 9	1933	22 6
1920	31 4	1927	27 7	1934	23 6
1921	33 4	1928	26 4	1935	23 0
1922	30 2	1929	24 7	1936	22 0
1923	30 4	1930	24 1	1937	22 6

(B A , *Lucknow*)

7 How would you isolate cyclical fluctuations from very long period fluctuations in a time series ? Draw a curve to illustrate your answer (B A , *Lucknow*)

8 What is the meaning and importance of analysis of time series data ? Enumerate the methods of finding the trend that you know (M A , *Allahabad*)

9 The revenue from sales tax in U P during 1948-49 to 1952-53 is shown in the following table Fit a straight line trend by the method of least squares and exhibit the data as also the trend on a graph paper

Years	Revenue (Rs lakhs)
1948-49	427
1949 50	612
1950-51	521
1951 52	495
1952 53	490

(B Com *Allahabad*)

10 The index numbers of annual production of a commodity (*1900—100*) are given below —

Year	Annual Average	Year	Annual Average
1927	165	1939	280
1928	178	1940	351
1929	236	1941	320
1930	213	1942	370
1931	180	1943	325
1932	163	1944	366
1933	180	1945	256
1934	187	1946	304
1935	210	1947	291
1936	237	1948	277
1937	203	1949	274
1938	215	1950	272

Plot them Assuming a ten yearly cycle, find the trend-values by the method of moving averages (M A , *Allahabad*)

11 Describe *one* method each of (*a*) eliminating the effect of trend from a time series and (*b*) measuring seasonal variation

In measuring seasonal variation, can cyclical and erratic influence be eliminated ? How ? (I A S)

12 Explain how would you deal with a time series, and illustrate your remarks with the help of the following series of annual figures for the period 1901-1930 —

Period	Annual values
1901—1910	208 223, 225 222, 239, 242, 238, 252, 257, 250,
1911—1920	273, 270, 268, 288, 284, 282, 300, 303, 298, 313,
1921—1930	317, 309 329, 333, 327, 345, 344, 343, 362, 360

(I C S)

13 Below are given the figures of production (in thousand maunds) of a sugar factory —

Year	Production in thousand maunds
1941	80
1942	90
1943	92
1944	83
1945	94
1946	99
1947	92

(*a*) Find the slope of a straight line trend to these figures

(*b*) Plot these figures on a graph and show the trend line

(*c*) Do these figures show a rising trend or a falling trend ? How do you arrive at your conclusion ? (M Com , *Lucknow*)

14 Business Cycles in the U S A , and England arranged in chronological order (1796—1923) have had the following duration as measured to the nearest year —

U S A —6, 6, 5, 3, 7, 3, 3, 5, 4, 3, 6, 1, 2, 6, 4, 3, 5, 5, 4, 9, 5, 3, 2, 3, 4, 3, 4, 2, 3, 5, 2, 3,

England—4, 6, 4, 3, 5, 4, 6, 4, 2, 6, 10, 7, 4, 8, 8, 9, 8, 10, 7, 6, 5, 2

Tabulate the above figures in classes of one year each and calculate the average duration of the business cycle in each country separately (B Com , *Lucknow*)

15 Using the data given below, explain clearly how you would determine the seasonal fluctuations in a time series —

Year	Summer	Monsoon	Autumn	Winter
1	30	81	62	119
2	33	104	86	171
3	42	153	99	221
4	56	172	129	235
5	67	201	136	302

(I C S)

अध्याय १०

सूचकांक

(Index Numbers)

सूचकांक एक ऐसी संख्या है जिसका उपयोग किसी घटना के स्तर की तुलना किसी प्रमापित दिन उसी घटना के स्तर से करने के लिए किया जाता है। इसलिए सूचकांकों का मुख्य कार्य आर्थिक घटनाओं की तुलना सम्भव करना है। इसलिए सूचकांकों को 'आर्थिक मापमापक' (economic barometers) भी कहा जाता है। साधारणतः हम पाते हैं कि तुलना तभी की जाती है जब माप-इकाइयाँ एक हों या जब पद एक ही प्रकार के कारकों से बने हुए हों। परन्तु जब ऐसा नहीं होता, तब एक घटना के परिवर्तनों का निरपेक्ष माप नहीं हो सकता। हमें सापेक्ष मापों पर निर्भर रहना पड़ता है। सापेक्ष मापों में अंकों का एक आधार मान लिया जाता है। इस प्रकार की विधियों में एक विधि सूचकांकों की भी है। इस विधि में घटनाओं को किसी एक प्रमाप तिथि की घटना के प्रतिशतों के रूप में रखा जाता है। यदि कई पद हों और उनमें परिवर्तन प्रतिशतों के रूप में व्यक्त किये गए हों, तो प्रतिशतों का माध्य घटना का स्तर बताएगा। इस घटना को हम प्रत्यक्ष रूप से नहीं माप सकते। उदाहरणार्थ, यदि हम १९०१ के मूल्य स्तरों की तुलना में १९५६ के मूल्य-स्तरों को जानना चाहें, तो हमें विभिन्न वस्तुओं के मूल्यों को प्रतिशतों के रूप में रखना पड़ेगा और फिर इन प्रतिशतों का माध्य समस्त के परिवर्तनों को बताएगा। इस प्रकार सूचकांकों की गणना में दो मुख्य अवस्थाएँ हैं प्रतिशतों की गणना करना और माध्यों की गणना करना।

अतएव माध्यों से संलग्न प्रतिशत एक पूर्ण आधार है जिसपर उन घटनाओं की तुलना करने की सरल रीति की पूरी रूप रेखा बनाई जाती है जो कि प्रत्यक्ष रूप से तुलनीय नहीं हैं।[1]

---

1. 'Hence, averages linked with percentages constitute the whole basis on which is raised the entire superstructure of the simple device of comparing factors which are not directly comparable'.

सूचकांकों को बनाना

सूचकांक बनाने की प्रविधि के तीन मुख्य भाग हैं

1. पदों का चुनाव (Selection of items)
2. आधार का चुनाव (Selection of the base)
3. माध्य और भारों का चुनाव (Selection of the average and the system of weighting)

पदों का चुनाव

पदों का चुनाव एक दृष्टि से जटिल और एक दृष्टि से सरल काम है। यदि सूचकांक एक ही पद से संबंधित है अर्थात् यदि हम केवल एक ही वस्तु के उत्पादन, मूल्य आदि की तुलना करना चाहते हैं, तो पदों का चुनाव कोई समस्या नहीं है, क्योंकि हम उसी वस्तु पर विचार करते हैं। परन्तु यदि हमें एक सामान्य-उद्देश्यीय सूचकांक, जैसे सामान्य मूल्य स्तर के सूचकांक, बनाना है तो पदों का चुनाव बहुत सावधानी से करना चाहिए। इसी प्रकार निर्वाह-सूचकांक आदि बनाने में भी बहुत सावधानी बरतनी पड़ती है। इससे यह सुस्पष्ट हो जाता है कि पदों का चुनाव सूचकांकों की प्रकृति और उद्देश्य पर निर्भर करता है। परन्तु सूचकांक बनाने का जो भी अभिप्राय हो, पदों के चुनाव में निम्नलिखित बातों का ध्यान रखना चाहिए

(१) **पद सर्वथा प्रतिनिधि हों** (Items should be strictly representative)—इसके कई अर्थ हैं। यदि मूल्यों का सूचकांक बनाना है तो उन वस्तुओं का चुनाव किया जाना चाहिए जो लोगों के उपभोग को बताएँ। चूँकि उपभोग की जाने वाली प्रत्येक वस्तु को सम्मिलित करना संभव नहीं है इसलिए केवल उन पदों को सम्मिलित किया जाना चाहिए जो सबसे अधिक प्रतिनिधि हों अर्थात् जिनके मूल्यों में हुए परिवर्तन पूरी सच्चाई के साथ समूह के मूल्यों में हुए परिवर्तनों को बताते हैं। ये वस्तुएँ व्यापारिक दशाओं के प्रति विशेष रूप से संवेदनशील होनी चाहिए। ऐसी वस्तुओं का चुनाव करना चाहिए जिनका उपयोग लोग प्रथानुसार या आदत के कारण करते हैं। यदि पदों का चुनाव इस सिद्धान्त के अनुसार नहीं किया जायगा तो सूचकांक मूल्यों के स्तरों के परिवर्तनों का सही बोध नहीं कराएँगे और अपने उद्देश्य में असफल होंगे।

(२) **पद प्रमापित होने चाहिए** जिससे वे समयानुसार या स्थानानुसार न बदलें और उन्हें पहचानना सरल हो। यदि यह शर्त पूरी नहीं होती तो सूचकांक बनाने में बहुत कठिनाई होगी और उसकी प्रकृति में महत्वपूर्ण परिवर्तन हो सकते हैं। उदाहरणार्थ, मान लीजिए कि चुनी गई वस्तुओं में गेहूँ भी एक वस्तु है। सही सूचकांक

बनाने के लिऐ यह आवश्यक है कि प्रत्येक वर्ष एक ही प्रकार के गेहूँ के मूल्यों का सग्रह किया जाय। अन्यथा सूचकांक वर्ष-प्रति-वर्ष तुलनीय नहीं होंगे।

(३) सूचकांक बनाने में अमूर्त (non tangible) पदों को सम्मिलित नहीं किया जाना चाहिए। ये ऐसी वस्तुएँ होती है जिनका अर्थ या मूल्य निश्चित करना सरल नहीं होता और यदि यह सभव भी हो तो कीमतों के परिवर्तन अनिश्चित रूप से होते हैं। इसके अन्तर्गत आने वाले पद हैं वैयक्तिक सेवाएँ, बुद्धि, ख्याति, चरित्र इत्यादि।

(४) पदों की संख्या कम होनी चाहिए—सूचकांक बनाने में पदों की संख्या अनावश्यक रूप से अधिक नहीं होनी चाहिए। यह बताना कठिन है कि पदों की संख्या ठीक कितनी होनी चाहिए, परन्तु यह उल्लेखनीय है कि संवेदनशील सूचकांकों में पदों की संख्या कम रहनी चाहिए जिससे मूल्यों में होने वाले अल्प परिवर्तन भी उन्हें प्रभावित कर सकें। सामान्य उद्देश्यीय सूचकांक में पदों की संख्या अधिक होने से त्रुटि की सभावना कम हो जाती है क्योंकि यदृच्छ प्रतिदर्श में सतुलन रहता है। परन्तु अन्य जटिलताओं जैसे सामग्री प्राप्त करने में देरी, बड़ी संख्याओं पर विचार करने के कारण उत्पन्न अशुद्धि आदि से यह लाभ बहुत महत्त्वपूर्ण नहीं रह जाता। इसके अतिरिक्त सूचकांक अस्थिर (erratic) भी हो सकता है। अतएव यह सदैव उचित है कि सूचकांक का प्रतिनिधि होना ध्यान में रखते हुए वस्तुएँ संख्या में जितनी कम हो सकें उतनी कम हों। आधुनिक काल में जब वस्तुओं की संख्या बढ़ती जा रही है और रहन-सहन का स्तर उठता जा रहा है, यह संभव नहीं है कि वस्तुओं की संख्या में अधिक कमी की जा सके। परिणामस्वरूप संवेदनशील सूचकांकों में लगभग २० वस्तुएँ रखी जाती हैं और सामान्य उद्देश्यीय सूचकांकों में कुछ स्थितियों में ४५०-५०० तक वस्तुएँ होती है। आर्थिक अनुसधानों में सूचकांकों के महत्त्व को दृष्टिगत रखते हुए यह कहा जा सकता है कि इनके बनाने में होने वाला कोई व्यय अधिक नहीं है और आजकल सामग्री सग्रहण और उसका उपयोग करने की प्रविधियाँ इतनी उन्नत हो गई हैं कि अब पदों की संख्या चाहे कितनी ही बड़ी क्यों न हो सूचकांक बनाने में देरी या अशुद्धि नहीं हो सकती।

उपर्युक्त बातों को ध्यान में रखकर पदों को चुन लेने के बाद निम्नलिखित बातें विचारणीय है

(क) किसी वस्तु की कितनी प्रकार रखनी चाहिए—प्रकार (varieties) की संख्या पर विचार करते समय सांख्यिक को दो बातों का ध्यान रखना चाहिए। पहला, वे सब प्रकार सम्मिलित करनी चाहिए जिनका साधारणत उपयोग होता

है और जो सूचकांकों को संभवत प्रभावित करेंगी। उदाहरणार्थ चीनी की कम से कम ३-४ किस्में प्रचलित हैं और यदि ये सब सम्मिलित नहीं की जायगी तो सूचकांक प्रतिनिधि न रह जायगा। यदि अधिक उपयोग होने या किसी अन्य बात के कारण किसी वस्तु को अधिक महत्त्व देना है तो उस वस्तु की एक से अधिक प्रकार का चुनाव किया जाना चाहिए। अत प्रकार की संख्या भार पर भी निर्भर रहेगी।

यहाँ यह स्मरणीय है कि अतिरिक्त भार केवल तभी दिया जाता है जब विविध प्रकार के मूल्यों का, सम्मिलित करने से पहले, माध्य नहीं निकाला जाता। जब भार देना रहता है तब उसी वस्तु की विभिन्न प्रकारों को विभिन्न वस्तुएँ माना जाता है और इस तरह उन्हें प्रकार की संख्या के आधार पर भारित कर दिया जाता है।

यह भी अवलोक्य है कि प्रकार की संख्या की समस्या वस्तुओं की संख्या की समस्या के सदृश्य है। जिस प्रकार वस्तुओं की बड़ी संख्या का प्रहस्तन करना कठिन है ठीक उसी तरह यदि प्रकार की संख्या अधिक हो तो कठिनाई आती है। परन्तु जैसा कहा जा चुका है, प्रविधि में उन्नति होने के कारण इस समस्या का समाधान किया जा सकता है।

(ख) *कथित मूल्य किस प्रकार प्राप्त किये जायें—कथित मूल्य प्राप्त करने* में कई समस्याओं का सामना करना पड़ता है

(१) उन स्थानों का चुनाव जहाँ के कथित मूल्य लिये जायेंगे एक विचारणीय बात है। ऐसे स्थानों का चुनाव करना चाहिए जहाँ वस्तु विशेष के बड़े बाजार या मंडियाँ हों। ऐसे स्थानों की संख्या बहुत बड़ी हो सकती है, इसलिए यह आवश्यक है कि उनमें भी चुनाव किया जाय। यह चुनाव जहाँ तक हो सके यदृच्छ प्रतिचयन विधि से किया जाना चाहिए। यह आवश्यक नहीं है कि सब वस्तुओं के लिए एक ही स्थान छाँटे जायँ, परन्तु यदि ऐसा हो सके तो सूचकांक बनाने में सुविधा होगी।

(२) उन व्यापारियों का चुनाव जिनसे कथित मूल्य माँगे जाएँगे। उपर्युक्त रीति से चुने गए किसी भी व्यापारिक केन्द्र में वस्तु के कई बड़े व्यापारी होंगे और उनमें भी चुनाव करना होगा। इस चुनाव में भी यदृच्छ प्रतिचयन विधि का उपयोग किया जाना चाहिए।

कभी कभी प्रमुख पत्रिकाओं से भी कथित मूल्यों का संग्रह किया जाता है। यदि इस विधि का उपयोग किया जाय तो प्रामाणिक पत्रिका का चुनाव करने में बहुत सावधानी करनी चाहिए और इस सामग्री का उपयोग करने से पहले उसकी प्रामाणिकता की जाँच कर लेनी चाहिए।

(३) *कथित मूल्य प्राप्त करने की बारबारता भी निश्चित कर ली जानी चाहिए।* बारबारता के बारे में कोई निश्चित सिद्धान्त बनाना सम्भव नहीं है, परन्तु सामान्यत यह कहा जा सकता है कि बारबारता जितनी अधिक हो उतना अच्छा। इससे त्रुटियों का विलोपन हो जायगा और सूचकांक अधिक प्रतिनिधि होंगे। परन्तु यदि इनकी बारबारता बहुत अधिक हो जायगी तो जटिलता उत्पन्न हो सकती है और इससे सूचकांकों की परिशुद्धता भी कम हो जायगी। सामग्री संग्रहण करने वाले गणक भी ढीले पड़ सकते है और फलस्वरूप वे मनमाने परिवर्तन करके पुरानी सामग्री को दुहरा सकते हैं। अतएव बारबारता व्यवहारिकता के आधार पर निश्चित की जानी चाहिए। *साधारणत साप्ताहिक कथित मूल्यों का संग्रहण करना अधिकांश दृष्टिकोणों से अच्छा है।* कथित मूल्य प्राप्त कर लेने के बाद उनका माध्य निकाल लेना चाहिए।

(४) मूल्यों का उद्धरण देने की विधि भी सावधानी से सुनिश्चित कर लेनी चाहिए। इसके लिए दो विधियों का प्रचलन है। मूल्य या तो वस्तु की इकाइयों के रूप में (द्रव्य मूल्य) जैसे ५० रुपये प्रति मन, दिए जाते हैं या द्रव्य की इकाइयों के रूप में (वस्तु मूल्य), जैसे ४ सेर प्रति रुपया, दिए जाते हैं। पहली विधि अधिक तर्क सम्मत है परन्तु जिस विधि का भी उपयोग किया जाय, उसी का अनुसरण करना चाहिए—यह नहीं कि कभी एक विधि का और कभी दूसरी विधि का उपयोग किया जाय।

(५) यह भी एक महत्वपूर्ण प्रश्न है कि सूचकांक बनाने में किस प्रकार के मूल्यों का उत्लयन (quote) करना चाहिए, अर्थात् थोक मूल्य लिये जायेंगे या फुटकर मूल्य। इसका उत्तर सूचकांकों की प्रकृति पर निर्भर करता है। अगर हम सामान्य उद्देश्यीय सूचकांक बना रहे हो तो थोक मूल्य अधिक अच्छे सूचक है, परन्तु निर्वाह-सूचकांकों के लिए फुटकर मूल्यों पर विचार करना पड़ेगा। थोक मूल्य अधिक एक-रूप रहते है और अधिक कारकों में होने वाले अल्प-परिवर्तनों के प्रति संवेदनशील होते है। फुटकर मूल्य कुछ समय-पश्चात् दिखाते हैं, विशेषत जब मूल्यों में कमी हो रही हो। इसी प्रकार यह भी निश्चित कर लेना चाहिए कि बाजार खुलने के समय ये उत्लयन लेने चाहिए या बन्द होने के समय के।

(६) अन्त में, सामग्री का संग्रह करने वाले गणकों के चुनाव पर विशेष रूप से ध्यान देना चाहिए। ये लोग मूल्यों के बारे में सूचना देते है, इसलिए इनकी नियुक्ति में बहुत सावधानी बरतनी चाहिए क्योंकि सूचकांकों की यथार्थता इनके द्वारा भेजी गई सामग्री पर निर्भर रहेगी। कभी कभी इस काम के लिए अलग से

व्यक्ति नियुक्त किये जाते हैं, परन्तु अधिकांशत यह काम अन्य अधिकारियो को सौंप दिया जाता है। गणक चाहे किसी भाँति नियुक्त किए जायँ, यह आवश्यक है कि उन्हें सामान्य प्रशिक्षा दे दी जानी चाहिए। इस बात पर विशेष रूप से जोर दिया जाना चाहिए कि वे अभिनत न हो और व्यक्ति निरपेक्ष रूप से सामग्री सग्रहण करें।

(७) आधार का चुनाव

हम यह कह चुके हैं कि सूचकाक किसी घटना की तुलना किसी प्रमाप तिथि को हुई घटना से करते हैं। इस प्रमाप-तिथि (standard date) का चुनाव करना अत्यन्त महत्त्वपूर्ण काम है। अन्य तिथियो के मूल्य प्रमाप तिथि के मूल्यों के प्रतिशत के रूप में दिये जाते हैं। इन प्रतिशतो को 'आपेक्षिक' (relatives) कहते हैं और प्रमाप तिथि को आधार' (base) कहते हैं। यदि प्रमाप-तिथि का चुनाव सावधानी पूर्वक न किया जाय तो आपेक्षिक अच्छे नही होगे और सूचकाक गलत होगे। आधार काल दो प्रकार के होते हैं

१ स्थिर आधार (Fixed Base)

२ शृखला आधार (Chain Base)

(१) **स्थिर आधार**—जैसा नाम से स्पष्ट हो जाता है इस विधि में एक निश्चित तिथि को आधार मान लिया जाता है और सब तिथियो की तुलना इसी तिथि से की जाती है। स्थिर आधार का चुनाव दो प्रकार से किया जा सकता है

(क) सब परिस्थितियो पर सावधानीपूर्वक विचार करके कोई विशेष तिथि निश्चित कर ली जाती है। यह तिथि असामान्य नही होनी चाहिए अर्थात् इस काल में युद्ध, अकाल आदि और तेजी या मन्दी नही होनी चाहिए। सक्षेप में यह तिथि ऐसी होनी चाहिए कि मूल्य न तो अधिक हो और न ही कम हो—उन्हें सामान्य होना चाहिए। यदि ऐसा नही है तो सूचकाक घटना के परिवर्तनो के बारे में भ्रामक मत देंगे। यदि आधार काल में मूल्य बढे हुए हो तो अन्य वर्षों के मूल्य में आनुपातिक कमी बहुत अधिक होगी और आनुपातिक वृद्धि कम लगेगी। परन्तु सामान्य काल का चुनाव करना एक अत्यन्त कठिन काम है क्योकि इसकी सुनिश्चित परिभाषा नहीं दी जा सकती है। प्रत्येक वर्ष में कुछ न कुछ असामान्यता होती ही है इसलिए बहुधा हम ऐसा काल छाँटना पडता है जो असामान्य वर्षों में सबसे सामान्य हो।

(ख) किसी निश्चित काल या तिथि को आधार न बना कर एक अवधि का आधार बनाया जा सकता है। इस अवधि में तेजी और मन्दी आ जाते हैं और इसलिए यह माध्यत सामान्य माना जा सकती है। इस विधि में कई वर्षों

पर विचार किया जाता है और इनमें प्रचलित मूल्यो के माध्य को आधार-मूल्य मान लिया जाता है।

(२) शृखला आधार—यदि वर्ष प्रति वर्ष तुलना करनी हो तो शृखला आधार विधि का प्रयाग किया जाता है। इस विधि में दिये हुए वर्ष के सूचकाक पिछले वर्ष को आधार मान कर निकाले जाते है। यहा प्रसामान्य आधार काल की आवश्यकता नही पडती। यदि १९०० से आगे के वर्षों के सूचकाक बनाने है तो १९०१ के लिए १९०० आधार होगा, १९०२ के लिए १९०१ इत्यादि।

जहाँ पिछले वर्ष से तुलना करनी हो शृखला आधार उपयुक्त है। इसमे नए पदो को जोडने और बेकार पदो को हटाने की सुविधा रहती है। इस प्रकार सूचकाक अधिक वास्तविक हो सकते है।

यहाँ यह स्मरणीय है कि इन विधियो में गुणावगुण का प्रश्न ही नही उठता। अपने अपने क्षेत्र मे दोनो विधियाँ उपयुक्त है। इनके उद्देश्य भिन्न है और जहाँ तक वे उन्हे पूरा करते है, ये दोनो वाछनीय है।

(३) माध्य का चुनाव तथा भारण की प्रणाली

(क) माध्य—माध्य का चुनाव करने की समस्या उस स्थिति मे उत्पन्न होती है जहा एक से अधिक वस्तुएँ हो। यदि एक ही वस्तु हो तो सूचकाक वही होता है जो उस वस्तु का आपेक्षिक (relative) है। चूँकि सूचकाक उन्ही स्थानो पर उपयोगी है जहाँ एक से अधिक वस्तुएँ हो, इसलिए उपयुक्त माध्य का चुनाव महत्त्वपूर्ण है। कई वस्तुओ को सम्मिलित करने पर हमे उनके आपेक्षको का माध्य निकालना पडता है।

मुख्य समस्या माध्य का चुनाव करने की है। सिद्धान्तत किसी भी माध्य का उपयोग किया जा सकता है। परन्तु केवल तीन माध्य—समातर माध्य, माध्यिका और गुणोत्तर माध्य—प्रचलित है।

समातर माध्य का उपयोग—सूचकाक बनाने मे समातर माध्य सर्वाधिक प्रचलित है। यह सुबोध है। परन्तु इसके निम्नलिखित दोष है

(१) यह चरम पदो से प्रभावित होता है और बडे पदो को अधिक भार देता है। यदि किसी वस्तु का मूल्य बहुत अधिक बढ या घट जाता है तो पूरे सूचकाक प्रभावित हो जाते है।

(२) यह एक निरपेक्ष मापन है, परन्तु सूचकाको के बनाने मे हमें सापेक्षिक परिवर्तनो पर विचार करना होता है। अतएव ऐसे मापन का उपयोग सतोषजनक नहीं है।

माध्यिका का उपयोग—माध्य की भाँति माध्यिका की गणना भी आसानी से की जा सकती है और यह सुबोध भी है। परन्तु इसमें निम्नलिखित दोष हैं

(१) यदि पदो की संख्या कम हो तो यह प्रतिनिधि नही रह जाता। सूचकाको में पदो की संख्या सामान्यत कम रहती है, अतएव यह अनियमित हो सकता है।

(२) माध्य की भाँति यह भी एक निरपेक्ष मापन है और अतएव सूचकाको के लिए अनुपयुक्त है।

(३) कभी कभी यह वस्तुत विद्यमान नही रहता और इसका अन्तर्वेशन करना पडता है।

गुणोत्तर माध्य का उपयोग—सूचकाक बनाने में गुणोत्तर माध्य बहुत लोकप्रिय हो रहा है। इसमें एकमात्र दोष यह है कि यह सुबोध नही है और इसकी गणना करने में गणितीय सारणियो का उपयोग करना पडता है। परन्तु प्राविधिक दृष्टिकोण से गुणोत्तर माध्य कही अधिक श्रेष्ठ है। इसके लाभ निम्नलिखित है

(१) इसके आधार पर बनाए गए सूचकाको में समान अनुपाती परिवर्तनो को समान भार मिलता है। चूँकि गुणोत्तर माध्य स्वय एक सापेक्ष मापन है, इसका उपयोग सूचकाको में जो सापेक्ष मापन है, विशेषत लाभदायी है।

(२) जहाँ तक काल का प्रश्न है, इसके आधार पर बनाए गए सूचकाक विपर्यय या उत्क्राम्य (reversible) होते हैं। सूचकाको की श्रेष्ठता इस बात पर निर्भर करती है कि वे उत्क्राम्य हैं या नही।

यहाँ हमने गुणोत्तर माध्य का उपयोग करने के लाभो का ही उल्लेख किया है। ये लाभ व्यवहार में किस प्रकार आते हैं इसका वर्णन हम तब करेंगे जब सूचकाक बनाने पर विचार किया जायगा।

(ख) भारण—माध्य के चुनाव से निकट रूप से सबधित समस्या उपयुक्त भारण प्रणाली के चुनाव की है। भारित सूचकाक की आवश्यकता उन्ही कारणो से पडती है जिनके कारण भारित माध्य की आवश्यकता पडती है। भारित सूचकाक पदो के सापेक्षिक महत्त्व पर समुचित विचार करते हैं और सूचकाको को अधिक प्रतिनिधि बनाते हैं। यह सबसे सुस्पष्ठ लाभ है। परन्तु सूचकाक को भारित करने के अन्य कारण भी हैं। भारित होने के कारण सूचकाक अभिनति से मुक्त होते हैं। इसके लिए *प्राय प्रतिदर्शों को भार दिये जाते है या प्रतिदर्शों की संख्या बढा दी जाती है*। बाउले का मत है कि जब सामग्री की न्यूनता हो, भार वाछनीय होते हैं।

उसका यह भी कहना है कि भारण के कारण सूचकांको में सूक्ष्मता (fineness) आ जाती है।

भारण कब अनावश्यक है—हम ऊपर बता चुके हैं कि भारण कई कारणों से आवश्यक है। परन्तु यदि उचित रूप से बनाई गई भारण-प्रणाली अभारित सूचकांकों को नहीं बदलती तो भारण परिहार्य है। भारों का परिहरण ऐसी स्थितियों में भी किया जा सकता है जब हम जानते हैं कि इसके फलस्वरूप पदों पर कोई प्रभाव नहीं पड़ेगा।

परन्तु वास्तविक कठिनाई यह है कि हम पहले से ही यह नहीं जान सकते कि भारित और अभारित सूचकांक एक से होंगे या अलग अलग। अतएव भार सदैव आवश्यक हैं, विशेषत इसलिए क्योंकि सामान्यत पद विजातीय समूह बनाते है और उनकी संख्या बदलती रहती है। भारित और अभारित संख्याओं के गुणों का निर्धारण केवल तुलना करके किया जा सकता है।

भारण का आधार—उपर्युक्त विवरण से यह स्पष्ट हो गया होगा कि भारण की आवश्यकता कई कारणों से है। परन्तु प्रश्न यह है कि भारण किया किस आधार पर किया जाय। वैज्ञानिक अध्ययनों मे मनमाने भारों (arbitrary weights) या आकस्मिक भारो (chance weights) का कोई स्थान नहीं है। यह आवश्यक है कि हमें भारण की सुनियुक्त (rational) प्रणाली अपनानी चाहिए अर्थात् भार किसी तर्कसम्मत आधार के अनुसार दिये जाने चाहिए। भारों का तर्क सम्मत आधार सूचकांक की प्रकृति और उसके उद्देश्य पर निर्भर रहता है। अतएव इसके लिए कोई सामान्य प्रणाली निश्चित करना सभव नहीं है। सामान्यत निम्नलिखित निकषों (criteria) का ध्यान रखना चाहिए —

(१) उत्पादित या निर्मित अर्घ (value), (या राशि)

(२) माँगी या बेची गई या बिक्री के लिए प्रस्तुत अर्घ (या राशि)।

(३) उपयुक्त अर्घ (या राशि)।

अस्पष्ट और स्पष्ट भार (Implicit and explicit weights) — भार दो प्रकार के हो सकते हैं अस्पष्ट भार और स्पष्ट भार।

(क) अस्पष्ट भारण में भारों को अभिव्यक्त रूप से (expressly) प्रस्तुत नहीं किया जाता, वे सामग्री की प्रकृति में उपलक्षित (implied) होते हैं। इसलिए भारों की प्रणाली वस्तुओं के चुनाव पर आश्रित है। इस प्रणाली में जिस वस्तु को भार देना होता है उसे उतनी बार गिना जाता है जितना भार देना है। सामान्य व्यवहार यह है कि वस्तु की कई किस्मों पर विचार किया जाता है।

(ख) स्पष्ट भारों में भार किसी बाह्य माध्य के आधार पर अभिव्यक्त रूप से दिये जाते हैं, उदाहरणार्थ, उत्पत्ति, बिक्री, उपभोग आदि।

यहाँ यह अवलोक्य है कि भारों के साध्य के रूप में हम चाहे किसी प्रणाली को अपनाएँ, जहाँ तक हो सके भारों का आधार अर्घ (value) होना चाहिए, राशि नहीं। इसका कारण स्पष्ट है। हम विभिन्न वस्तुओं की माप की इकाइयों—जैसे गज, गैलन, सेर आदि—की तुलना नहीं कर सकते, परन्तु अर्घों की (जो द्रव्य के रूप में दिये जाते हैं) तुलना की जा सकती है।

स्थिर और परिवर्ती भार—अगली समस्या यह है कि भार स्थिर होने चाहिए या परिवर्ती। यदि अवधि के अनुसार परिवर्ती भार दिये जाते हैं तो हमें पदों के सापेक्ष्य महत्त्व के दृष्टिकोण से अधिक अच्छा मापन मिलता है। परिवर्ती भारों वाला सूचकांक न केवल मूल्यों के परिवर्तनों के बारे में अधिक जानकारी देता है, बल्कि बल (emphasis) में परिवर्तन भी करता है। इसलिए इस प्रकार का सूचकांक अधिक उपयुक्त है।

भारण की विधियाँ

जैसा बताया जा चुका है, अस्पष्ट भारण वस्तुओं की किस्मों के चयन का प्रश्न है। परन्तु स्पष्ट भारण में निम्नलिखित विधियों में से कोई विधि अपनाई जा सकती है

(१) आपेक्षिकों की भारित माध्य विधि या कुटुम्ब आय व्ययक विधि (Weighted Average of Relatives Method or Family Budget Method)

(२) समूही व्यय विधि (Aggregate Expenditure Method)

(३) फिशर की 'आदर्श' विधि (Fisher's Ideal Method)

(१) आपेक्षिकों का भारित माध्य विधि—इस विधि को कुटुम्ब-आय व्ययक-विधि भी कहते हैं क्योंकि इसमें चालू वर्ष के मूल्य-आपेक्षिकों का भारित-माध्य इनकी आधार-वर्ष में उपयुक्त वस्तुओं के अर्घ के अनुसार भार देकर निकाला जाना है। संकेत रूप में

$$\text{सूचकांक} = \frac{\Sigma IV}{\Sigma V}$$ जहाँ I आपेक्षिक है, और V अर्घ है।

(२) समूही व्यय विधि—इस विधि में चालू वर्ष और आधार वर्ष के मूल्यो को आधार वर्ष की राशियो से भारित किया जाता है। सकेत रूप में

$$\text{सूचकांक} = \frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times 100$$

जहां p_0 आधार वर्ष में मूल्य है,

p_1 चालू वर्ष में मूल्य है,

q_0 आधार वर्ष मे राशि है।

(३) फिशर का आदर्श सूचकांक—प्रो० इर्विङ्ग फिशर ने १३४ सूत्रो की परीक्षा करने के बाद यह सूत्र निकाला था। इस प्रणाली में व्यत्यास भारण (cross weighting) किया जाता है और चालू वर्ष और आधार वर्ष, दोनो के मूल्यो को चालू वर्ष और आधार वर्ष, दोनो की राशियो से भारित किया जाता है। यह सूत्र एक 'आदर्श सूचक' देता है क्योकि यह परिवर्ती भारो पर बना है और जहां तक काल विपर्यय परीक्षा (*time reversal test*) और खण्ड-विपर्यय परीक्षा (factor reversal test) की बात है, यह सूचकांको को उत्क्राम्य (reversible) बनाता है। सकेत रूप में

$$\text{सूचकांक} = \sqrt{\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}} \times 100$$

जहां p_0 = आधार वर्ष में मूल्य

p_1 = चालू वर्ष में मूल्य

q_0 = आधार वर्ष मे राशि

q_1 = चालू वर्ष मे राशि

विविध प्रकार के सूचकांक बनाना

इस खण्ड में हम उदाहरण ले कर सूचकांक बनाने की उपर्युक्त विधियो का उपयोग करेंगे।

उदाहरण १—निम्नलिखित सामग्री से स्थिर आधार और शृंखला आधार सूचकांक बनाने हैं। सूचकांक कॉलम ३ (स्थिर) और कॉलम ४ (शृंखला) में दिखाए गए हैं। १९४८ आधार वर्ष है। कॉलम ५ में १९४८-५७ के मूल्यो को आधार मान कर सूचकांक बनाए गए हैं।

वर्ष	मूल्य	स्थिर आधार सूचकांक (१९४८=१००)	शृंखला सूचकांक	स्थिर आधार सूचकांक (१९४८-५७=१००)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1948	78	100.0	100.0	85.2
1949	88	112.[illegible]	112.8	97.7
1950	76	97.4	86.4	84.3
1951	78	100.0	102.6	85.2
1952	94	120.5	120.5	104.3
1953	99	126.9	105.3	109.9
1954	102	130.8	103.3	113.2
1955	112	143.6	109.8	124.3
1956	99	126.9	88.4	109.9
1957	75	96.2	75.8	83.2
कुल	901			

माध्य=९०.१=१०० कॉलम ५ के लिए।

चालू वर्ष के मूल्यों को सूचकांकों में बदलने की सरल रीति यह है कि चालू वर्ष के मूल्यों को आधार वर्ष के मूल्यों से विभाजित कर दिया जाय और इसे १०० से गुणा किया जाय। संकेत में

$$\text{सूचकांक}=\frac{p_1}{p_0}\times 100$$

जहाँ p_0=आधार वर्ष का मूल्य

p_1=चालू वर्ष का मूल्य

यदि एक से अधिक वस्तुएँ हों तो उपर्युक्त सूत्र सूचकांक न देकर मूल्य आपेक्षिक बताएगा। सूचकांक बनाने के लिए इन मूल्य आपेक्षिकों का माध्य निकालना होगा। निम्नलिखित उदाहरण में यह रीति समझाई गई है।

उदाहरण २—निम्नलिखित सामग्री से स्थिर आधार सूचकांक बनाने हैं, जब कि १९५१=१००।

	औसत मूल्य रु. प्रति इकाई में					
वस्तुएँ	1951	1952	1953	1954	1955	1956
गेहूँ	17.3	14.5	4.9	5.7	17.1	11.6
चावल	34.1	17.3	14.8	13.2	29.8	13.3
कपड़ा	6.5	6.2	3.5	4.1	7.3	4.2
तम्बाकू	7.0	6.5	3.5	3.6	8.0	4.2
नारियल	7.7	3.6	3.4	2.8	5.5	2.7
साग-सब्जियाँ	7.3	5.8	4.3	3.7	7.7	4.1

हल

कुछ वस्तुओं के मूल्यों का स्थिर आधार सूचकांक
प्रतिशत मूल्य (१९५१=१००)

वस्तुएँ	1951	1952	1953	1954	1955	1956
गेहूँ	100	84	28	33	100	67
चावल	100	51	43	39	87	39
कपड़ा	100	95	54	63	112	65
तम्बाकू	100	93	50	51	114	60
नारियल	100	47	44	[illegible]	71	38
साग सब्जियाँ	100	79	59	51	105	56
आपेक्षिकों का योग	600	449	278	273	589	325
आपेक्षिकों का माध्य	100	75	46	45	98	54
आपेक्षिकों का माध्यिका	100	82	47	45	102	58
आपेक्षिकों का गुणोत्तर माध्य	100	72	45	44	97	53

सूचकांकों में गुणोत्तर माध्य के लाभ

हम कह चुके हैं कि गुणोत्तर माध्य (i) सूचकांकों को विपर्यय (reversible) बनाता है और (ii) समान अनुपातों को समान भार देता है। यहाँ हम देखेंगे कि ऐसा वास्तव में कैसे होता है।

१ **गुणोत्तर माध्य और सूचकांकों की काल-विपर्ययता**—विपर्ययता (काल) का अर्थ यह है कि सूचकांक ऐसे हों कि चालू वर्ष के स्थान पर आधार वर्ष और इसका विपरीत करने पर असंगत परिणाम न मिलें। दूसरे शब्दों में, चालू वर्ष को आधार मान कर बनाया गया आधार वर्ष का सूचकांक, आधार वर्ष को आधार मानकर बनाए गए चालू वर्ष के सूचकांक का व्युत्क्रम होना चाहिए। अर्थात् इसके एक दूसरे से अनुपात स्थिर होने चाहिए। इसी बात को दूसरी तरह से भी समझाया जा सकता है। यदि कोई चालू वर्ष का सूचकांक आधार वर्ष की तुलना में कुछ प्रतिशत वृद्धि दिखाता है तो चालू वर्ष के आधारपर बनाया गया आधार वर्ष का सूचकांक तदनुरूप कमी दिखाएगा। उदाहरण के लिए मान लीजिए कि चालू वर्ष के मूल्य आधार वर्ष के मूल्यों के पाँच गुने हैं तो आधार वर्ष के मूल्य चालू वर्ष के मूल्यों के पाँचवें भाग के बराबर होने चाहिए, या मान लीजिए चालू वर्ष के मूल्य आधार वर्ष के मूल्यों से २५% अधिक है तो आधार वर्ष के मूल्य चालू वर्ष की तुलना में २०% कम होने चाहिए। जब हम कहते हैं कि दो सूचकांक (आधार वर्ष के आधार पर बने चालू वर्ष के और

चालू वर्ष के आधार पर बने आधार वर्ष के) असगत नही है तो इसका यही अर्थ है। यदि यह अनुपात बदल जाता है, तो सूचकाक घटिया माने जाते हैं, भले ही वे सही हो।

काल विपर्ययता की परीक्षा—विपर्ययता की परीक्षा यह है कि यदि आधार वर्ष पर बने हुए चालू वर्ष के मूल्यो के सूचकाक (अर्थात् P_{01}) को चालू वर्ष पर बने हुए आधार वर्ष के मूल्यो (अर्थात् P_{10}) जिन्हें १०० से गुणा नही किया गया है से गुणा किया जाय तो परिणाम १ होना चाहिए। उदाहरण के लिए यदि P_{01}=१२५/१०० हो और P_{10}=८०/१०० तो $P_{10} \times P_{01}$=१।

सकेत रूप में $P_{01} \times P_{10}$=१

जहाँ P_{01} और P_{10} क्रमश आधार वर्ष पर बने हुए चालू वर्ष के मूल्य और चालू वर्ष के आधार पर बने हुए आधार वर्ष के मूल्य हैं।

यह परीक्षा सूचकाको की विपर्ययता जानने के लिए सब जगह लागू की जा सकती है।

उदाहरण ३ निम्न आकडो से एक दूसरे पर आधारित चालू और आधार वर्ष के सूचकाक निकालिए और सिद्ध कीजिए कि गुणोत्तर माध्य इन्हें विपर्यय बनाता है, परन्तु समान्तर माध्य नही।

वस्तु	मूल्य		आपेक्षिक	
	आधार वर्ष	चालू वर्ष	$\frac{1956}{1955} \times 100$	$\frac{1955}{1956} \times 100$
	1955 P_0	1956 P_1	P_{01}	P_{10}
गेहूँ	20	22	110 000	90 909
चावल	35	34	97 143	102 941
आपेक्षिको का समातर माध्य			103 572	96 925
आपेक्षिको का गुणोत्तर माध्य			103 4	96 72

सा० मा० 1 03572 × 96925 = 0 9949
गु० मा० 1 034 × 9672 = 1 0000

इससे यह स्पष्ट हो जाता है कि गुणोत्तर माध्य सूचकाको को विपर्यय बनाता है।

(२) गुणोत्तर माध्य समान परिवर्तन-अनुपातो को समान भार देता है—सूचकाको का अध्ययन अनुपातो का अध्ययन है। सूचकाको में हम घटना के स्तरो के निरपेक्ष परिवर्तनो पर विचार नही करते, बल्कि घटना के स्तरो के सापेक्ष परिवर्तनो पर विचार करते हैं। उदाहरणार्थ यदि १९५६ में वस्तु 'क' का मूल्य १० से २० हो जाय और वस्तु 'ख' का मूल्य ३० से १५ रह जाय तो निरपेक्ष प्रभाव यह है कि दोनो वस्तुओ

के साथ विचार करने पर समूही कमी ५ के बराबर हुई। परन्तु जहाँ तक सापेक्षिक परिवर्तन की बात है, इनमें कोई परिवर्तन नहीं हुआ क्योंकि 'क' का मूल्य दूना हुआ और 'ख' का आधा हो गया। यदि कोई सूचकांक इन परिस्थितियों में परिवर्तन दिखाता है तो वह सच्चाई के साथ मूल्य स्तरों के परिवर्तनों को निरूपित नहीं करता। इसी प्रकार १९५७ में 'क' का मूल्य डेढ़ गुना है और 'ख' का मूल्य आधा है। ऐसी अवस्था में सूचकांक को परिवर्तन दिखाना चाहिए। गुणोत्तर माध्य के इस गुण को निम्नलिखित उदाहरण में स्पष्ट किया गया है।

उदाहरण ४—

	1955		1956		1957	
वस्तु	मूल्य	आपेक्षिक	मूल्य	आपेक्षिक	मूल्य	आपेक्षिक
क	10	100	20	200	15	150
ख	30	100	15	50	15	50
आपेक्षिकों का स० मा०		100		125		100
आपेक्षिकों का गु० मा०		100		100		87

समांतर माध्य द्वारा बनाए गए सूचकांक दिखाते हैं कि १९५६ में २५% वृद्धि है, परन्तु १९५७ में कोई परिवर्तन नहीं है। परन्तु जैसा हम जानते हैं, वास्तव में १९५६ में कोई परिवर्तन नहीं है, जबकि १९५७ में १३% कमी है। यह कमी गुणोत्तर माध्य स्पष्ट रूप से दिखाता है।

भारित सूचकांक

हम बता चुके हैं कि सूचकांकों को भारित करने की तीन विधियाँ हैं। इनमें किस विधि का उपयोग किया जायगा, यह प्रस्तुत सामग्री पर निर्भर करता है। सूचकांक बनाने के लिए आधार वर्ष और चालू वर्ष के मूल्यों की आवश्यकता पड़ती है। इसके साथ-साथ यदि हम आधार वर्ष में उपयुक्त वस्तुओं के अर्घ को भी जानें तो हम आपेक्षिकों की भारित माध्य विधि का उपयोग कर सकते हैं। यदि आधार वर्ष की राशियाँ मालूम हों तो हम समूही व्यय विधि द्वारा सूचकांकों को भारित कर सकते हैं। यदि हम आधार वर्ष और चालू वर्ष की राशियाँ जानते हैं तो फिशर का आदर्श सूचक बनाया जा सकता है।

उदाहरण ५—निम्नलिखित सामग्री से आपेक्षिकों की भारित माध्य विधि द्वारा सूचकांक बनाने हैं

वस्तु	मूल्य (रु०) 1955	मूल्य (रु०) 1956	अर्घ (रु०) 1955
चावल (प्रति मन)	20 0	15 0	20 0
नमक (प्रति मन)	4 0	4 12	1 0
कपड़ा (प्रति गज)	0 8	0 12	10 0
मकान का किराया	10 0	12 0	10 0

हल

वस्तु	मूल्य 1955	मूल्य 1956	मूल्य-आपेक्षिक I $\frac{1956}{1955}\times100$	अर्घ 1955 V	आपेक्षिक × अर्घ IV
चावल	20 00	15 00	75 0	20	1500 00
नमक	4 00	4 75	118 7	1	118 70
कपड़ा	0 50	0 75	150 0	10	1500 00
मकान का किराया	10 00	12 00	120 0	10	1200 00
				$\Sigma 41$	$\Sigma 4318$ 70

१९५६ के लिए भारित सूचकांक $=\frac{\Sigma IV}{\Sigma V}=\frac{४३१८\ ७}{४१}=$ १०१ ३४

उदाहरण ६—समूह विधि द्वारा निम्नलिखित सामग्री से सूचकांक बनाना है

वस्तु	मूल्य (रु० 1955 P_0	मूल्य (रु० 1956 P_1	राशि 1955 Q_0
चावल (प्रति मन)	20 0	15 0	1 मन
नमक (प्रति मन)	4 0	4 12	10 सेर
कपड़ा (प्रति गज)	0 8	0 12	20 गज
मकान का किराया	10 0	12 0	1

हल

वस्तु	P_0	P_1	Q_0	p_1q_0	p_0q_0
चावल	20 0	15 00	1 00	15 00	20 00
नमक	4 0	4 75	0 25	1 19	1 00
कपडा	0 5	0 75	20 00	15 00	10 00
मकान का किराया	10 0	12 00	1 00	12 00	10 00
				Σ43 19	41 00

1956 के लिए सूचकाक $=\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0}\times 100=\frac{43\ 19}{41}\times 100=105\ 34$

उदाहरण ७—फिशर के आदर्श-सूचक विाध क द्वारा निम्नलिखित सामग्री से सूचकाक बनाना है

वस्तु	मूल्य(रु०)		राशि	
	1955	1956	1955	1956
चावल	20 0	15 0	1 मन	1 25 मन
नमक	4 0	4 12	10 सेर	8 सेर
कपडा	0 8	0 12	20 गज	18 गज
मकान-किराया	10 0	12 0	1	1

सूचकाक की गणना

वस्तु	P_0	P_1	Q_0	Q_1	p_1q_0	p_0q_{00}	p_1q_1	p_0q_1
चावल	20 0	15 00	1 00	1 25	15 00	20 00	18 75	25 00
नमक	4 0	4 75	0 25	0 20	1 19	1 00	0 95	0 80
कपडा	0 5	0 75	20 00	18 00	15 00	10 00	13 50	9 00
मकान-किराया	10 0	12 00	1 00	1 00	12 00	10 00	12 00	10 00
					Σ43 19	41 00	45 20	34 80

$$१९५६ \text{ के लिए फिशर का आदर्श सूचकाक} = \sqrt{\frac{\Sigma p_1 q_0}{\Sigma p_0 q_0}\times\frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}}\times 100$$

$$=\sqrt{\frac{43\ 19}{41\ 00}\times\frac{45\ 20}{34\ 80}}\times 100$$

$$= 116\ 9$$

फिशर के आदर्श सूचक की विपर्ययता—फिशर के सूचकांक के बारे में जो लाभ बताया जाता है वह है इसकी विपर्ययता। उपर्युक्त सामग्री (उदाहरण) को यदि हम काल विपर्यय परीक्षा करें (अर्थात् $P_{01}\times P_{10}=1$) तो विपर्ययता निम्नलिखित रीति से सिद्ध की जा सकती है

$$P_{01}=\sqrt{\frac{\Sigma p_1q_0}{\Sigma p_0q_0}\times\frac{\Sigma p_1q_1}{\Sigma p_0q_1}}$$

$$P_{10}=\sqrt{\frac{\Sigma p_0q_1}{\Sigma p_1q_1}\times\frac{\Sigma p_0q_0}{\Sigma p_1q_0}}$$

अतएव $$P_{01}\times P_{10}=\sqrt{\frac{\Sigma p_1q_0}{\Sigma p_0q_0}\times\frac{\Sigma p_1q_1}{\Sigma p_0q_1}\times\frac{\Sigma p_0q_1}{\Sigma p_1q_1}\times\frac{\Sigma p_0q_0}{\Sigma p_1q_0}}$$

उदाहरण के मूल्य रखने पर

$$=\sqrt{\frac{43\ 19}{41\ 00}\times\frac{45\ 2}{34\ 8}\times\frac{34\ 8}{45\ 2}\times\frac{41\ 00}{43\ 19}}$$

$$=1$$

खण्ड विपर्ययता (factor reversibility)—खण्ड-विपर्ययता का अर्थ मूल्यों और राशियों का अन्तर्निमय (interchange) करना है। जिस प्रकार सूचकांक में आधार वर्ष और चालू वर्ष का अन्तर्निमय किया जा सकना चाहिए, उसी प्रकार इसमें बिना असंगत परिणाम पाए मूल्यों और राशियों का अन्तर्निमय भी संभव होना चाहिए। इसके लिए निम्नलिखित समीकरण (equation) सन्तुष्ट होना चाहिए

$$P_{01}\times Q_{01}=\frac{\Sigma p_1q_1}{\Sigma p_0q_0}$$

अर्थात मूल्यों के परिवर्तनों और राशि के परिवर्तनों का गुणनफल अर्घ में हुए कुल परिवर्तन के बराबर होना चाहिए। अर्घ के परिवर्तन मूल्य और राशि के परिवर्तनों के फलस्वरूप होते हैं क्योंकि इनका गुणनफल अर्घ के बराबर होता है। उदाहरण के लिए यदि मूल्य दूना हो जाय और राशि चौगुनी हो जाय तो अर्घ अठगुना हो जायगा। इस प्रकार यदि $p_0=२$ तो $p_1=४$ और यदि $q_0=१$ तो $q_1=४$, आधार वर्ष का अर्घ$=p_0q_0=२\times१=२$, और चालू वर्ष का अर्घ $=p_1q_1=४\times४=१६$

फिशर का आदर्श सूचक इसे भी पूरा करता है। यह निम्नलिखित रीति से सिद्ध किया जा सकता है

$$P_{01}=\sqrt{\frac{\Sigma p_1q_0}{\Sigma p_0q_0}\times\frac{\Sigma p_1q_1}{\Sigma p_0q_1}}$$

$$Q_{01}=\sqrt{\frac{\Sigma p_0q_1}{\Sigma p_0q_0}\times\frac{\Sigma p_1q_1}{\Sigma p_1q_0}}$$

$$P_{01}\times Q_{01}=\sqrt{\frac{\Sigma p_1q_0}{\Sigma p_0q_0}\times\frac{\Sigma p_1q_1}{\Sigma p_0q_1}\times\frac{\Sigma p_0q_1}{\Sigma p_0q_0}\times\frac{\Sigma p_1q_1}{\Sigma p_1q_0}}$$

$$=\sqrt{\frac{\Sigma p_1q_1}{\Sigma p_0q_0}\times\frac{\Sigma p_1q_1}{\Sigma p_0q_0}}$$

$$=\frac{\Sigma p_1q_1}{\Sigma p_0q_0}$$

शृंखला आधार सूचकांक को स्थिर आधार सूचकांक में बदलना—जैसा हम पहले बता चुके हैं, स्थिर आधार सूचकांक किसी घटना के स्तर में हुए परिवर्तनों की तुलना सुदूर भूत में घटना के स्तर से करते हैं और शृंखला आधार सूचकांक इनकी तुलना पूर्वगत (preceding) वर्ष से करते हैं। बहुधा यह आवश्यक हो जाता है कि शृंखला आधार सूचकांकों का स्थिर आधार सूचकांकों में परिवर्तन किया जाय। इस क्रिया को सूचकांकों का समान आधार पर शृंखला बन्धन (linking the index numbers to a common base) कहते हैं। इसी प्रकार यह भी आवश्यक हो जाता है कि स्थिर आधार सूचकांकों को बदला जाय। ये रीतियाँ निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट हो जाएँगी।

उदाहरण ८—निम्नलिखित शृंखला-आधार सूचकांक को स्थिर आधार सूचकांक में बदलना है

वर्ष	शृंखला सूचक	वर्ष	शृंखला सूचक
1948	100	1953	105 3
1949	112 8	1954	103·3
1950	86 4	1955	109 8
1951	102 6	1956	88 4
1952	120 5	1957	75·8

चूँकि सूचकों का समान आधार (१९४८) से शृंखला बन्धन करना है इसलिए निम्नलिखित रीति का उपयोग किया गया है —

वर्ष	शृंखला-सूचकांक	1948 से शृंखला बन्धन	स्थिर सूचकांक
1948	100 0		=100 00
1949	112 8		=112 80
1950	86 4	$\frac{112\ 8}{100}\times 86\ 4$	=97 50
1951	102 6	$\frac{112\ 8}{100}\times\frac{86\ 4}{100}\times 102\ 6$	=100 03
1952	120 5	$\frac{112\ 8}{100}\times\frac{86\ 4}{100}\times\frac{102\ 6}{100}\times 120\ 5$	=120 50
1953	105 3	$\frac{112\ 8}{100}\times\frac{86\ 4}{100}\times\frac{102\ 6}{100}\times\frac{120\ 5}{100}\times 105\ 3$	=126 90
1954	103 3	$\frac{112\ 8}{100}\times\frac{86\ 4}{100}\times\frac{102\ 6}{100}\times\frac{120\ 5}{100}\times\frac{105\ 3}{100}\times 103\ 3$	=131 08
1955	109 8	$\frac{112\ 8}{100}\times\frac{86\ 4}{100}\times\frac{102\ 6}{100}\times\frac{120\ 5}{100}\times\frac{105\ 3}{100}\times\frac{103\ 3}{100}\times 109\ 8$	=143 90
1956	[illegible] 4	$\frac{112\ 8}{100}\times\frac{86\ 4}{100}\times\frac{102\ 6}{100}\times\frac{120\ 5}{100}\times\frac{105\ 3}{100}\times\frac{103\ 3}{100}\times\frac{109\ 8}{100}\times 88\ 4$	=127 20
1957	75 8	$\frac{112\ 8}{100}\times\frac{86\ 4}{100}\times\frac{102\ 6}{100}\times\frac{120\ 5}{100}\times\frac{105\ 3}{100}\times\frac{103\ 3}{100}\times\frac{109\ 8}{100}\times\frac{88\ 4}{100}\times 75\ 8$	=96 40

उपर्युक्त व्याकरण को निम्नलिखित रीति से भी दिखाया जा सकता है

वर्ष	शृंखला-सूचकांक	1948 में शृंखला बंधन	स्थिर सूचकांक
1948	100		=100 00
1949	112 8		=112 80
1950	86 4	$112\ 8 \times \frac{86\ 4}{100}$	= 97 50
1951	102 6	$97\ 5 \times \frac{102\ 6}{100}$	=100 03
1952	120 5	$100\ 03 \times \frac{120\ 5}{100}$	=120 50
1953	105 3	$120\ 5 \times \frac{105\ 3}{100}$	=126 90
1954	103 3	$126\ 9 \times \frac{103\ 3}{100}$	=131 08
1955	109 8	$131\ 08 \times \frac{109\ 8}{100}$	=143 90
1956	88 4	$143\ 9 \times \frac{88\ 4}{100}$	=127 20
1957	75 8	$127\ 2 \times \frac{75\ 8}{100}$	=96 40

अवलोकन—उपर्युक्त उदाहरण ८ में शृंखला सूचक उदाहरण १ से लिए गए हैं। यह देखा जा सकता है कि स्थिर सूचकांक उदाहरण १ के सूचकांकों के लगभग बराबर हैं।

उदाहरण ९—निम्नलिखित स्थिर आधार सूचकांकों को शृंखला आधार सूचकांकों में बदलना है

वर्ष	1948	1949	1950	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957
स्थिर सूचकांक (1948=100)	100	112 8	97 4	100	120 5	126 9	130 8	143 6	126 9	96.2

इसकी रीति निम्नलिखित है

वर्ष	स्थिर सूचकांक	शृखला में परिवर्तन	शृखला सूचकांक
1948	100		= 100
1949	112[redacted]	$\frac{112.8}{100} \times 100$	= 112.8
1950	97.4	$\frac{97.4}{112.8} \times 100$	= 86.4
1951	100.0	$\frac{100.0}{97.4} \times 100$	= 102.6
1952	120.5	$\frac{120.5}{100} \times 100$	= 120.5
1953	126.9	$\frac{126.9}{120.5} \times 100$	= 105.3
1954	130.8	$\frac{130.8}{126.9} \times 100$	= 103.3
1955	143.6	$\frac{143.6}{130.8} \times 100$	= 109.8
1956	126.9	$\frac{126.9}{143.6} \times 100$	= 88.4
1957	96.2	$\frac{96.2}{126.9} \times 100$	= 75.8

टिप्पणी—उपर्युक्त उदाहरण में उदाहरण ७ के स्थिर सूचकांक शृखला सूचकांकों में बदले गए हैं और जो शृखला मिलते हैं वे उदाहरण १ के सूचकों के समान हैं।

सूचकांकों का महत्व और उपयोग

सूचकांकों का उपयोग आर्थिक घटनाओं का स्तर नापने के लिये किया जाता है जिससे तुलना की जा सके। इसलिये ये सापेक्ष परिवर्तनों का अध्ययन करते हैं, निरपेक्ष परिवर्तनों का नहीं। विभिन्न उद्देश्यों को प्राप्त करने के लिए विभिन्न सूचकांक बनाए जाते हैं। वस्तु विशेष के सूचकांक केवल उस वस्तु से सबंधित घटनाओं के बारे में जानने के लिये बनाए जाते हैं जैसे कपास, वस्त्र आदि के मूल्य और राशि के सूचकांक। सूचकांकों का उपयोग विभिन्न वर्गों के लोगों के निर्वाह व्यय की तुलना के लिए भी बनाए जाते हैं। सामान्य उद्देश्यीय सूचकांक मूल्य, उत्पादन इत्यादि के सामान्य परिवर्तनों का अध्ययन करने के लिये बनाए जाते हैं। स्तरों के परिवर्तनों का अध्ययन करने के लिए सूचकांक सबसे अच्छी युक्ति है। चाहे उत्पादन हो, या

7 (*a*) Discuss briefly the problems involved in the construction of index numbers of prices

(*b*) Calculate three sets of index-numbers with the three quinquennial averages (i) 1909 10 to 1913-14, (ii) 1914-15 to 1918 19 and (iii) 1919 20 to 1923 24 as the respective bases from the following data —

Year	Value of Imports	Year	Value of Imports
Average 1909 10 to 1913 14	145 9	1926 27	231 [illegible]
		1927-28	231 2
Average 1913-14 to 1918 19	147 8	1928 29	253 3
		1929-30	240 8
Average 1919 20 to 1923-24	254 0	1930-31	164 [illegible]
1924 25	246 6	1931-32	126 4
		1932-33	132 6
1925-26	226 2	1933 34	115 4

(B Com Hons , *Travancore*)

8 Explain the principle of Index Number making with special reference to (a) the best average to be used, (b) effect of weighting Prove the property of geometric mean on which its advocates base their arguments for using it.

The following table gives (for the Madras Presidency) the quantities of four food grains purchasable for a rupee, for ten years if the relative importance of rice cholam, cumbu and ragi be as 10 5 3 2, make a table of index numbers of *prices* for each commodity for the last three years, taking the weighted mean of prices of all the commodities for the whole decade as base —

Seers per rupee

Year	Rice	Ragi	Cholam	Cumbu
1911	9 3	15 7	14 6	15 1
1912	7 5	13 5	12 5	12 2
1913	7 4	13 5	12 7	12 6
1914	7 7	13 [illegible]	13 5	12 9
1915	8 2	15 1	14 8	14 3
1916	7 9	14 8	14 6	13 6
1917	7 8	14 0	12 6	12 9
1918	6 9	12 0	9 9	10 5
1919	4 7	6 9	6 5	6 6
1920	4 6	6 7	6 6	6 4

(B A Hons , *Madras*)

[illegible] The following gives the annual income of a teacher and the general index number of prices during the last nine years

Year	Income (Rs)	General index no of prices	Year	Income (Rs)	General index no of prices
1939	360	100	1944	640	290
1940	420	104	1945	680	300
1941	500	115	1946	720	320
1942	550	160	1947	750	330
1943	600	280			

Prepare an index number to show the changes in real income of the teacher, and discuss the effects of a rise in the general level of prices on his real income (M A , *Agra*)

10 Calculate the index numbers of prices for 1952 on the basis of 1951 from the data given below —

Commodities	Weights	Price per unit 1951		Price per unit 1952	
		Rs	a	Rs	a
A	40	16	0	20	0
B	25	40	0	60	0
C	5	0	8	0	8
D	20	5	2	5	4
E	10	2	0	1	8

(M S W , *Lucknow*)

11 Construct the wholesale price index number for 1929 and 1930 from the data given below Use 1928 as the base year

Commodity	Wholesale price (in rupees) per maund 1928	1929	1930
Rice	7 3	7 7	5 8
Wheat	7 7	5 5	3 6
Linseed	7 0	8 0	6 5
Gur	6 5	7 3	6 2
Cotton	34 1	29 8	17 3
Tobacco	17 3	17 1	14 5

(M S W , *Lucknow*)

12 Using 1950 as the base year, calculate the index number of prices for 1951 Use geometric average

Commodity	Weight	Price in 1950					Price in 1951				
		Rs	as	p	per	unit	Rs	as	p	per	unit
A	20	8	0	0	,,	,,	12	0	0	,,	,,
B	12	2	4	[illegible]	,,	,,	2	13	0	,,	,,
C	4	0	0	9	,	,,	0	0	9	,,	,,
D	8	1	0	0	,,	,,	1	12	0	,,	,,
E	6	20	0	0	,,	,,	22	0	[illegible]	,,	,

(B A , *Lucknow*)

13 Prepare index numbers from the average prices from the three groups of articles given below in rupees per unit

Group	1939	1940	1941	1942
I	15	[illegible]	24	30
II	[illegible]	12	15	18
III	2	2	3	3

Give weights to the three groups as 4, 3 and 2 respectively (B Com , *Lucknow*)

14 From the following average prices of the three groups of commodities given in rupees per unit find chain base index numbers with 1939 as the base year —

Group	1939	1940	1941	1942	1943
I	2	3	4	5	6
II	8	10	12	15	18
III	4	5	8	10	12

(B Com , *Agra*)

15 What do you understand by cost of living indices ? Describe briefly the main steps of their construction illustrating your answer by taking the case of mill workers of Kanpur (B A , *Lucknow*)

16 Explain how cost of living index numbers are prepared What points are considered in the selection of the base year, prices and weights ? (B Com , *Agra*)

17 State the method of constructing a cost of living index number The following are the group index numbers and the group weights of an average working class family s budget Construct the cost of living index number by assigning the given weights —

Group	Index	Weights
Food	352	48
Fuel and Lighting	220	10
Clothing	230	8
Rent	160	12
Miscellaneous	190	15

(M Com , *Lucknow*)

18 Using 1949 as the base year, construct the cost of living index number for 1950 from the following data —

Article	Weights	Price in 1949	Price in 1950
		Rs a	Rs a
Rice	18	8 0 per maund	10 0 per maund
Wheat	15	5 0 ,, ,,	8 0 ,, ,,
Pulse	6	6 0 ,, ,,	7 0 ,, ,,
Sugar	4	0 4 per seer	0 6 per seer
Ghee	5	1 4 ,, ,,	2 0 ,, ,,
Cloth	10	0 8 per yard	0 10 per yard
Firewood	5	1 4 per maund	1 14 per maund
Cigarette	3	0 5 per packet	0 7 per packet
Paper	1	0 3 per quire	0 5 per quire
Kerosene oil	3	0 4 per bottle	0 4 per bottle

(M S W, *Lucknow*)

19 The following table gives the price and production figures for grains Calculate the price indexes by choosing different sets of weights —

Grain	Price (cents)		Production (millions of bushels)	
	1931 (p_0)	1935 (p_1)	1931 (q_0)	1935 (q_1)
Corn	42 3	67 4	3069	2916
Wheat	92 6	141 6	815	677
Oats	30 2	38 0	1078	1488
Barley	41 9	58 8	155	214
Rice	95 2	153 8	38	33

(M A, *Allahabad*)

20 What do you understand by 'time reversal test' and 'factor reversal test'? Illustrate how Fisher's Ideal Formula satisfies both these tests (M Com, *Allahabad*)

21 'Averages linked with percentages constitute the whole basis upon which is raised the superstructure of a simple device of comparing factors which are not *directly* comparable' Discuss

Construct suitable index numbers with the help of the following data —

Years	Wheat Quantity	Wheat Price	Rice Quantity	Rice Price	Gram Quantity	Gram Price
1939	15	15 3	5	20 2	10	4
1954	12	22 7	4	27 4	8	7

Give reasons for choosing the index number constructed by you (B Com *Allahabad*)

22 Discuss the problem of obtaining an ideal formula for the construction of index numbers of prices What is meant by 'Factor Reversal and Time Reversal Tests ? (M Com *Allahabad*)

23 After preparing a suitable general index number calculate the percentage increase in prices during 1951 52 from the following data —

		Price index number	
Commodities	Weights	1951	1952
Rice	27	93	120
Wheat	23	87	107
Barley	10	73	88
Gram	10	103	110
Arhar	5 5	123	130
Potato	4 5	99	85
Til	1 5	124	82
Sugar	12	91	80
Cotton	4 5	131	135
Tobacco	2	84	84

(M A *Allahabad*)

24 Explain the use of index numbers in the study of price changes in statistical analysis (M Com *Allahabad*)

25 What is an index number ? What are (*a*) time reversal and (*b*) factor reversal tests ? State their uses (*I A S*)

26 What is an index number ? State the method of constructing a cost of living index number (*I A S*)

27 Sketch the general lines on which you would proceed to construct a cost of living index number for middle class families in Bombay City What special problems are faced in constructing such an index in times of rapid changes of consumption habits and how would you tackle them ? (*I A S*)

28 What are index numbers of prices and for what purposes are they used ? Describe the general method of construction of a wholesale price index number illustrating your remarks with the help of any official index in current use in India (*I A S*)

29 What is Fisher s Ideal Formula for preparing Index Numbers ?

What are Time Reversal and Factor Reversal Tests ?

Compute an appropriate index number for purposes of comparison from the following data —

	Rice		Wheat		Jowar	
Year	Price	Quantity	Price	Quantity	Price	Quantity
1935	4	50	3	10	2	5
1945	10	40	8	8	4	4

(Prices and quantities are stated in arbitrary units)

(I A S)

30 What averages would you use in computing the Price Index Number from the following data for 1956 on the basis of 1955? Give reasons

Commodity	Unit	1955	1956
		Rs	Rs.
A	Per maund	18	36
B	Do	20	30
C	Do	10	5
D	Do	16	[redacted]
E	Do	12	6

अध्याय ११

अन्तर्वेशन

(Interpolation)

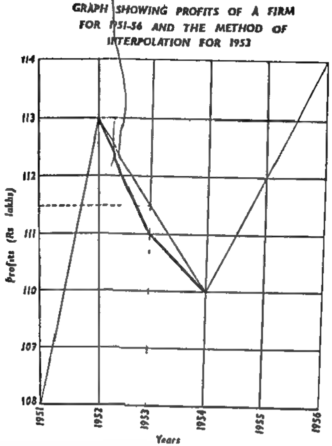
अन्तर्वेशन का अर्थ है किसी श्रेणी में अज्ञात मूल्यों को सर्वाधिक उपयुक्त प्राक्कलनो से पूरा करना। यह कुछ युक्तियुक्त कल्पनाओ के अन्तर्गत किया जाता है।

बहुधा यह आवश्यक हो जाता है कि सामग्री में असावधानी या अन्य किसी कारण से छूटे हुए पदो का मूल्य मालूम किया जाय। माध्यिका की गणना करते समय हमने देखा था कि, जब भी श्रेणी सतत थी या उसमें पदो की सख्या सम थी, हमें अन्तर्वेशन के द्वारा माध्यिका का मूल्य रखना पडा था। इसी प्रकार बहुलक, चतुर्थक आदि की गणना करने में भी हमें अन्तर्वेशन करना पडा था। इन सब स्थितियो में हम कुछ कल्पनाएँ कर लेते है और उन्ही के आधार पर आगे बढते हैं। अन्तर्वेशन की आवश्यकता उन सब स्थितियो में पडती है जहाँ सामग्री या सूचना अपूर्ण हो। सामग्री की अपूर्णता कई कारणो से उत्पन्न हो सकती है सामग्री-सग्रहण अपूर्ण हो या वे वर्गानुसार विभाजित किये गये हो और किसी वर्ग में एक पद का मूल्य मालूम करना हो, या कुछ सामग्री नष्ट हो गई हो।

यह भी हो सकता है कि दी हुई सामग्री से हम भविष्य के बारे में जानना चाहें। इस स्थिति में सर्वाधिक उपयुक्त मूल्य निकालने की क्रिया को बहिर्वेशन (extrapolation) कहते हैं।

कल्पनाएँ (assumptions)—हम मनमाने रूप से सर्वाधिक सभावी मूल्यो को नही रख सकते हैं। हमें इसके लिये बहुत सभावी और उचित प्राक्कलन करना पडता है और प्राक्कलन करने के लिए कल्पनाओ की आवश्यकता पडती है।

पहली कल्पना यह है कि बारबारता बटन प्रसामान्य है और उसमें आकस्मिक उतार-चढाव नही है। यदि उसमें प्रचण्ड (violent) परिवर्तन होते हैं तो अन्तर्वेशन करना असभव होगा क्योंकि प्रचण्ड परिवर्तनो के प्रभावो का प्राक्कलन नही किया जा सकता। दूसरी कल्पना यह है कि किसी दी हुई अवधि में श्रेणी में होने वाले परिवर्तन एक रूप हैं। ये कल्पनायें युक्तिसगत हैं और जब तक इनके विरुद्ध प्रमाण नही मिल जाता इनका विरोध करना अनावश्यक है। परन्तु यदि यह कल्पनाएँ सही



चित्र ३१

२ बीजीय विधियाँ

बीजीय विधियों के अन्तर्गत निम्नांकित आते हैं

(१) परवलयिक वक्र विधि युगपत समीकरणों की विधि (The Parabolic Curve Method, the Method of Simultaneous Equations)

(२) प्रगतिमान अन्तर विधि .dvancing Difference Method) या न्यूटन की विधि ।

(३) लगरांज-सूत्र (Lagran's formula)

(४) परिमित अन्तर विधि या द्विपद-विस्तार विधि (The Finite Differences Method or the Method of Binomial Expansion)

(१) **परवलयिक वक्र विधि**—इस विधि का उपयोग उन स्थितियों में किया जाता है जहाँ काल एकरूप अन्तर से बढ़ता है। इस विधि में nवें घात के परवलयिक वक्र का आसजन किया जाता है। वक्र का घात कुल पदों की संख्या से एक कम होना चाहिए। इस के लिए निम्नलिखित समीकार का उपयोग किया जाता है

$$y=a+bx+cx^2+dx^3+\ldots+nx^n$$

इसे nवें घात का परवलय कहते हैं। इसलिए यदि श्रेणी के ४ पद ज्ञात हैं तो परवलय का घात (४−१) = ३ होगा।

उदाहरण २—एक बीमा कम्पनी के पचवर्षीय लाभ निम्नलिखित हैं

वर्ष	लाभ (रु० '०००)	वर्ष	लाभ (रु० '०००)
(1)	(2)	(1)	(2)
1920	36 06	1930	42 81
1925	39 12	1935	47 38

१९२६ के संभावी लाभ की गणना करो।

हल—

मान लीजिए कि १९२६ किसी प्रकार असामान्य नहीं था, जिससे कम्पनी के लाभों में आकस्मिक परिवर्तन हो। कम्पनी के लाभ १९२० से धीरे-धीरे बढ़ रहे हैं और चूंकि श्रेणी के ज्ञात पदों की संख्या ४ है इसलिए हम ३ घात-परवलय का आसजन करेंगे। अर्थात्

$$y=a+bx+cx^2+dx^3$$

१९२६ से हुए काल विचलन x के मूल्य हैं

$$x=-6,\ -1,\ 0,\ +4,\ +9$$

y के विभिन्न मूल्य क्रमश

$$y=36\ 06,\ 39\ 12,\ y_0,\ 42\ 81 \text{ और } 47\ 38 \text{ हैं ।}$$

परवलय का आसजन करने पर हमें निम्नलिखित युगपत समीकार मिलेंगे

$$36\ 06=a-6b+36c-216d \quad (1)$$
$$39\ 12=a-b+c-d \quad (2)$$
$$y_0=a \quad (3)$$
$$42.81=a+4b+16c+64d \quad (4)$$
$$47\ 38=a+9b+81c+729d \quad (5)$$

यदि हम इससे 'a' का मूल्य निकाल लें तो १९२६ के लाभ का अन्तर्वेशन हो जाएगा । यह निम्नलिखित रूप से किया जाता है

$42\ 81 = a+4b+16c+64d$ (4)
$+156\ 48 = 4a-4b+4c-4d$ (2) $\times 4$ (b के निरसन हेतु)
$199\ 29 = 5a+20c+60d$ (6)

$216\ 36 = 6a-36b+216c-1296d$ (1) $\times 6$
$+189\ 52 = 4a+36b+324c+2916d$ (5) $\times 4$ (b के निरसन हेतु)
$405\ 88 = 10a+540c+1620d$ (7)
$-5380\ 83 = 135a+540c-1620d$ (6) $\times 27$ (b, c और d के निरसन हेतु)
$-4974\ 95 = -125a$
or a = **Rs. 39 79** (हजार)

उदहारण ३—निम्नलिखित आंकडे बीमा-पत्रो की बिक्री के है । १९३६ के लिए बिक्री का अक बताओ ।

वर्ष	बिक्री (०००)	वर्ष	बिक्री (०००)
(1)	(2)	(1)	(2)
1921	172	1941	158
1931	170	1951	180

हल—

१९३६ से काल विचलनो को नापने पर x और y के विविध मूल्य निम्नलिखित हैं

$x = -15, \quad -5, \quad 0, \quad +5, \quad +15$
$y = 172, \quad 170, \quad y_0 \quad 158 \quad 180$

या, '५ से x के मूल्यो को विभाजित करने पर

$x = -3, \quad -1, \quad 0, \quad +1, \quad +3$
$y = 172, \quad 170, \quad y, \quad 158, \quad 180$

इससे हम निम्नलिखित युगपद समीकार मिलते हैं

$172 = a-3b+9c-27d$ (1)
$170 = a-b+c-d$ (2)
$y_0 = a$ (3)
$158 = a+b+c+d$ (4)
$180 = a+3b+9c+27d$ (5)

'a' का मूल्य निम्नलिखित रीति से निकाला जाएगा

$a-3b+9c-27d = 172$ (1)
$+a+3b+9c+27d = 180$ (5) (b और d के निरसन हेतु)
$2a+18c = 352$ (6)

$a-b+c-d$	$=170$	(2)
$+a+b+c+d$	$=158$	(4) (b और d के निरसन हेतु)
$2a+2c$	$=328$	(7)
$18a+18c$	$=2952$	(7) $\times 9$ (c के निरसन हेतु)
$-2a+18c$	$=352$	(6)
$16a=2600$		(8)

या $a=$**162.5 हजार बीमा पत्र**

(२) न्यूटन का सूत्र—इस सूत्र का उपयोग भी समान अन्तर वाली स्थितियो मे होता है। यह विशेषत तब उपयुक्त है जब श्रेणी के प्रारभ में अन्तर्वेशन करना हो। सूत्र है

$$y_x=y_0+x\Delta_0+\frac{x(x-1)}{1\times2}\Delta^2{}_0+\frac{x(x-1)(x-2)}{1\times2\times3}\Delta^3{}_0+\frac{x(x-1)(x-2)(x-3)}{1\times2\times3\times4}\Delta^4{}_0$$

जहाँ y_0 मूल वर्ष में मूल्य है।

y_x वह राशि है जिसका अन्तर्वेशन करना है।

Δ सलग्न (adjoining) वर्षों में मूल्यो के अन्तर हैं।

x की गणना निम्नलिखित रूप से की जाती है

$$\frac{\text{अन्तर्वेशन वर्ष}-\text{मूल वर्ष}}{\text{सलग्नो वर्षों में काल दूरी}} \qquad \frac{\textit{Year of interpolation}-\textit{Year of origin}}{\textit{Time distance between adjoining years}}$$

उदाहरण ४—एक नगर की विभिन्न वर्षों की जनसख्या निम्नलिखित है।

वर्ष	जनसख्या	वर्ष	जनसख्या
1901	2,500	1931	3,700
1911	2,800	1941	4,350
1921	3,200	1951	5,225

१९०५ की जनसख्या का प्राक्कलन करो।

हल—

$$y_x=y_0+x\Delta_0+\frac{x(x-1)}{1\times2}\Delta^2+\frac{x(x-1)(x-2)}{1\times2\times3}\Delta^3{}_0+$$

$$\frac{x(x-1)(x-2)(x-3)}{1\times2\times3\times4}\Delta^4{}_0+\frac{x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}{1\times2\times3\times4\times5}\Delta^5{}_0$$

निम्नलिखित सारणी में Δ था के मूल्य निकाले गए है

वर्ष	जनसंख्या			सलग्न वर्षों के मूल्यों में अन्तर				
				Δ	Δ_2	Δ_3	Δ_4	Δ_5
1901	x_0	2,500	y_0					
				300Δ				
1911	x_1	2,800	y_1		$100\Delta_0$			
				$400\Delta_1$		$0\Delta_0$		
1921	x_2	3,200	y_2		$100\Delta_1$		$50\Delta_0$	
				$500\Delta_2$		$50\Delta_1$		$-25\Delta_0$
1931	x_3	3,700	y_3		$150\Delta_2$		$25\Delta_1$	
				$650\Delta_3$		$75\Delta_2$		
					$225\Delta_2$			
1941	x_4	4,350	y_4					
				$875\Delta_4$				
1951	x_5	5,225	y_5					

$$x=\frac{1905-1901}{10}=\frac{4}{10}= 4$$

सूत्र में मूल्य रखने पर

$$yx=2500+4\times300+\frac{4\times-6}{2}\times100+\frac{4\times-6\times-1\ 6}{6}\times0$$
$$+\frac{4\times-6\times-1\ 6\times-2\ 6}{24}\times50$$
$$+\frac{4\times-6\times-1\ 6\times-2\ 6\times-3\ 6}{120}\times-25$$
$$=2500+120-12+0-2\ 08+\ 75=2606\ 67$$

∴ १९०५ की प्राक्कलित जनसख्या $a=२६०७$

(३) लगरांज सूत्र—फ्रांसिसी गणितज्ञ ल्गरांज द्वारा दिये गए इस सूत्र का उपयोग उन सब स्थितियो में किया जाता है जहाँ श्रेणी में असमान काल-अन्तराल होते है। यह सूत्र निम्नलिखित है

$$y_x = y_0 \frac{(x-x_1)(x-x_2) \ldots (x-x_n)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2) \ldots (x_0-x_n)} + y_1 \frac{(x-x_0)(x-x_2) \ldots (x-x_n)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2) \ldots (x_1-x_n)} + \ldots + y_n \frac{(x-x_0)(x-x_1) \ldots (x-x_{n-1})}{(x_n-x_0)(x_n-x_1) \ldots (x_n-x_{n-1})}$$

जहा y_x वह राशि है जिसका अन्तर्वेशन करना है।

x वह राशि है जिसके लिए y_x का मूल्य जानना है।

$x_0, x_1, x_2 \ldots x_n$ x-श्रेणी में चर के मूल्य हैं।

$y_0, y_1, y_2 \ldots y_n$ y-श्रेणी में चर के मूल्य हैं।

इस सूत्र का उपयोग करने की रीति निम्नलिखित उदाहरण से स्पष्ट हो जाएगी

उदाहरण ५—निम्नलिखित सारणी में विभिन्न वर्षों को पूरा करने पर दिये जाने वाले बीमा प्रव्याजि (Insurance Premium) दिये हुए है। ३५ वर्ष पूरे होने पर दिये जाने वाले प्रव्याजि का प्राक्कलन करो

आयु	25	30	40	50
प्रव्याजि (रु०)	50	55	70	95

हल—

आयु	प्रव्याजि
25 x_0	50 y_0
30 x_1	55 y_1
40 x_2	70 y_2
50 x_3	95 y_3

$x=35$

व्यवहार्य सूत्र

$$y_x = y_0 \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)} + y_1 \frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)}$$
$$+ y_2 \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)} + y_3 \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_0)(x_3-x_1)(x_3-x_2)}$$

सूत्र में उदाहरण से मूल्य रखने पर :

$$y_x = 50\frac{(35-30)(35-40)(35-50)}{(25-30)(25-40)(25-50)} + 55\frac{(35-25)(35-40)(35-50)}{(30-25)(30-40)(30-50)}$$

$$+70\frac{(35-25)(35-30)(35-50)}{(40-25)(40-30)(40-50)} + 95\frac{(35-25)(35-30)(35-40)}{(50-25)(50-30)(50-40)}$$

$$= 50\frac{5\times-5\times-15}{-5\times-15\times-25} + 55\frac{10\times-5\times-15}{5\times-10\times-20}$$

$$+70\frac{10\times5\times-15}{15\times10\times-10} + 95\frac{10\times5\times-5}{25\times20\times10}$$

$$= -10 + 41.25 + 35 - 4.75 = \mathbf{61.5}$$

∴ ३५ वर्ष पूरे होने पर दी जाने वाली प्रव्याजि रीशि रु० ६१.५० है।

(४) **परिमित अन्तर विधि**—यह विधि उन स्थितियों में काम में लाई जा सकती है जहाँ श्रेणी समान अन्तरालों में बढ़ती है और हमें किसी अन्तराल में आने वाले मूल्य को मालूम करना होता है। इस विधि में प्रत्यक्ष रूप से द्विपद का विस्तार किया जाता है। इसमें यह मान लिया जाता है कि n पदों की श्रेणी का nवाँ प्रमुख अन्तर (leading difference) शून्य होता है। इस प्रकार ५ पदों वाली श्रेणी का ५वाँ प्रमुख अन्तर शून्य होगा। संकेत रूप में

$\Delta^5_0 = 0$, जिसका द्विपद विस्तार निम्नलिखित है

$$\Delta^5_0 = y_5 - 5y_4 + 10y_3 - 10y_2 + 5y_1 - y_0 = 0.$$

इसी प्रकार विविध ज्ञात मूल्यों का द्विपद विस्तार मालूम किया जाता है, और ys के तत्सम्बन्धित मूल्यों द्वारा y के अज्ञात मूल्य को निकाला जा सकता है। निम्नलिखित उदाहरण से यह रीति स्पष्ट हो जाएगी —

उदाहरण ६—निम्नलिखित सारणी में वयस-समूहों के आधार पर एक गाँव की जनसंख्या दी गई है

आयु (वर्षों में)	जनसंख्या ('०००)	आयु (वर्षों में)	जनसंख्या ('०००)
5 से कम	7	15—20	?
5—10	21	20—25	57
10—15	35	25—30	58

इन अंकों के आधार पर १५-२० वर्ष की आयु वालों की संख्या का प्राक्कलन करो।

हल .—

आयु (वर्षों में)		जनसंख्या (000)	आयु (वर्षों में)		जनसंख्या (000)
5 से कम	...	7 y_0	15—20	...	? y_3
5—10	.	21 y_1	20—25	...	57 y_4
10—15	...	35 y_2	25—30	...	58 y_5

चूंकि उपर्युक्त श्रेणी में ज्ञात पद ५ हैं, इसलिए ५वां प्रमुख अन्तर शून्य होगा। द्विपद विस्तार के निम्नलिखित सूत्र से हम अज्ञात राशि जान सकते हैं। द्विपद विस्तार है

$$\Delta^5_0 = y_5 - 5y_4 + 10y_3 - 10y_2 + 5y_1 - y_0 = 0$$

सूत्र में मूल्य रखने से

$$\Delta^5_0 = 1(58) - 5(57) + 10y_3 - 10(35) + 5(21) - 1(7) = 0$$

$$= 58 - 285 + 10y_3 - 350 + 105 - 7 = 0$$

या $-10y_3 = -479$

या $y_3 = 47{\cdot}9$

१५-२० वाले वयस-समूह में आकलित जन संख्या ४७ ९ हजार है।

द्विपद-विस्तार कैसे निकाला जाता है?—उपर्युक्त सूत्र में द्विपद विस्तार जानने के लिये $(a+b)^n$ का विस्तार किया जाता है। यहाँ n श्रेणी के ज्ञात पदों की संख्या है। गुणांक (उपर्युक्त उदाहरण में १, ५, १२, ५, १) निम्नलिखित सूत्र द्वारा जाने जाते हैं

$$1 - n + n\frac{n(n-1)}{\lfloor 2} - \frac{n(n-1)(n-2)}{\lfloor 3} + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{\lfloor 4} \ldots \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-x\ \ )}{\lfloor n}$$

जहाँ $\lfloor 2$ बहु उपादानीय (factorial) २ है (अर्थात् १ × २) है, $\lfloor 3$ बहु-उपादानीय ३ (अर्थात १ × २ × ३) है, इत्यादि।

उपर्युक्त उदाहरण में जहाँ $n=5$ है, द्विपद विस्तार में गुणांक निम्नलिखित होंगे —

$$1 - 5 + \frac{5(5-1)}{1\times2} - \frac{5(5-1)(5-2)}{1\times2\times3} + \frac{5(5-1)(5-2)(5-3)}{1\times2\times3\times4} - \frac{5(5-1)(5-2)(5-3)(5-4)}{1\times2\times3\times4\times5}$$

या $1 - 5 + 10 - 10 + 5 - 1$

इसी प्रकार ज्ञात मूल्यों की किसी भी संख्या के लिए द्विपद विस्तार जाना जा सकता है। उदाहरणार्थ यदि ज्ञात मूल्य ७ हों तो द्विपद विस्तार में गुणांक निम्नलिखित होंगे —

$$1-7+\frac{7(7-1)}{1\times2}-\frac{7(7-1)(7-2)}{1\times2\times3}+\frac{7(7-1)(7-2)(7-3)}{1\times2\times3\times4}$$
$$-\frac{7(7-1)(7-2)(7-3)(7-4)}{1\times2\times3\times4\times5}+\frac{7(7-1)(7-2)(7-3)(7-4)(7-5)}{1\times2\times3\times4\times5\times6}$$
$$-\frac{7(7-1)(7-2)(7-3)(7-4)(7-5)(7-6)}{1\times2\times3\times4\times5\times6\times7}$$

या $1-7+21-35+35-21+7-1$

ये गुणांक क्रमशः ज्ञात मूल्यों से गुणा किये जाते हैं। प्रथानुसार ज्ञात मूल्य $y_0, y_1 \ldots y_n$ से व्यक्त किये जाते हैं। यह भी अवलोक्य है कि + और — चिह्न एक दूसरे के बाद प्रकारान्तर से (alternatively) आते रहते हैं। निम्नलिखित सारणी में ज्ञात पदों की २ से ९ तक की संख्या के लिए द्विपद विस्तार दिये गए हैं

ज्ञात पदों की संख्या	द्विपद विस्तार
2	$y_2-2y_1+y_0$
3	$y_3-3y_2+3y_1-y_0$
4	$y_4-4y_3+6y_2-4y_1+y_0$
5	$y_5-5y_4+10y_3-10y_2+5y_1-y_0$
6	$y_6-6y_5+15y_4-20y_3+15y_2-6y_1\quad y_0$
7	$y_7-7y_6+21y_5-35y_4+35y_3-21y_2+7y_1-y_0$
8	$y_8-8y_7+28y_6-56y_5+70y_4-56y_3+28y_2-8y_1+y_0$
9	$y_9-9y_8+36y_7-84y_6+126y_5-126y_4+484y_3-36y_2+9y_1-y_0$

उपसंहार—अन्तर्वेशन (जिसमें बहिर्वेशन भी सम्मिलित है) का उपयोग माध्यमिक मूल्यों को जानने और पूर्वानुमान करने के लिए बहुत किया जाता है। हमने प्राक्कलन के लिए चार विधियों का वर्णन किया है। सामग्री की प्रकृति के अनुसार इनमें किसी का भी उपयोग अन्तर्वेशन के लिए किया जा सकता है।

QUESTIONS

1 Discuss the utility of interpolation and extrapolation to a business man What are the different methods known to you for interpolation ? (M Com , *Agra*)

2 The following table shows the value of an immediate life annuity for every £100 paid Interpolate for the age 42 —

Age (yrs)	40	50	60	70
Annuity (£)	6 2	7 2	9 1	12 0

(M A , *Calcutta*)

3 Interpolate from the following data the number of workers earning Rs 24 or more but less than Rs 25 —

Earning less than (Rs)	20	25	30	35	40
No of workers	296	599	804	918	966

(*U P S C*)

4 The following table gives the single premiums for an assurance of Rs 1,000 payable at death only Calculate by the graphic method the single premium payable by the entrants at ages 34 and 56 Which of the two values is likely to be more accurate and why?

Age of entrance	Single premium (Rs)	Age of entrance	Single premiums (Rs)
20	616	36	749
24	645	40	787
28	678	44	825
32	713	48	863

(B Com, *Madras*)

5 By Newton's formula or by some other method estimate the aggregate number of incomes from 20 sh to 25 sh in the following table —

Income in shillings	Number	Income in shillings	Number
Under 10 sh	19	30 sh to 40 sh	209
10 sh to 20 sh	38	40 sh to 50 sh	117
20 sh to 30 sh	116	50 sh and over	[illegible]
			561

(M A, *Calcutta*)

6 The population of a town is given below in the years mentioned What is it likely to be in 1939 and 1944?

Year	Population	Year	Population
1940	24,367	1942	38,018
1941	27,895	1943	49,950

How far would you rely on your results?

(B Com, *Agra*)

7 Estimate the probable number of passengers if the rate be 4 2 in the following table

Rate	Number of passengers	Rate	Number of passengers
5 0	30,000	3 5	100 000
4 5	40,000	3 0	150,000
4 0	60,000		

(M Com, *Agra*)

8 The following table gives the number of men in the various income groups Estimate by means of a formula of interpolation, the number of men in the income group Rs 1,000-1,200 —

Income group	Number of men	Income group	Number of men
500—1,000	5,200	2,000—2,500	3,200
1,000—1,500	4,800	2,500—3,000	1,600
1,500—2,000	4,200		

(B Com , *Lucknow*)

9 The following table gives the population of India at the time of the last five censuses —

Year	Population in lakhs	Year	Population in lakhs
1911	25,22	1941	31,68
1921	25,14	1951	36,13
1931	27,91		

The Census Commissioner for India estimates the population in India for 1961 at 40,78 lakhs By using any formula of extrapolation, verify the correctness of the above estimate

(B A , *Lucknow*)

10 Interpolate the population of India in 1926 from the data given below —

Year	Population	Year	Population
1901	294 million	1921	319 million
1911	315 ,,	1931	353 ,,

(M S W , *Lucknow*)

11 The population of an Indian state is given below as found in the census reports Make an estimate of what it might have been in 1913 —

Year	Population	Year	Population
1901	2797	1921	3145
1911	2902	1931	3493

(B Com , *Lucknow*)

12 Interpolate the value of exports in the year 1943 from the data given below Use algebraic method —

Year	Value of exports (Rs thousands)	Year	Value of exports (Rs thousands)
1940	3,92,02	1944	3,37,55
1941	2,65,10	1945	3,29,87
1942	2 61,63	1946	2 74,31
1943	?		

(B A , *Lucknou*)

13. Estimate the missing figure in the following table —

x	20	22	25	30	35
y	73	?	198	573	1198

(B Com , *Lucknow*)

14. From the following life table calculate the number living at ages 25, 35, and 47 —

Age (in years)	20	30	40	50
Number living	51	44	35	24

(M A , *Allahabad*)

15 From the following table, find the number of students who obtained less than 45 marks —

Marks	Number of students	Marks	Number of students
30—40	31	60—70	35
40—50	42	70—80	31
50—60	51		

(M Com , *Allahabad*)

16 The following table gives the number of income-tax assessees in a certain state —

Income not exceeding (Rs)	Number of assessees	Income not exceeding (Rs)	Number of assessees
2,500	7,166	7,500	20,505
3 000	10,576	10,000	21,975
5,000	17,200		

Estimate the number of assessees with incomes not exceeding Rs 4,000 (M Com., *Allahabad*)

17 The following figures relate to the number of estates liable to estate duty in a particular year —

Class of estate	Number liable
Rs 25,000—Rs 30,000	638
Rs 30,000—Rs 40,000	740
Rs 40,000—Rs 50,000	415

Estimate the number between Rs 31,000 and Rs 32 000 by interpolation (M A , *Allahabad*)

18 The following are the amount of taxes paid by 100 businessmen of a certain place in U P in the year 1953 —

	Number of businessmen
More than Rs 100	100
,, ,, Rs 200	80
,, ,, Rs 300	62
,, ,, Rs 400	40

Find out the number of business men who paid more than Rs 200, but not more than Rs 250, as taxes

(M Com, *Allahabad*)

19 From the data givn below interpolate the index number for 1933 —

Year	Index number
1930	173
1931	149
1932	145
1934	131
1935	141

(M Com, *Allahabad*)

20 Estimate by the method of interpolation, the expectations of life at age 22 from the following data, stating the assumption underlying the formula used by you —

Age	10	15	20	25	30	35
Expectation of life (in years)	35 4	32 2	29 1	26 0	23 1	20 4

(I A S)

21 State Newton's formula for interpolation for equal intervals and the assumptions underlying it Use it to find the annual net premium at age 25 from the table given below —

Age	Annual net premiums
20	01427
24	01581
28	01772
32	01996

(I A S)

22 Develop a formula which will help interpolation when observations are shown to be at unequal intervals

The observed values of a function are respectively 168, 120, 72, and 63 at the four positions 3, 7, 9, and 10 of the independent varias What is the best estimate you can give for the value of the function at the position 6 of the independent variable ? (I A S)

23 Obtain an interpolation formula when observations are known to be at equal intervals

Find by simple interpolation the median of the distribution of marks obtained by 80 students as given below —

Marks	Frequency
0—10	3
10—20	9
20—30	15
30—40	30
40—50	18
50—60	5

Draw also the cumulative frequency curve (ogive) of the above distribution and read off the value of the median (I A S)

24 The following table gives the population of an Indian State in 1901, 1911, 1921, and 1931 —

Estimate the population in 1924, making your method clear

Year	Population
1901	2,797
1911	2,935
1921	3,047
1931	3,354

(P C S)

25 The gross profits of the Buland Sugar Co Ltd., are given below —

	Gross Profits (in lakhs of rupees)
1935-36	4 86
1937-38	12 64
1939-40	13 [illegible]
1941-42	16 65
1943-44	23 20

Make an estimate for 1942-43 and 1944-45

(B Com, *Rajputana*)

अध्याय १२

गुण-साहचर्य

(Association of Attributes)

सांख्यिकी में कई बार हमें ऐसी सामग्री पर विचार करना पड़ता है जो गुणों (attributes) के आधार पर विभाजित होती है। ऐसी सामग्री के होने का कारण या तो यह होता है कि हम गुणों में भेद तो कर सकते हैं परन्तु नाप नहीं सकते, जैसे स्त्री और पुरुष, शिक्षित और अशिक्षित, विवाहित और अविवाहित आदि, या यह हो सकता है कि नाप के अनुसार भी गुण देखे जा सकते हैं, जैसे ५ फिट से अधिक और कम लम्बे लोग। इस प्रकार से संग्रहीत सामग्री को गुणों के आंकड़े' कहते हैं। यह आवश्यक नहीं है कि वस्तुओं में केवल एक गुण हो, उनमें एक से अधिक गुण भी हो सकते हैं। 'गुण साहचर्य' का अध्ययन दो गुणों के बीच संबंध जानने के लिए किया जाता है। उदाहरणार्थ, हम यह देख सकते हैं कि लोगों के एक समूह में कुछ के टीका लगाया गया है और अन्य के नहीं और टीका लगे हुए व्यक्तियों में कितनों को चेचक हुई। इस उदाहरण में महत्वपूर्ण समस्या यह जानना है कि टीके की कार्य-साधकता या उसकी निवारक शक्ति कितनी है।

सांख्यिकी में 'साहचर्य' एक पारिभाषिक शब्द है और इसका अर्थ साधारण बोलचाल के अर्थ से भिन्न है। बोलचाल में यदि दो गुण कई बार साथ पाये जायें तो हम कहते हैं कि उनमें साहचर्य है। परन्तु सांख्यिकी में दो गुणों में तभी साहचर्य माना जाता है जब वे एक दूसरे से स्वतन्त्र होने पर जितनी बार साथ पाए जा सकते हैं उससे अधिक संख्या में साथ साथ पाए जायें।[1]

शब्दों और संकेतों का उपयोग (use of terms and notations)—इससे पहले कि हम गुण-साहचर्य का अध्ययन करें, यह आवश्यक है कि हम तत्संबंधी शब्दों और संकेतों को समझ लें।

गुण ऋणात्मक या धनात्मक हो सकते हैं। यदि किसी वस्तु में कोई गुण है तो हम कहते हैं कि **धनात्मक गुण** है इस गुण का विरोधी गुण होने पर हम कहते हैं कि **ऋणात्मक-गुण** है। इसलिए धनात्मक गुण का अर्थ किसी गुण या लक्षण की विद्यमानता (presence) और ऋणात्मक गुण का अर्थ उसकी अविद्यमानता (absence) है। ऋणात्मक गुणों को विरोधी गुण (contraries) भी कहते हैं।

यदि हम समूह या वर्ग में केवल एक गुण पर विचार करें तो उसे पहली श्रेणी का समूह या वर्ग (class of first order) कहते हैं, दो गुण वाले को दूसरी श्रेणी का, तीन गुण वाले को तीसरी श्रेणी का इत्यादि। निरीक्षण के क्षेत्र को समष्टि (universe or population) कहते हैं।

वे वर्ग जो उच्चतम श्रेणी के गुणों को बताते हैं चरम वर्ग (ultimate classes) कहलाते हैं और उनकी बारबारताएँ चरम वर्ग बारबारताएँ (ultimate class frequencies) कहलाती हैं। उदाहरणार्थ, यदि हम दो गुणों पर विचार करें तो ऐसे वर्ग जिनमें दोनों गुण विद्यमान हों, दोनों गुण अविद्यमान हों, पहला विद्यमान हो और दूसरा अविद्यमान हो या पहला अविद्यमान हो और दूसरा विद्यमान हो, चरम वर्ग कहलाते हैं और उनकी बारबारताएँ चरम वर्ग बारबारताएँ कहलाती हैं।

गुण की विद्यमानता और अविद्यमानता प्रकट करने के लिए सामान्यतः संकेतों (notations) का उपयोग किया जाता है। संकेतों का उपयोग सामग्री को सुविधाजनक रूप में व्यक्त करने के लिए किया जाता है। प्रथानुसार बड़े अक्षर, A, B, C, आदि का उपयोग गुण की विद्यमानता दिखाने के लिए और ग्रीक अक्षर, α, β, γ, आदि का उपयोग गुण की अविद्यमानता दिखाने के लिये किया जाता है, परन्तु कभी-कभी गुण की अविद्यमानता दिखाने के लिए छोटे अक्षर a, b, c आदि का भी उपयोग किया जाता है। इस प्रकार 'A' धनात्मक गुण है, और 'B', 'C' आदि भी धनात्मक गुण हैं। 'AB', 'BC', 'AC', 'ABC' आदि धनात्मक वर्ग हैं। 'a' 'b', 'c', 'ab', 'bc', 'ac' और 'abc' ऋणात्मक वर्गों के उदाहरण हैं। यदि 'A' का उपयोग 'अन्धा' के लिए किया जा रहा है तो 'a' का अर्थ 'अन्-अन्धा' (not-blind) होगा। 'B' का उपयोग निरक्षर के लिए किया जा रहा है तो 'b' का उपयोग साक्षर के लिए होगा। इनके संयोग भी बनाए जा सकते हैं। 'AB' का अर्थ अन्धा और निरक्षर होगा, 'Ab' का अर्थ अन्धा और साक्षर होगा। यदि इन्हें कोष्ठकों में रख दिया जाय, जैसे (AB), (Ab) आदि तो ये उस वर्ग की बारबारता के संकेत हैं। (AB) का अर्थ है अन्धे और निरक्षरों की बारबारता।

साहचर्य

साहचर्य का अध्ययन करने में निम्नलिखित बातों का ध्यान रखना चाहिए

(१) यदि चरम वर्ग-बारबारताएँ दी हुई हों, तो धन और ऋण वर्गों की बारबारताएँ और कुल निरीक्षणों की संख्या (N) जानना संभव है।

निम्नलिखित उदाहरण से यह स्पष्ट हो जाएगा :--

उदाहरण १—निम्नलिखित चरम वर्ग-बारंबारताओं से धनवर्गों और ऋण वर्गों की बारंबारताएं एवं कुल निरीक्षणों की संख्या मालूम करो

$$(AB)=50,\ (aB)=40,\ (Ab)=25,\ (ab)=20$$

हल

हम (A) (a) (B) (b) और N के मूल्य निकालने हैं।

किसी प्रथम श्रेणी के वर्ग की बारंबारता दो दूसरी श्रेणी के वर्गों की, जिनमें वही चिह्न है, बारंबारताओं के योग के बराबर है। अतएव

$$(A)=(AB)+(Ab)=50+25=75$$

$$(B)=(AB)+(aB)=50+40=90$$

$$(a)=(aB)+(ab)=40+20=60$$

$$(b)=(Ab)+(ab)=25+20=45$$

कुल निरीक्षणों की संख्या एक गुण के धन और ऋण वर्गों की बारंबारताओं के योग के बराबर होता है। अर्थात्

$$N=(A)+(a)=75+60=135$$

या $$N=(B)+(b)=90+45=135$$

धन और ऋण वर्गों की बारंबारताएं जानने का एक अन्य सुविधाजनक उपाय निम्नलिखित सारणी का उपयोग करना है —

	A	a	योग
B	(AB) 50	(aB) 40	(B) 90
b	(Ab) 25	(ab) 20	(b) 45
योग	(A) 75	(a) 60	(N) 135

यदि उपर्युक्त सारणी में ज्ञात मूल्यों को यथा स्थान रख दिया जाए तो अन्य गुणों को जोड़ या घटा कर जाना जा सकता है।

(२) सम्भाविता (Probability) संयोग (chance) का अध्ययन है—हम जानते हैं कि यदि एक सिक्का उछाला जाय तो उसके चित या पट गिरने की सम्भा

विता १/२ है। उसी प्रकार, यदि हम पाँसा फेंके तो किसी एक पक्ष के ऊपर आने की सभाविता १/६ है। इसी प्रकार

$$(A) \text{ की सभाविता} = \frac{(A)}{N}$$

$$(B) \quad ,, \quad ,, \quad = \frac{(B)}{N}$$

$$(A) \times (B) \quad ,, \quad ,, \quad = \frac{(A)}{N} \times \frac{(\;)}{N}$$

(३) किसी घटना या गुण की प्रत्याशा (expectation) उसकी संभाविता और निरीक्षणों की संख्या के गुणनफल के बराबर होती है। यदि हम एक सिक्के को १० बार उछालते हैं तो उसके चित गिरने की सभाविता १/२ है और चित पड़ने की प्रत्याशा १/२ × १० = ५ है। सकेत रूप मे

$$(A) \text{ और } (B) \text{ की प्रत्याशा} = \frac{(A)}{N} \times \frac{(B)}{N} \times N = \frac{(A) \times (B)}{N}.$$

(४) यदि किसी निरीक्षित (observed) गुण की बारबारता उसकी प्रत्याशा के बराबर है, तो यह कहा जाता है कि वे एक दूसरे से स्वतंत्र हैं।

उदाहरण २—निम्नलिखित सामग्री के आधार पर बताओ कि A और B में साहचर्य है या नही।

$$(A)=50,\ (B)=90,\ (AB)=54 \text{ और } N=100.$$

स्वातन्त्र्य का निकष है

$$(AB) = \frac{(A) \times (B)}{N}$$

हम देखते हैं कि (AB) = 54। गणना करने से, यदि A और B स्वतन्त्र होते तो इसका मूल्य $(A) \times (B)/N = 60 \times 90/100 = 54$ होता। चूँकि निरीक्षित मूल्य प्रत्याशित मूल्य के बराबर है, इसलिए उपर्युक्त उदाहरण में A और B स्वतन्त्र हैं।

परन्तु यदि (AB) 54 न होकर कोई दूसरी राशि होता (चाहे अधिक या कम) तो हम यह निष्कर्ष निकालते कि उनमें साहचर्य है। यह साहचर्य या तो धन होगा या ऋण। ऋण साहचर्य को असाहचर्य भी कहते है।

यदि $(AB) > \frac{(A)(B)}{N}$ तो साहचर्य धन है।

$(AB) < \frac{(A)(B)}{N}$ तो साहचर्य ऋण है, या A और B में असाहचर्य है

निम्नलिखित उदाहरण पर विचार कीजिये

उदाहरण ३—यदि $(a)=150$, $(b)=210$, $(ab)=70$ और $N=500$, तो 'a' और b में साहचर्य मालूम करो

हल

स्वातन्त्र्य का निकष है $(ab)=\frac{(a)\times(b)}{N}$

प्रश्नानुसार स्वातन्त्र्य बारम्बारता $=\frac{150\times210}{500}=63$

परन्तु प्रश्न में $(ab)=70$, इसलिए a और b स्वतन्त्र नही है। यदि $(ab)>(a)\times(b)/N$ तो धन साहचर्य होगा और चूँकि $70>63$ इसलिए a और b में धन-साहचर्य है।

उदाहरण ४—यदि $(A)=240$, $(b)=300$, $(Ab)=80$, और $N=800$, तो मालूम करो कि A और b में धन साहचर्य है या ऋण।

हल

स्वातन्त्र्य-निकष है $(Ab)=\frac{(A)\times(b)}{N}$

प्रश्नानुसार स्वातन्त्र्य बारम्बारता $=\frac{(A)\times(b)}{N}=\frac{240\times300}{800}=90$

परन्तु $80<90$ इसलिए A और b स्वतन्त्र नही हैं, और चूँकि $(Ab)<(A)\times(b)/N$, इसलिए इनमें ऋण साहचर्य है।

साहचर्य-गुणांक (Coefficient of Association)

उपर्युक्त विवरण में हमने देखा कि साहचर्य और उसकी प्रकृति (धन या ऋण) किस प्रकार मालूम करते है। परन्तु अब तक हमने साहचर्य का परिमाण नापने की कोई विधि नही बताई है। साहचर्य-परिमाण का साख्यिकीय विश्लेषण में बहुत महत्व है। इसलिए यह जानना आवश्यक है कि हम साहचर्य प्रगाढता (intensity of association) जानें। इससे हम उसकी सार्थकता जान सकते है।

साहचर्य-परिमाण का माप साहचर्य-गुणाक है। साख्यिकी में कई प्रकार के साहचर्य-गुणाक प्रचलित है परन्तु प्रो० यूल (Yule) द्वारा दिया गया निम्नलिखित साहचर्य-गुणाक सर्वाधिक प्रचलित है

$$Q=\frac{(AB)(ab)-(Ab)(aB)}{(AB)(ab)+(Ab)(aB)}$$

जहाँ Q साहचर्य-गुणाक है,

A और B गुण है, और a और b उनके विरोधी गुण हैं।

यूल के साहचर्य गुणाक की विशेषताएँ—यूल के गुणाक का सबसे बड़ा लाभ उसकी सरलता (simplicity) है। यदि गुण एक दूसरे से पूर्णत स्वतत्र हो तो साहचर्य गुणाक 0 होगा। यदि गुणो में पूर्ण साहचर्य है तो साहचर्य गुणाक +१ होगा और पूर्णत असाहचर्य होने पर —१। +१ और —१ के बीच में विविध साहचर्य परिमाण आएँगे।

उदाहरण ५—एक परीक्षा में १३५ विद्यार्थियो की अग्रेजी और अर्थशास्त्र मे योग्यता की जाँच की गई। परीक्षा के परिणाम मे ७५ विद्यार्थी अग्रेजी में, ९० अर्थशास्त्र मे और ५० दोनो में अनुत्तीर्ण हुए। मालूम कीजिए कि क्या अर्थशास्त्र में अनुत्तीर्ण होने और अग्रेजी में अनुत्तीर्ण होने में कोई साहचर्य है। साहचर्य का परिमाण भी निकालिए।

हल चिन्हो के रूप में उपर्युक्त सामग्री निम्नलिखित होगी

(A)=अग्रेजी में अनुत्तीर्णों की सख्या=७५
(B)=अर्थशास्त्र " " " =९०
(AB)=अग्रेजी और अर्थशास्त्र " =५०
N=विद्यार्थियो की कुल सख्या =१३५

साहचर्य का परिमाण निम्न सूत्र से जाना जाता है

$$Q=\frac{(AB)(ab)-(Ab)(aB)}{(AB)(ab)+(Ab)(aB)}.$$

उपर्युक्त सामग्री से हमें परम वर्ग-बारबारताएँ निकालनी पड़ेंगी

$$(a)=N-(A) =135-75=60$$
$$(b)=N-(B) =135-90=45$$
$$(aB)=(B)-(AB)=90-50=40$$
$$(Ab)=(A)-(AB)=75-50=25$$
$$(ab)=(a)-(aB)=60-40=20$$

उपर्युक्त सूत्र मे इन मूल्यों को रखने पर

$$Q=\frac{50\times20-25\times40}{50\times20+25\times40}=\frac{0}{2000}=0$$

अतएव अर्थशास्त्र में और अग्रेजी में अनुत्तीर्ण होना एक दूसरे से पूर्णत स्वतत्र है।

उदाहरण ६—हिन्दी और अग्रेजी की एक परीक्षा में २४५ विद्यार्थी हिन्दी में, १४७ दोनों में उत्तीर्ण हुए, २८५ हिन्दी में फेल हुए और १९० हिन्दी में फेल हुए परन्तु अग्रेजी में पास हुए। इन दो विषयो के ज्ञान में कहाँ तक साहचर्य है?

हल हिन्दी में उत्तीर्ण को 'A', अनुत्तीर्णों को 'a', अंग्रेजी में उत्तीर्णों को 'B' और अंग्रेजी में अनुत्तीर्णों को 'b' से व्यक्त करने पर उपर्युक्त सामग्री निम्नलिखित रूप में रखी जा सकती है

(A)=२४५, (a)=२८५, (AB)=१४७, (aB)=१९०

सूत्र का उपयोग करने पर

$$Q=\frac{(AB)\,(ab)-(Ab)\,(aB)}{(AB)\,(ab)+(Ab)\,(aB)}$$

$$=\frac{147\,(285-190)-(245-147)\,190}{147\,(285-190)+(245-147)\,190}$$

$$=\frac{147\times95-98\times190}{147\times95+98\times190}=\frac{4655}{32585}=+.14$$

हिन्दी और अंग्रेजी के ज्ञान में बहुत थोड़ा धन साहचर्य है।

उदाहरण ७—व्यक्तियों के एक छोटे समूह की निर्बलता (infirimity) की विद्यमानता या अविद्यमानता के लिए जाँच की गई और दो मुख्य निर्बलताएँ पाई गईं. अन्धापन (A) और बहरापन (B)। निम्नलिखित परिणाम मिले

अन्धे और बहरे (AB)=१०

अन-अन्धे और अ-बहरे (ab)=५

अन्धे और अ-बहरे (Ab)=३०

अन्-अन्धे और बहरे (aB)=५

हमें यह जानना है कि अन्धेपन और बहरेपन में साहचर्य है या नहीं।

हल साहचर्य-परिमाण निम्नलिखित सूत्र से जाना जाता है।

$$Q=\frac{(AB)\,(ab)-(Ab)\,(aB)}{(AB)\,(ab)+(Ab)\,(aB)}$$

उदाहरण में मूल्य रखने पर

$$Q=\frac{10\times5-30\times5}{10\times5+30\times5}=\frac{50-150}{50\times150}=\frac{-100}{200}=-.5$$

इसलिए बहरेपन और अन्धेपन के गुणों में सार्थक असाहचर्य है।

उदाहरण ८—निम्नलिखित अंकों में विश्वविद्यालयों X और Y में अर्थशास्त्र और राजनीति-शास्त्र के प्राप्तांकों के साहचर्यों की तुलना कीजिए

		विश्वविद्यालय X	विश्वविद्यालय Y
विद्यार्थियों की संख्या	N	20	160
अर्थशास्त्र में उत्तीर्ण	(A)	8	32
राजनीतिशास्त्र में उत्तीर्ण	(B)	4	9
राजनीतिशास्त्र और अर्थशास्त्र में उत्तीर्ण	(AB)	2	3

हल साहचर्यो की तुलना करने के लिए हमे दोनों विश्वविद्यालयों में अर्थशास्त्र और राजनीतिशास्त्र के प्राप्ताको में अलग अलग साहचर्य निकालना पडेगा । सूत्र का उपयोग करने के लिए ४ दूसरी श्रेणी की बारबारताएँ मालूम होनी चाहिएँ जब कि हमें केवल एक [(AB)] मालूम है । बाकी की गणना निम्नलिखित रूप से की जायेगी

विश्वविद्यालय X	विश्वविद्यालय Y
$(A)=(Ab)+(AB)$	$(A)=(Ab)+(AB)$
or $8=(Ab)+(2)$	or $32=(Ab)+(3)$
or $(Ab)=6$	or $(Ab)=29$
$(B)=(AB)+(aB)$	$(B)=(AB)+(aB)$
or $4=2+(aB)$	or $9=3+(aB)$
or $(aB)=2$	or $(aB)=6$
$(a)=(aB)+(ab)$	$(a)=(aB)+(ab)$
or $N-(A)=2+(ab)$	or $N-(A)=6+(ab)$
or $12=2+(ab)$	or $128=6+(ab)$
or $(ab)=10$	or $(ab)=122$

अब साहचर्य-गुणाक निकाले जा सकते है

$$Q=\frac{(AB)(ab)-(Ab)(aB)}{(AB)(ab)+(Ab)(aB)}$$

मूल्य रखने पर

विश्वविद्यालय X: $Q=\frac{2\times10-6\times2}{2\times10+6\times2}=\frac{20-12}{20+12}=\frac{8}{32}=+\ 25$

विश्वविद्यालय Y $Q=\frac{3\times122-29\times6}{3\times122+29\times6}=\frac{366-174}{366+174}=\frac{192}{540}=+\ 36$

इस प्रकार हम देखते है कि अर्थशास्त्र और राजनीति शास्त्र में के ज्ञान में विश्वविद्यालय Y में विश्वविद्यालय X की अपेक्षा अधिक साहचर्य है ।

तीसरी श्रेणी के गुण—अब हम तीसरी श्रेणी के गुणो पर विचार कर सकते है

उदाहरण ९—निम्नलिखित सामग्री से शेष (i) धन वर्गों और (ii) परम वर्गों की बारबारताएँ मालूम करो

$N=10{,}000$	$ABc=281$
$(A)=\ 877$	$AbC=86$
$(B)=1{,}086$	$aBC=78$
$(C)=\ 286$	$ABC=57$

हल हमें (i) शेष घन वर्गों, AB AC और BC, की बारबारता जाननी है। और (ii) शेष चरम वर्ग बारबारताएँ, Abc, aBc, abC और abc जाननी है।

(i) (AB)=(ABC)+(ABc)=57+281=**338**
(AC)=(ABC)+(AbC)=57+86=**143**
(BC)=(ABC)+(aBC)=57+78=**135**

(ii) (Abc)=(Ab)−(AbC)=(A)−(AB)−(AbC)
=877−338−86=**453**
(aBc)=(aB)−(aBC)=(B)−(AB)−(aBC)
=1086−338−78=**670**
(abC)=(bC)−(AbC)=(C)−(BC)−(AbC)
=286−135−86=**65**
(abc)=N−(A)−(B)−(C)+(AB)+(AC)+(BC)−(ABC)
=10,000−877−1086−286+388+143+135−57
=**8,310**

उदाहरण १०—एक हवाई हमले के बाद स्थानीय अस्पताला में हमले से घायल व्यक्तियों का सर्वेक्षण किया गया। कुल १२०० व्यक्ति थे बमबारी के कारण ६०० व्यक्तियों के बाँह, पाँव और सिर में अस्थिभग (fractures) हुए थे। ५० व्यक्ति ऐसे थे जिन्हें कोई चोट नही लगी थी, परन्तु घबराहट की चिकित्सा के लिए भर्ती किए गए थे। बाँह की अस्थिभग वालो की सख्या बिना बाँहो की अस्थिभग वाली सख्या से १९२ अधिक थी। जिनके सिर में चोट नही थी ऐसे २७० व्यक्ति थे। ३६ व्यक्ति ऐसे थे जिनकी बाँहे टूटी हुई थी परन्तु पाँवो मे कोई चोट नही थी। इसी प्रकार २०४ व्यक्ति ऐसे थे जिनके पाँव टूटे थे परन्तु सिर में चोट नही पहुँची थी। टूटे हुए पाँव वालो की सख्या बिना टूटे हुए पाँव वालो की सख्या से ६२० अधिक थी। चोट के अनुसार घायलो का विश्लेषण कीजिये।

हल बाँह, पाँव और सिर की चोट को A, B, C द्वारा और इन चोटो के न होने को a, b, c, द्वारा व्यक्त करके उपर्युक्त सामग्री निम्नलिखित रूप में लिखी जा सकती है

N=1200	(c) =270
(ABC)=600	(Ab)=36
(abc) =50	(Bc)=204
(A)−(*a*)=192	(B)−(b)=620

हमें शेष चरम वर्ग-बारबारताओ को निकालना है अर्थात हमें (ABc), (AbC), (aBC), (Abc), (aBc) और (abC) जानना है। इन्हें निकालने के

लिये हमे धन-वर्गों की वारवारताएँ जाननी हैं अर्थात् हमे (A), (B), (C), (AB), (AC) और (BC) जानना है।

(i) प्रथम श्रेणी की वारवारताएँ।

$(A)-(a)=192$

$(A)+(a)=1200$

or $2(A)=1392$

or $(A)=696$ भग्न बाँहें

$(B)-(b)=620$

$(B)+(b)=1200$

or $2(B)=1820$

or $(B)=910$ भग्न पाँव

$(C)=N-(c)$

$=1200-270$

$=930$ भग्न सिर

(ii) दूसरी श्रेणी की वारवारताएँ

$(AB)=(A)-(Ab)$
$=696-36$
$=660$ टूटे हुए बाँह और पाँव

$(BC)=(B)-(Bc)$
$=910-204$
$=706$ टूटे हुए पाँव और सिर

$(AC)=(abc)-N+(A)+(B)+(C)-(AB)-(BC)+(ABC)$
$=30-1200+696+910+930-660-706+600$
$=620$ टूटे हुए बाँह और सिर

अब हम शेष ६ चरम-वर्गों का निकाल सकते हैं

$(ABc)=(AB)-(ABC)$
$=660-600=60$ टूटी हुई बाँह और पाँव पर सिर नहीं

$(AbC)=(AC)-(ABC)$
$=620-600=20$ टूटी हुई बाँह और सिर पर पाँव नहीं

$(aBC)=(BC)-(ABC)$
$=706-600=106$ टूटे हुए पाँव और सिर पर बाँह नहीं

$(Abc)=(Ab)-(AbC)=(A)-(AB)-(AbC)$
$=696-660-20=16$ टूटी हुई बाँह पर सिर और पाँव नहीं

$(aBc)=(aB)-(aBC)=(B)-(AB)-(aBC)$
$=910-660-106=144$ टूटे हुए पाँव पर सिर और बाँह नहीं

$(abC)=(bC)-(AbC)=(C)-(BC)-(AbC)$
$=930-706-20=204$ टूटा हुआ सिर पर बाँह और पाँव नहीं।

उदाहरण ११—एक गाँव के सामाजिक सर्वेक्षण से यह ज्ञात हुआ कि उसमें अविवाहित पुरुषो की सख्या विवाहित पुरुषो से अधिक थी और विवाहित वृत्तियुक्त (employed) पुरुषो की सख्या अविवाहित वृत्तिहीन पुरुषो से अधिक थी। उसमें ४५ वर्ष से कम आयु वाले वृत्तिहीन विवाहित पुरुषो की सख्या ४५ वर्ष से अधिक आयु वाले वृत्तियुक्त अविवाहित पुरुषो से अधिक थी। सिद्ध कीजिए कि ४५ वर्ष से कम आयु वाले अविवाहित वृत्तियुक्त पुरुषो की सख्या ४५ वर्ष से अधिक आयु वाले वृत्तिहीन विवाहित पुरुषो से अधिक है।

हल विवाहित और अविवाहित A और a द्वारा, वृत्तियुक्त और वृत्तिहीन B और b द्वारा और ४५ वर्ष से अधिक आयु वालो और इससे कम आयु वालो को C और c द्वारा व्यक्त करके उपर्युक्त सामग्री निम्नलिखित रूप में लिखी जा सकती है —

$$(a) > (A) \qquad (i)$$
$$(AB) > (ab) \qquad (ii)$$
$$(Abc) > (aBC) \qquad (iii)$$

सिद्ध करना है कि $(aBc) > (AbC)$

A और a को B के अनुसार वर्गीकृत करने पर (i) बराबर है

$(aB)+(ab) > (AB)+(Ab)$ (iv)

परन्तु $(ab) < (AB)$ (ii) के अनुसार

इसलिये $(aB)+(ab) > (ab)+(Ab)$ (v)

या $(aB) > (Ab)$ (vi)

(vi) को C और c में वर्गीकृत करने पर

$(aBC)+(aBc) > (AbC)+(Abc)$

परन्तु (iii) के अनुसार $(Abc)>(aBC)$,

इसलिये $(aBc) > (AbC)$

यही सिद्ध करना था।

साहचर्य-गुणाक का निर्वचन—हम बता चुके हैं कि यदि गुण एक दूसरे से स्वतत्र है तो यूल का साहचर्य गुणाक 0 होता है। पूर्ण साहचर्य होने पर यह +१ और पूर्ण असाहचर्य होने पर यह −1 होता है। +1 और −1 के बीच साहचर्य के विविध परिमाण होते हैं। यहाँ यह स्मरणीय है कि अगर साहचर्य बहुत कम हो अर्थात् यदि (AB) और $(A)\times(B)/N$ का अन्तर बहुत कम हो तो हो सकता है कि साहचर्य सार्थक न हो, अर्थात् वास्तव में कोई साहचर्य न हो। ऐसा साहचर्य गुणो के बीच कोई सपर्क नहीं बता सकता। यह कारण-बाहुल्य या जटिलता के कारण या

दैव कारणो मे हो सकता है जो प्रतिचयन में सदा रहते हैं। यदि हम उसी समष्टि से कई प्रतिदर्श ले तो कुछ में धन साहचर्य मिलेगा और कुछ में ऋण, जिससे इसकी पुष्टि होती है।

साहचर्य की अन्य परीक्षाएँ—हम पहले बता चुके हैं कि दो गुणो में साहचर्य का अस्तित्व देखने और उसका परिमाण जानने के लिए हम AB की वास्तविक बारबारता (AB) की तुलना इसकी स्वातन्त्र्य बारबारता $(A) \times (B)/N$ से करते हैं। सैद्धान्तिक दृष्टिकोण से यह तर्क सम्मत है। परन्तु व्यवहार में 'अनुपातो' की तुलना करना अधिक सुविधाजनक होता है। अर्थात् हम 'B' और 'b' में A के अनुपातो की तुलना करते हैं। ये अनुपात साधारणत प्रतिशतो या प्रतिसहस्रो के रूप मे व्यक्त किये जाते है।

उदाहरण १२—निम्नलिखित सामग्री से हैजे का टीका लगाने और बीमारी से छूट में साहचर्य निकालिए।

	बीमारी से मुक्त	बीमार	कुल
टीका लगाए हुए	276	3	279
टीका न लगाए हुए	473	66	539
कुल	749	69	818

हल

बीमारी से मुक्त में टीका लगाए लोगो का प्रतिशत $= \frac{276}{279} \times 100 = 98\ 9\%$

बीमारी से मुक्त में टीका न लगाए लोगो का प्रतिशत $= \frac{473}{539} \times 100 = 87\ 8\%$

इसे निम्नलिखित रूप से भी किया जा सकता है

बीमारो में टीका लगाए हुए लोगो का प्रतिशत $= \frac{3}{279} \times 100 = 1\ 1\%$

बीमारो में टीका न लगाए हुए लोगो का प्रतिशत $= \frac{66}{539} \times 100 = 12\ 2\%$

ये दोनो तुलनाएँ इस तथ्य को सामने लाती हैं कि टीका लगाना और बीमारी से मुक्ति में धन साहचर्य है। साहचर्य-गुणाक की गणना करके इस निष्कर्ष की पुष्टि की जा सकती है। टीका लगाए हुए के लिए A, न लगाए हुए के लिए a और बीमारी से मुक्त के लिए B एव बीमार के लिए b लिखने पर हम पाते हैं

$(A)=279,\ (a)=539,\ (B)=749,\ (b)=69,\ (AB)=276$

$(Ab)=3,\ (aB)=473,\ (ab)=66$ और $N=818$

साहचर्य गुणांक के सूत्र में इन मूलों को रखने पर :

$$Q=\frac{(276)\ (66)-(3)\ (473)}{(276)\ (66)+(3)\ (473)}$$
$$=\frac{18216-1419}{18216+1419}=\frac{16797}{19635}=+0\ 86$$

आंशिक साहचर्य (Partial Association)

आंशिक साहचर्य को उप-समष्टि में साहचर्य (association in a sub-universe) भी कहते है। यदि A और B में साहचर्य हो तो हो सकता है कि इस साहचर्य का कारण A और C एव B और C का साहचर्य हो। उदाहरण के लिए टीका लगाने (A) और चेचक से मुक्ति (B) में धन साहचर्य होना स्वाभाविक है। इसलिए यह निष्कर्ष निकालना भी स्वाभाविक है कि टीका लगाने से चेचक का प्रति-कार हो जाता है। परन्तु यह निष्कर्ष अनभीष्ट(unwarranted) भी समझा जा सकता है। यह कहा जा सकता है कि टीका लगाने की प्रथा केवल सम्पन्न घरो (C) में प्रचलित है और अन्य लोग इसे सन्देह से देखते है। इसलिए A और B में हम जो साहचर्य देखते हैं वह इन लोगो का C से साहचर्य होने के कारण है। उप-समष्टि C में A और B के साहचर्य को आंशिक साहचर्य कहा जाता है।

A और B मे यदि आंशिक साहचर्य हो तो इसका उल्लेख स्पष्ट रूप से कर दिया जाना चाहिए, क्योकि जो एक अश के लिए सच हो इसका पूरे के लिए या किसी दूसरे अश के लिये सच होना आवश्यक नही है। हो सकता है कि A और B के बीच केवल C में साहचर्य हो। यह आवश्यक नहीं है कि D या E इत्यादि में भी उनमें साहचर्य हो।

आभासी साहचर्य (Illusory Association)

ऐसा साहचर्य जो दो गुणो के बीच किसी वास्तविक सबध के कारण न हो आभासी साहचर्य कहलाता है। आभासी साहचर्य निम्नलिखित कारणो में किसी से भी हो सकता है।

(१) किसी ऐसे गुण C की उपस्थिति जिससे गुण A और B का साहचर्य हो—हो सकता है कि A और B मे कोई साहचर्य न हो, परन्तु इनमें और C में अलग अलग से साहचर्य हो और फलस्वरूप C वाली समष्टि मे उनमें भी साहचर्य प्रकट हो जाय। उदाहरणार्थ, ग्रामीण क्षेत्रो में (C), वृत्तिहीनता (A) और निरक्षरता (B) में कोई साहचर्य न हो, परन्तु सम्पूर्ण समष्टि में उनमे साहचर्य मिले।

(२) गुण A और B ठीक प्रकार से परिभाषित न किये गए हों—यदि गुणो की ठीक-ठीक परिभाषा न दी गई हो तो सामग्री गलत हो सकती है और उनमें स्थापित साहचर्य पूर्णत आभासी हो सकता है।

(३) गुण A और B में निरीक्षक की अभिनति (C) के कारण साहचर्य हों—अभिनति के कारण सामग्री-संग्रह परिशुद्ध और सही नहीं होगा। फलस्वरूप हो सकता है कि A और B में साहचर्य मिले जब कि वास्तव में कोई साहचर्य न हो। इसके अन्तर्गत वह दशा भी आती है, जब निरीक्षक का किसी एक गुण की ओर झुकाव है और जाने-अनजाने वह उसी का उल्लेख करे।

सामग्री में अविरोध
(Consistence of Data)

यदि एक ही सामग्री से प्राप्त की गई सामग्री एक दूसरे के विरुद्ध नहीं है तो हम कहते हैं कि सामग्री अविरोधी (consistent) है। यदि सामग्री विरोधी (inconsistent) है तो एक या अधिक चरम-वर्ग-बारबारताएँ ऋणात्मक होंगी। चरम वर्ग-बारबारताओं का ऋणात्मक न होना सामग्री के अविरोध की परीक्षा है।

उदाहरण १३—ज्ञात कीजिये कि निम्नलिखित सामग्री अविरोधी है या नहीं :

N =2,000	(AB)=676
(A)=1,754	(AC)=286
(B)=2,172	(BC)=270
(C)= 572	(ABC)=114

हल

हम बता चुके हैं कि सामग्री के अविरोधी होने की आवश्यक और पर्याप्त शर्त चरम वर्ग-बारबारताओं का ऋणात्मक न होना है। चरम वर्ग-बारबारता निकालने पर हम देखते हैं कि .

$$(abc)=N-(A)-(B)-(C)+(AB)+(AC)+(BC)-(ABC)$$
$$=2{,}000-1{,}754-2{,}172-572+676+286+270-114$$
$$=-1{,}380$$

इसलिए उपर्युक्त उदाहरण की सामग्री विरोधी है।

उदाहरण १४—३० व्यक्तियों की आदतों का अध्ययन किया गया और यह देखा गया कि उनमें से २५ शाकाहारी हैं और २० उबली तरकारी पसन्द करते हैं। १० व्यक्ति ऐसे हैं जो शाकाहारी भी हैं और उबली तरकारी भी पसन्द करते हैं। सिद्ध कीजिये कि यह सामग्री विरोधी है और इसलिए कुछ लोगों ने सही सूचना नहीं दी है।

हल

शाकाहारियों के लिए A और उबली तरकारी पसन्द करने वालों के लिए B लिखने पर उपर्युक्त सामग्री निम्नलिखित रूप में रखी जा सकती है।

(A)=२५, (B)=२०, (AB)=१०, N=३०

चरम वर्ग वारंबारताएँ निम्नलिखित हैं

(aB) =(B)−(AB)=20−10=10

(a) =N−(A)=30−25=5

(ab) =(a)−(aB)=5−10=−5

चूँकि इनमें एक ऋणात्मक है इसलिये सामग्री विरोधी है।

QUESTIONS

1 How would you distinguish between "Association" and "Correlation" as the terms are used in statistics ?

(M Com , *Allahabad*, and M A , *Agra*)

2 Given the following ultimate frequencies, find the frequencies of the positive and negative classes and the whole number of observations 'N'

(AB)=733	(Ab)=840
(aB)=699	(ab)=783

3 Given the frequencies of the following pairs of contraries it is required to find the frequencies of the remaining classes and the whole number of observations 'N'

(A)=1,150	(AB)=1,075
(a) =1,120	(ab) = 985

4 Given the following positive class frequencies it is required to find all the class frequencies

N =20,000	(AB)=676
(A) = 1,754	(AC)=286
(B) = 2,172	(BC)=270
(C) = 572	(ABC)=114

5 (*a*) Write a short note on the use of Co efficient of Association in analysing economic statistics

(*b*) From the figures given in the following table, compare the association between literacy and unemployment in rural and urban areas, and give reasons for the difference, if any —

	Urban	Rural
Total Adult Males	25 lakhs	200 lakhs
Literate Males	10 lakhs	40 lakhs
Unemployed Males	5 lakhs	12 lakhs
Literate and Unemployed Males	5 lakhs	4 lakhs

(M A , *Allahabad* and *Patna*)

6 In an experiment on immunization of cattle from tuberculosis, the following results were obtained —

	Died or affected	Unaffected
Inoculated	12	26
Not inoculated	16	6

Examine the effect of vaccine in controlling susceptibility to tuberculosis (I A S)

7 What is meant by Statistical Association? How is it measured? The following table is reproduced from a memoir written by Karl Pearson

		Eye colours in sons	
		Not light	Light
Eye colour in fathers	Not light	230	148
	Light	151	471

Discuss whether the colour of the son's eye is associated with that of the father *(I A S)*

8 A universe consists of three attributes each of which is divisible into two parts What are the different class frequencies obtainable?

Obtain all these frequencies in the following example At an examination at which 600 candidates appeared, boys outnumbered girls by 16 per cent Also those passing the examination exceeded in number those failing by 310 The number of successful boys choosing Science subjects was 300 while among the girls offering Arts subjects there were 25 failures Altogether only 135 offered Arts and 33 among them failed Boys failing in the examination numbered 18 *(I A S)*

9 In an anti malarial campaign in a certain area, quinine was administered to 812 persons out of a total population of 3248 The number of fever cases is shown below —

Treatment	Fever	No fever
Quinine	20	792
No quinine	220	2216

Discuss the usefulness of quinine in checking malaria *(P C S)*

10 Explain the method of finding association between two attributes Out of 70,000 of literates in a particular district of India number of criminals was 500 Out of 930 thousand of illiterates in the same district, number of criminals was 15 thousand On the basis of these figures do you find any association between illiteracy and criminality ? (M A , *Agra*)

11 The following table gives the numbers of literates and criminals in three cities of U P —

	Kanpur	Allahabad	Agra
Total number (in thousands)	244	184	230
Literates (in thousands)	40	47	33
Literate criminals (in hundreds)	3	2	2
Illiterate criminals (in hundreds)	40	20	24

Compare the degree of association between criminality and illiteracy in each of the three towns (M A , *Allahabad*)

12 A census revealed the following figures of the blind and the insane in two age-groups in a certain population —

	Age group 15—25 years	Age-group over 75 years
Total Population	2,70 000	1,60,000
Number of blind	1,000	2,000
Number of insane	6,000	1,000
Number of insane among blind	19	9

(*a*) Obtain a measure of association between blindness and insanity in each of the two age-groups

(*b*) Do you consider that blindness and insanity are associated or disassociated with each other in the two age-groups, or more in one age group than in the others ? (*P C S*)

13 The male population of the U P is 250 lakhs The number of literate males is 20 lakhs, and total number of male criminals is 26 thousand The number of literate male criminals is 2 thou sand Do you find any association between literacy and criminality ? (M A , *Agra*)

14 Can vaccination be regarded as a preventive measure for small pox from the data given below ?

'Of 1,482 persons in a locality exposed to small-pox, 368 in all were attacked '

'Of 1,482 persons, 345 had been vaccinated and of these only 55 were attacked' (M Com , *Allahabad*)

15 The following table gives the number of persons suffering from certain infirmities in Bengal in 1931 —

Sex	Total number	Insane	Deaf mutes	Deaf mutes and Insane
Males	260 lakhs	12 650	21 301	545
Females	241 „	9 055	14 136	317

Trace the association between insanity and deaf muteness for males and females of Bengal separately (M.A , *Allahabad*)

16 Calculate the Co-efficient of Association between extravagance in father and sons from the following data —

Extravagant fathers with extravagant sons	327
Extravagant fathers with miserly sons	545
Miserly fathers with extravagant sons	741
Miserly fathers with miserly sons	235

(M A., *Lucknow*)

17 The following table shows the distribution of the temper in pairs of sisters in an exhaustive school enquiry —

	First sister		
Second sister	Good natured	Sullen	Total
Good natured	1040	180	1220
Sullen	160	120	280
Total	1200	300	1500

Trace the association if any, in the distribution of temper in first sister and second sister (M Com , *Rajasthan*)

18 Find out the Co-efficient of Association between the type of college training and success in teaching from the following table —

Institution	Successful	Unsuccessful	Total
Teachers College	58	42	100
University	49	51	100
Total	107	93	200

(M.A , *Allahabad*)

19 Show how to form conditions of consistence of statistical returns for three attributes

The following are the proportions per 10 000 of boys observed with certain classes of defects among a number of school children

A=development defects
B=Nerve signs
C=Mental dullness

N=10 000	(C)=789
(A)= 877	(AB)=338
(B)= 1,086	(BC)=455

Show that some dull boys do not exhibit development defects, and find how many at least do not do so Taking the smallest number of such boys find the ultimate class frequencies

(B Com, *Madras*)

20 In a certain investigation carried on with regard to 500 graduates and 1,500 non-graduates, it was found that the number of employed graduates was 450 while the number of unemployed non-graduates was 300 In the second investigation 5,000 cases were examined The number of non graduates was 3,000 and the number of employed non graduates was 2,500 The number of graduates who were found to be employed was 1,600

Calculate the co-efficient of association between graduation and employment in both the investigations

Can any definite conclusion be drawn from the co-efficients?

(M A, *Agra*)

21 Calculate the co-efficient of association between the race of relief recipients and type of relief from the following table —

Type of relief	Race: Negro	White	Total
Work	144	752	896
Direct	308	500	808
Total	452	1,252	1,704

(M ■ W, *Lucknow*)

22. From the following table test whether the colour of son's eye is associated with that of father's

		Eye colour in sons: Not light	Light
Eye colour in fathers	Not light	230	150
	Light	150	470

(M Com, *Allahabad*)

23 Explain the difference between Statistics of Attributes' and 'Statistics of Variables'

The following table gives the distribution of students and also of regular players among them, according to age in complete years

Age in years	No of students	Regular Players	Age in years	No of students	Regular Players
15	250	200	18	120	48
16	200	150	19	100	30
17	150	90	20	80	12

Calculate the co-efficient of association between majority and playing habit, on the assumption that majority is attained in the 18th year.

(M Com, *Allahabad*)

24 The following summary appears in a report on a survey covering 1,000 fields. Find out if the data are consistent.

Manured fields	510
Irrigated fields	490
Fields growing improved varieties	427
Fields both irrigated and manured	189
Fields both manured and growing improved varieties	140
Fields both irrigated and growing improved varieties	85

(M Com, *Allahabad* and, *I A S*)

25 In a war between White and red forces there are more Red soldiers than White; there are more armed Whites than unarmed Reds; there are fewer armed Reds with ammunition than unarmed Whites without ammunition. Show that there are more armed Reds with ammunition than unarmed Whites with ammunition.

(M A, *Allahabad*)

26 The following are the proportions per 5,000 of workers observed for certain classes of defects amongst a number of factory workers —

A—Development defect
B—Nerve signs
C—Mental dullness

N = 5 000	(C) = 400
(A) = 440	(AB) = 170
(B) = 545	(BC) = 228

Show that some dull workers do not exhibit development defects and state how many at least do not do so. (M Com, *Allahabad*)

27 Among the adult population of a certain town 50 per cent of the population are males, 60 per cent wage earners and 50 per cent are 50 years of age or over. 10 per cent of the males are not wage earners and 40 per cent of the males are under 50. Can we infer anything about what percentage of the population of 40 years or over are wage earners? (M Com, *Allahabad*)

28 The following figures relating to the social survey of a village are available from partially destroyed records —

(i) Number of persons—1 000
(ii) Number of literate employed—1 600
(iii) Literate unemployed—2 800
(iv) Illiterate employed—4 000

It is obvious from above that the information is inconsistent. Show that the inconsistency most probably consists in dropping of a 0 after the 1,000 in item (i) above.

29 If $(A) = (a) = (B) = (b) = \frac{1}{2}N$, it is required to prove that (i) $(AB) = (ab)$, and (ii) $(Ab) = (aB)$.

30 A number of school children were being examined for the presence or absence of certain defects. It was found that 80 of

them suffered from deficiency of nutrition, 78 were such who had a poor development, and 96 had nerve signs It was further revealed that 20 students suffered from all the three defects, while 42 were free from all defects The number of those who suffered from deficiency of nutrition and poor development but had no nerve signs was 18, 38 were such who had neither deficiency of nutrition nor poor development but had nerve signs It is required to find the number of those who suffered from at least two defects The number of observations is 200 Show that some of the information given is redundant, and the information supplied is not enough to enable calculation of ultimate class frequencies

31 Find whether the data given below in each of the two cases is consistent —

(i)	(ii)
(A) =48	(B) =50
(AB) =50	(AB) =60

32 In a partially destroyed laboratory the following records are available —

(B) =172	(AC)=286
(AB)=676	(BC)=270

Show that the information as it stands is incorrect and there is a possibility that the figure '2' might have been dropped before figure '172' given as the frequency of (B)

33 The following is a summary of the statistical features of a census of ration cards —

Item No	Category	Total number of cards belonging to the category
1	The whole of the census	1000
2	Permanent residents	510
3	Males	490
4	Consumers of rice	427
5	Permanent male residents	180
6	Consumers of rice among permanent residents	140
7	Males consuming rice	97

Show that the entry against item No 7 is inconsistent with entries against all the previous items, namely 1, 2, 3, 4, 5, and 6 taken together (*I A S*)

34 (*a*) Obtain the total number of classes into which a universe can be divided by three attributes each of which separately divides the universe into two classes

Show further that any class frequency of the first or second order can be expressed in terms of the third order class-frequencies

(*b*) If in a collection of houses actually invaded by small-pox, 70 per cent of the inhabitants are attacked and 85 per cent have been vaccinated, what is the lowest percentage of the vaccinated that must have been attacked ? (*I A S*)

35 What is 'partial association" of the attributes of a group of population ?

Of the 60,000 persons in a town 10,000 are literate The total number of unemployed persons is 540, of whom 35 are literate Is there any association between literacy and employment ?

(M A , *Agra*)

36 (*a*) What is Illusory Association" ? How can it be avoided ?

(*b*) Calculate the co-efficient of association between intelligence in father and son from the following data . .

Intelligent fathers with intelligent sons	248
Intelligent fathers with dull sons	81
Dull fathers with intelligent sons	92
Dull fathers with dull sons	597

(M A., *Agra*)

अध्याय १३

सांख्यिकीय सामग्री का निर्वचन

(Interpretation of Statistical Data)

पिछले अध्यायों में हमने सांख्यिकीय सामग्री का संग्रह और विश्लेषण करने की विविध विधियों का वर्णन किया। आँकड़े स्वयं लक्ष्य नहीं है, वे लक्ष्य प्राप्ति के साधन हैं। सांख्यिकी का उद्देश्य इनसे निष्कर्ष निकालना है। हम यह भी बता चुके हैं कि सांख्यिकी एक विज्ञान है और जो व्यक्ति इसकी प्रविधियों से अच्छी तरह परिचित नहीं है वह विविध सांख्यिकीय मापनों की सार्थकता नहीं समझ सकता। एक सांख्यिक को सामग्री का संग्रह और विश्लेषण करने के साथ साथ उनके आधार पर निष्कर्ष (inference) भी निकालने पड़ते हैं और सर्वसाधारण को उनकी सार्थकता समझानी पड़ती है। **सांख्यिकीय सामग्री से सावधानी पूर्वक विश्लेषण करके निष्कर्ष निकालने या अनुमान करने और उनकी सार्थकता बताने के कार्य को निर्वचन कहते हैं।** वस्तुतः निर्वचन सांख्यिक का मुख्य काम है और सामग्री संग्रह और उसका विश्लेषण करना केवल सहायक काम है जो आवश्यक रूप से निर्वचन से पहले आते हैं। इसलिये यह ध्यान रखना चाहिए कि यदि सांख्यिकीय विधियों का सही और समुचित प्रयोग नहीं किया गया है, तो उनसे निकाले गए निष्कर्ष और अनुमान गलत होंगे। इसके विपरीत यदि सामग्री का संग्रह और विश्लेषण सांख्यिकी के स्वीकृत सिद्धान्तों के अनुसार समुचित रूप से किया गया है तो कोई कारण नहीं है कि निष्कर्ष सही न हों। इसीलिये यह कहा जाता है कि 'आंकड़े' मिट्टी के समान हैं जिनसे भगवान या शैतान जो चाहे बनाया जा सकता है।

उपर्युक्त अनुच्छेद में हमने बताया कि यदि सामग्री का संग्रह और विश्लेषण समुचित रीति से हुआ है तो उनसे यथार्थ निष्कर्ष निकाले जा सकते हैं। उचित संग्रह और विश्लेषण के अन्तर्गत कई बातें आती हैं। इतना ही जानना पर्याप्त नहीं है कि सांख्यिक त्रुटियों के कारणों और परिमाणों को जाने। उसमें इतनी योग्यता और सामर्थ्य होनी चाहिए कि वह त्रुटियों को जहाँ तक संभव हो दूर कर सके। इसके लिये यह आवश्यक है कि सामग्री अभिनति से मुक्त हो। इतना ही नहीं निर्वचन का काम विशेषज्ञ को ही करना चाहिये। अभिनति जान-बूझकर या अज्ञात कारणों से हो सकती है। जहाँ तक पहले कारण का प्रश्न है केवल इतना ही कहा जा सकता है कि सांख्यिक को अपने को सब प्रकार की अभिनति से मुक्त रखना चाहिये। दूसरे

के बारे में यह उक्ति ठीक है कि 'अपरिचित व्यक्तियों के हाथों में आंकड़े सबसे भयकर उपादान हैं'। सांख्यिकी से अपरिचित व्यक्ति को इसमें हस्तक्षेप नहीं करना चाहिये। परन्तु विशेषज्ञ को भी निष्कर्ष निकालने से पहले निम्नलिखित बातों का ध्यान रखना चाहिये —

(१) सामग्री सजातीय हो (the data are homogeneous)—निष्कर्ष निकालने से पहले यह निश्चित करना आवश्यक है कि सामग्री तुलनीय है या नहीं। उदाहरणार्थ यदि हम दो देशों की मजदूरियों की तुलना करें तो हमें इस के लिए सदैव सावधान रहना चाहिए कि हम प्रजातीयों की तुलना करें, यह नहीं कि अलग अलग चीजों की तुलना करने लगें। कुशल मजदूरों और अकुशल मजदूरों की तुलना करना गलत होगा।

(२) सामग्री पर्याप्त हो (the data are adequate) जिससे समुचित और पूर्ण विश्लेषण हो सके। कभी-कभी यह होता है कि सामग्री अपूर्ण या अपर्याप्त होती है और न तो वैज्ञानिक रूप से उसका विश्लेषण संभव होता है और न उससे कोई अनुमान निकाले जा सकते हैं। ऐसी सामग्री को पहले पूरा कर लेना चाहिये और अगर वे पूरे न किये जा सकें तो सांख्यिक को निष्कर्ष नहीं निकालना चाहिए। यदि वह ऐसा करता है तो लोगों का उसके और सांख्यिकी के प्रति सम्मान उठ जाएगा।

(३) सामग्री उपयुक्त हो (the data are suitable)—यह निश्चित करना आवश्यक है कि अनुसधान के लिये सामग्री उपयुक्त है। अनुपयुक्त सामग्री और सामग्री के अभाव में कोई अन्तर नहीं है बल्कि पहला अधिक भयकर है। अनुपयुक्त सामग्री से निष्कर्ष निकालना संभव नहीं है, इसलिये निष्कर्ष नहीं निकालने चाहियें।

(४) सामग्री का वैज्ञानिक विश्लेषण (the data are scientifically analysed)—निष्कर्ष निकालने से पहले सामग्री का वैज्ञानिक विधियों से विश्लेषण करना आवश्यक है। यदि गलत विश्लेषण किया जा रहा हो तो सावधानी पूर्वक संग्रहीत सामग्री भी बहुत गलत परिणाम दे सकती है।

त्रुटियों के स्रोत (Sources of Error)—उपर्युक्त बातों का पूरी तरह ध्यान रखने के बाद सांख्यिक के निर्वचन में होने वाली त्रुटियों के निम्नलिखित स्रोतों का पूरा पूरा ध्यान रखना चाहिए।

(१) किस माध्य का उपयोग किया गया है—कभी-कभी माध्या के आधार पर निकाले गये निष्कर्ष गलत होते हैं। उदाहरणार्थ, यदि हम कहते हैं कि साधारणतः एक व्यक्ति २ प्याली चाय पीता है तो इसका अर्थ यह नहीं निकालना चाहिए कि

५० आदमी प्रतिदिन १०० प्याले चाय पीते हैं। यह बात तभी सच होगी जब २ प्याले समांतर माध्य हैं। परन्तु चूँकि हमने 'साधारणतः' शब्द का प्रयोग किया है इसलिये २ प्याला बहुलक होगा, समांतर माध्य नहीं।

(२) **अनुचित निष्कर्ष निकालना**—दिए हुए तथ्यों से अनुचित निष्कर्ष निकालना एक सामान्य गलती है। यदि हमें बताया जाय कि १९५३ में शृंगार-वस्तुओं का आयात गिर गया तो इससे यह निष्कर्ष निकालना गलत होगा कि लोग कम फैशन परस्त हो गए हैं। हो सकता है कि देश में शृंगार-वस्तुओं का उत्पादन बढ़ गया हो या लोग कर के बढ़ जाने के कारण इनका चोरीनियन (smuggling) करने लगे हों। इसी प्रकार, यदि हमें बताया जाता है कि अंग्रेजी में पास होने वालों का प्रतिशत ह्रासमान है तो इसका यह अर्थ नहीं कि अंग्रेजी के अध्यापन का स्तर गिर रहा है, क्योंकि स्तर के गिरने का कारण यह हो सकता है कि पहले कि अपेक्षा अंग्रेजी की पढ़ाई पर अब कम ध्यान दिया जाता है।

(३) **ऐसे तर्क की सहायता लेना जो कार्य से कारण की ओर जाय (drawing inferences from an argument running from effect to cause)**—अनुमान निकालने में यह सबसे खतरनाक है। चूँकि मूल्य बढ़ रहे हैं इसका आवश्यक रूप से यह निष्कर्ष नहीं निकाला जा सकता कि देश में मुद्रा-स्फीति है। इसका उल्टा ही सत्य होगा अर्थात चूँकि मुद्रा-स्फीति है, इसलिए मूल्य बढ़ रहे हैं, परन्तु मुद्रा-स्फीति के अतिरिक्त बढ़ते हुए मूल्यों के कई अन्य कारण हो सकते हैं।

(४) **असमान आधार पर तुलना करना**—निर्वचन करने की आवश्यक शर्त यह है कि जिन चीजों की तुलना करनी है उन्हें सबसे पहले समान आधार पर लाना चाहिए। यदि विद्यार्थियों के स्तर विभिन्न हैं तो विद्यार्थियों के प्राप्तांकों के आधार पर स्तर की तुलना करना गलत है। विश्वविद्यालय के बी० कॉम के विद्यार्थियों के सांख्यिकी के प्राप्तांकों की तुलना विश्वविद्यालय के एम० काम के विद्यार्थियों के सांख्यिकी के प्राप्तांकों से करना गलत माना जाएगा।

(५) **सहसंबंध-गुणांक** से भी बहुधा गलत निष्कर्ष निकाले जाते हैं। यदि हम गणित और अंग्रेजी के प्राप्तांकों में उच्च धन सहसंबंध देखें तो इसका यह तात्पर्य कदापि नहीं है कि ये दोनों विषय एक से हैं। अच्छे विद्यार्थी हमेशा गंभीर और बुद्धिमान होते हैं। इसलिये चाहे गणित हो या अंग्रेजी, वे हमेशा अच्छा करने का प्रयत्न करते हैं।

(६) **असंगत सामग्री**—कभी कभी अध्ययन विषय से सामग्री का कोई संबंध नहीं होता। यदि इस सामग्री में सांख्यिकीय विधियों का उपयोग किया जाय तो

कुछ न कुछ सबध तो मिल ही जाएगा । उदाहरणार्थ, यदि हम पाते हैं कि भारत मे शैक्षिक-खिलौनो का उत्पादन-सूचकाक बढ रहा है और इग्लैंड मे साक्षरता बढ रही है तो हम यह निष्कर्ष नही निकाल सकते कि अग्रेज बच्चे भारत मे शैक्षिक-खिलौनो के उत्पादन से लाभ उठा रहे हैं।

(७) **साहचर्य-गुणाक** से भी बहुधा गलत निर्वचन किये जाते हैं। स्वस्थ पिताओ के स्वस्थ बच्चे होते है, परन्तु बच्चो का स्वास्थ्य चिकित्सा, विज्ञान की प्रगति या पिताओ की विशेष देख-भाल के कारण भी हो सकता है।

(८) **प्रतिशतो** के कारण भी सामान्यत त्रुटिपूर्ण निष्कर्ष निकाले जा सकते हैं। यदि एक परीक्षा मे केवल २ विद्यार्थी बैठें और उत्तीर्ण हो जायें तो परिणाम १००% पास होगा। दूसरी परीक्षा में यदि १०० में से ९९ पास होते हैं तो परिणाम ९९% ही होगा। इस आधार पर पहली परीक्षा में बैठने वाले विद्यार्थियो को बुद्धिमान कहना निश्चय ही साहस का काम है।

(९) **भ्रामक साधारणीकरण** (false generalisation)—कभी-कभी लोग दी हुई सामग्री से गलत साधारणीकरण निकालते हैं। यदि यह देखा जाय कि किसी विशेष महीने में एक भाग में अपराध बढ गया है तो यह निष्कर्ष निकालना गलत होगा कि पूरे देश में अपराध बढ रहा है। इसी प्रकार एक वस्तु का मूल्य बढने पर निर्वाह-व्यय के बढने की बात करना गलत साधारणीकरण है। केवल अश के आधार पर पूर्ण के लिये निष्कर्ष निकालना भ्रामक हो सकता है।

उपसंहार—निर्वचन करने से पहले एक साख्यिक को इन बातो पर सावधानी से ध्यान देना चाहिए। चालाक व्यक्ति बहुधा ऐसे निष्कर्ष निकालते है जो ऊपरी तौर पर तो सही लगते हैं परन्तु सावधानी से परीक्षा करने पर इनका सत्य रूप प्रकट हो जाता है। निर्वचन के लिए अन्य बातो के साथ-साथ सहज-बुद्धि, परिपक्व विचार एव प्रौढ निर्णय की भी आवश्यकता पडती है। निर्वचन मे आकडो के अतिरिक्त अन्य साक्ष्य पर भी विचार करना चाहिए। यह भी ध्यान रखना चाहिए कि साख्यिकी के नियम माध्यत और दीर्घकाल मे सही होते है। वे केवल प्रवृत्ति बताते हैं और क्या होगा न बताकर क्या होना चाहिये बताते हैं। इस विषय पर हम पृष्ठ १८-२३ मे विस्तार से विचार कर आये है। इस अध्याय के साथ उनका भी अध्ययन करना चाहिये।

QUESTIONS

1. What do you understand by interpretation? What are the common mistakes which statisticians are likely to commit while interpreting statistical data?

2 How far do you agree with the conclusions drawn in the following cases —

(a) It is observed that intelligent fathers have intelligent sons, and intelligent grand-fathers have intelligent grandsons, therefore intelligence is hereditary

(b) Two series—quantity of money in circulation and general price index—are found to possess positive correlation of a fairly high order It is concluded that one is the cause and the other the effect in a direct causal relationship

(c) It is observed that generally death rates in two towns are identical It is inferred from this that the population of both the towns is equally healthy

(M A , *Rajputana*)

3 Point out the ambiguity or mistake, if any, in the following statements —

(a) The death rate in the American Navy during the Spanish-American War was 9 per thousand while in the city of New York for the same period it was 16 per thousand It was safer then to be sailor in the American Navy than to live in the city of New York

(b) The per capita income for India in 1931-32 according to the estimates framed by Dr V K R V Rao was Rs 65 The estimate for 1948-49 framed by the National Income Committee was Rs 225 In 1948-49 India was, therefore, four times more prosperous than in 1931-32

(c) The examination result of school *X* was 75 per cent in a particular year In the same year and at the same examination only 400 out of total of 600 students were successful in school *Y* The teaching standard of the former school was decidedly better (B Com , *Delhi*)

4 Comment on the following conclusions —

(a) The population of Bhopal has doubled during the last three years Therefore the birth rate of the town has also doubled

(b) The imports of food-grains in India is increasing The production of food-grains in India is, therefore, declining

(c) Income from excise duties in India is increasing year after year Therefore production is also increasing in India

5 Point out the mistake in the following conclusions —

(a) There are 500 employees in a factory Their daily earnings are about Rs 2 per day Therefore the total monthly wage bill of the factory is Rs 30,000

(b) An ordinary person in India uses one pair of shoes every year Therefore the total annual demand of shoes in India by her 38 crores of people is 38 crores of pairs

(c) A vast majority of students in a hostel spend Rs 100 per month Therefore the total monthly expenditure of the 50 students of the hostel is Rs 5,000

(d) A merchant receives usually 100 customers a day Therefore, the total number of customers received by him in the month is 3 000

(e) Most of the patients die in the emergency ward of the city hospital, therefore it is unsafe to be admitted to the ward

6 The following is an abstract from the report on planning in the U S S R Interpret the data and give the necessary comments thereon —

	Planned items	Results of 1940	Results of 1950 Plan	Fulfilment
1	National Income in 1926 27 prices thousands of m roubles	128 3	177	210
	in per cent	100	138	164
2	Number of workers and other employees in the U S S R at the end of the year millions	31 5		39 8
	in per cent	100		126
3	Industrial output (in invariable prices) thousands of millions of roubles	138 5	205	240
	in per cent	100	148	173
4	Railway freight turnover thousands of millions tons/km	415	532	605
	in per cent	100	128	146
5	Labour productivity in industry in per cent	100	136	137
6	Production of electric power thousands of millions/kwh	48 3	82	91 2
	in per cent	100	170	189

अध्याय १४

भारतीय आँकड़े

(Indian Statistics)

पिछले एक अध्याय में हमने आकडो के विज्ञान को राज्य विज्ञान कहा है। राजाओ और सम्राटो को राज्य प्रबन्ध चलाने के लिये अंको की आवश्यकता होती थी जिनका उपयोग जन व धन-शक्ति जानने के लिये होता था। इसलिये प्राचीन समय में तत्कालीन आकडे वित्त, जनसख्या कृषि उत्पादन और उद्योगो से सम्बन्धित थे और उस समय नाम मात्र को भी कोई सास्यकीय सघटन नही था।

धीरे-धीरे आकडो को एकत्र करने के लिये एक सुव्यवस्थित सगठन स्थापित करने की आवश्यकता प्रतीत हुई। पहले आकडे केवल कुछ नियमों की कार्य-शीलता के कारण ही पैदा होते थे। ये नियम अधिकाशत देश के भू-राजस्व से सम्बन्धित थे। यह भारत में आकडो के विकास के लिए दूसरा पग था। बाद में जब भारत का दूसर देशो स व्यापारिक सम्बन्ध स्थापित हुआ तब आयात निर्यात के आकडे भी एकत्र होने लगे। प्रयाप्त मात्रा में आकडो का एकत्र करने के लिये इस दिशा में अगला पग तब उठाया गया जब कि दुर्भिक्ष निवारण हेतु इनका उपयोग होने लगा। इसी समय (१८६८) इग्लैंड से भारतीय साख्यिकीय साराश (Statistical Abstract of India) नामक पुस्तक का प्रकाशन हुआ, प्रान्तीय कृषि विभाग खुले और भारत में प्रथम जन गणना १८७२ मे हुई। केन्द्रीय वाणिज्य और कृषि विभाग की स्थापना १८७५ में हुई जिसका कार्य अन्य कार्यों के अतिरिक्त व्यापारिक आकडो को एकत्रित करना और कृषि के आकडो में सुधार करना था। १८८१ में पहली बार इम्पीरियल गजेटियर आफ इंडिया (Imperial Gazetteer of India) का प्रकाशन हुआ जिसमें बहुत मात्रा में साख्यिकीय सूचना मिली। भारत के केन्द्रीय और प्रान्तीय सरकारो के अनेक विभाग साख्यिकीय सूचना के निमित्त प्रकाशन करने लगे और उस शताब्दी के अन्त तक वैदेशिक व्यापार पूर्वानुमान और फसलो के आकडो के बारे में अधिक सूचना उपलब्ध हुई। आकडो को एकत्र करने के लिये जो सरकारी सगठन स्थापित हुआ था उसको समक महा सचालक (Director General of Statistics) के आधीन साख्यिकीय कार्यालय (Statistical Bureau) की स्थापना ने और भी शक्त बनाया।

बीसवीं शताब्दी के प्रारम्भ में आकडो को एकत्र करने के सगठन में कुछ सुधार हुये। सांख्यिकीय कार्यालय को वाणिज्य-सूचना-महा सचालक (Director General of Commercial Intelligence) के कार्यालय के अधीन रक्खा गया। पहली बार इस कार्यालय से १९०६ में "इन्डियन ट्रेड जरनल" (Indian Trade Journal) प्रकाशित हुआ। भारतीय सरकार को प्रथम-महायुद्ध में आकडो की कमी का विशेष आभास मिला क्योकि युद्ध सचालन मे देश के उत्पादन और साधनो के आंकडो की कमी रुकावट पैदा करने लगी। परन्तु उस समय सांख्यिकीय सगठन के सुधार का उपयुक्त अवसर नही था। युद्ध की समाप्ति के बाद भारत सरकार ने हमारी पिछडी हुई आर्थिक दशा पर ध्यान दिया और १९२४ में भारतीय अर्थ जाँच आयोग (Indian Economic Enquiry Committee) बैठायी गयी। इस समिति और राजकीय श्रम आयोग (Royal Commission on Labour) ने केन्द्र में आर्थिक आकडो का विश्लेषण और उनका निर्वाचन करने के लिये सांख्यिकीय सगठनो की स्थापना हेतु अनेक सुझाव दिये।

बावले और राबर्टसन ने १९३४ में सांख्यिकीय आकडो को सग्रह और समन्वित करने के लिये सांख्यिकीय सचालक (Director of Statistics) और उनके साथ स्थायी कर्मचारियो की नियुक्ति के लिए सुझाव दिये। इन्ही सुझावो के फलस्वरूप सांख्यिकीय आकडो को सग्रह और उनका विश्लेषण करने के लिये १९३८ में भारत सरकार के आर्थिक सलाहकार का कार्यालय बनाया गया।

जब १९३९ में द्वितीय महायुद्ध आरम्भ हुआ तब भारत सरकार को फिर से प्रथम महायुद्ध के समान कठिनाइयो का सामना करना पडा। इससे यह सिद्ध हुआ कि दोनो महायुद्धो के बीच पच्चीस वर्षों में सांख्यिकीय क्षेत्र में कोई विशेष सुधार नही हुआ। दूसरे महायुद्ध मे भारत मित्र राष्ट्रो की ओर से सक्रिय रूप से भाग ले रहा था और अग्रेजी सरकार को विश्वसनीय आकडो के न मिलने से अपने युद्ध-प्रयास में विशेष कठिनाइयो का सामना करना पडा। 'औद्योगिक आकडे अधिनियम' (Industrial Statistics Act) १९४२ मे बना और १९४५ में लागू हुआ। स्वतन्त्रता प्राप्ति के बाद आकडो का सग्रह और उनका समन्वय करने की दिशा में शीघ्रता से कार्य हुआ यद्यपि इस दिशा में विभाजन के कारण प्रगति मन्द पड गई थी। वित्त मन्त्रालय के एकाङ्ग (unit) के रूप मे १९४९ मे एक राष्ट्रीय आय समिति (National Income Committee) बनी। इसी वर्ष जनगणना अधिनियम (Census Act) को भी स्थायी रूप से लागू कर दिया गया। जनगणना आयुक्त (Census Commissioner) और रजिस्ट्रार जनरल (Registrar

General) के पदों को स्थायी रूप दिया गया। भारतीय सरकार के अनेक मन्त्रालयों और राज्य सरकारों के अपने सांख्यिकीय सगठन हैं पर उनकी क्रियाओं के समन्वय करने की आवश्यकता समझी गयी थी और उस उद्देश्य से १९४९ में सांख्यिकीय एकाङ्क (Statistical Unit) की स्थापना हुई। बाद में उसे केन्द्रीय मन्त्रालय के अधीन मई १९५० में केन्द्रीय सांख्यिकीय सगठन (Central Statistical Organisation) में परिवर्तित कर दिया गया।

केन्द्रीय सांख्यिकीय सगठन आंकडों के सग्रह और विश्लेषण के क्षेत्र में बहुत लाभप्रद कार्य कर रहा है। आज से लगभग आठ वर्ष पहले उसकी स्थापना के समय से उसके कार्यों में धीरे-धीरे वृद्धि हुई है। इस समय "सगठन" के मुख्य कार्य हैं —

(१) केन्द्र और राज्यों में सांख्यिकीय क्रियाओं में समन्वय स्थापित करना।

(२) सांख्यिकीय मामलों में सलाह देना तथा सांख्यिकीय स्तरों को बढ़ाना।

(३) योजना से सम्बन्धित सांख्यिकीय कार्य।

(४) सांख्यिकीय कार्यकर्त्ताओं का प्रशिक्षण।

(५) राष्ट्रीय आय के प्राक्कलनों की रचना करना।

(६) उत्पादन मन्त्रालय के आधीन केन्द्रीय सरकार के व्यवसायों से सम्बन्धित सांख्यिकीय कार्य।

(७) "भारतीय सांख्यिकीय सारांश" वार्षिक, मासिक सांख्यिकीय सारांश तथा अन्य प्रकाशनों को निकालना।

(८) सांख्यिकीय सचित्रों (charts) तथा लेखचित्रों की प्रदर्शिनी करना।

(९) सयुक्त राष्ट्र सांख्यिकीय कार्यालय तथा अन्य अन्तर्राष्ट्रीय सस्थाओं को आंकडे उपलब्ध करना।

(१०) अन्तर्राष्ट्रीय सांख्यिकीय सम्मेलनों से सम्बन्धित कार्य।

भारत सरकार को और भी कई सगठनों से आंकडों का सकलन, समन्वय और विश्लेषण करने में समुचित सहायता मिल रही है। उदाहरणार्थ कलकत्ते की भारतीय सांख्यिकीय सस्था (Indian Statistical Institute of Calcutta), भारतीय कृषि अनुसधान परिषद (Indian Council of Agricultural Research), राष्ट्रीय अनुप्रयुक्त आर्थिक अनुसधान परिषद (National Council of Applied Economic Research) जो देहली में है, विविध विषयों पर आंकडों को एकत्र और उनका विश्लेषण कर रहे हैं। इस प्रकार यह स्पष्ट है कि हाल ही में भारतीय सांख्यिकीय सगठन में बहुत सुधार हुए हैं।

सग्रह प्रविधि—उपरोक्त वर्णन में हमने भारतीय सांख्यिकीय सगठन के स्थापन और उसकी प्रविधि में सुधारों का अध्ययन किया। सांख्यिकीय यन्त्रों के

उपयोग से न्यास विश्लेषण (analysis of data) में आमूल परिवर्तन होने लगे और यान्त्रिक गणकों (mechanical calculators) का जन-संख्या गणना के लिये स्वच्छन्दता से उपयोग होने लगा। कृषि के क्षेत्र में यादृच्छिक प्रतिचयन (random sampling) और शस्य कटाई सर्वेक्षण (crop cutting survey) का विकास हुआ। औद्योगिक क्षेत्र में सांख्यिकीय प्रकार-नियन्त्रण (statistical quality control) सांख्यिकी विदों (statisticians) का ध्यान आकर्षित कर रहा है। जनता की आर्थिक अवस्था जानने के लिए सांख्यिकीय सर्वेक्षण किया जा रहा है। साधारण रूप से हम कह सकते हैं कि मनुष्य के हर कार्य-क्षेत्र में सांख्यिकी का प्रयोग किया जा रहा है।

भारत में आर्थिक आँकड़ों की प्रकृति और क्षेत्र—भारत सरकार और राज्य सरकारों के अनेक संगठनों ने आजकल सभी प्रकार के आँकड़ों का संकलन किया है। हम आगामी पृष्ठों में केवल मुख्य आँकड़ों का जो कि भारत में प्राप्त हैं अध्ययन करेंगे:

(१) जनसंख्या आंकड़े (Population Statistics)
(२) कृषीय आंकड़े (Agricultural Statistics)
(३) मूल्य-आंकड़े (Price Statistics)
(४) व्यापार आंकड़े (Trade Statistics)
(५) मजदूरी-आंकड़े (Wage Statistics)
(६) औद्योगिक आंकड़े (Industrial Statistics)
(७) राष्ट्रीय प्रतिदर्श सर्वेक्षण (National Sample Survey)
(८) राष्ट्रीय आय आंकड़े (National Income Statistics)

(१) जनसंख्या आँकड़े

सम्भवतः सर्वप्रथम आंकड़ों का सम्बन्ध जनसंख्या से रहा हो। विभिन्न देशों के सैनिक-शक्ति का निर्धारण करने के लिये इनका उपयोग होता था। इसलिये शासकों के शासन प्रबन्ध के कार्यों में जन गणना का भी विशेष महत्व था। उनको आंकड़ों की अपनी सैनिक शक्ति का अनुमान लगाने के लिये आवश्यकता होती थी जिससे कि व न केवल राज्य क्षेत्र का विस्तार बड़ा सकें पर बाहरी आक्रमणों और आन्तरिक झगड़ों से अपने राज्य को सुरक्षित रख सकें। इसलिये जन संख्या के आंकड़े बहुत पुराने हैं। हाल में गणना अंकों (census figures) को एकत्र करने की विधि और रीति में विशेष सुधार हुये हैं

जन गणना की पद्धति—जनसंख्या का प्राक्कलन (estimate) निम्नलिखित दो विधियों से किया जाता है।

(१) जन गणना (population census)

(२) जीवन आंकड़े (vital statistics)

पहली विधि के अनुसार जनगणना के दिन जीवित मनुष्यों को गिना जाता है तथा जीवन के विभिन्न पहलुओं से सम्बन्धित आंकड़े एकत्रित किये जाते हैं।

दूसरी विधि में मृत्यु और जीवित व्यक्तियों का सही अभिलेख (record) रक्खा जाता है और किसी भी एक तिथि की जन शक्ति का अनुमान लगाया जा सकता है। बाद में हम देखेंगे कि जनगणना में न केवल मनुष्यों की जनसंख्या को गिना जाता है पर उनके कई सामाजिक व आर्थिक पहलुओं पर भी ध्यान दिया जाता है। इसके लिये जीवन आंकड़े की विधि उपयुक्त है क्योंकि यह केवल एक समय में जीवित मनुष्यों की संख्या को ही बताती है। आंकड़ों का विज्ञान आजकल जनसंख्या की प्रकृति और संघटना और उनकी आर्थिक व सामाजिक दशा जानने के लिये उपयोग में लाया जाता है।

इन दोनों में से एक विधि किसी देश की जनसंख्या जानने के लिये उपयोग में लाई जाती है। जनसंख्या आंकड़ों (Population Statistics) के संस्थापक जान ग्रान्ट ने १७ वी शताब्दी में इंग्लैंड में जन गणना के लिये जीवन आंकड़ों की विधि का उपयोग किया। १९ वी शताब्दी में अमेरिकी सांख्यिकीविदों ने देश की जन-शक्ति जानने के लिये व्यापक सर्वेक्षण किया क्योंकि उस समय वहाँ मृत्यु और जीवित व्यक्तियों का कोई अभिलेख नहीं था। इस समय बहुत से देशों में दोनों विधियों का उपयोग किया जाता है और एक विधि से प्राप्त फलों को दूसरी विधि के साथ समायोजित किया जाता है।

जन गणना

हम यहाँ पर जन गणना प्रविधि का तथा जो सूचना एकत्र की जाती है उसका अध्ययन तीन भागों में करेंगे (क) १९३१ तक की गणना, (ख) १९४१ की गणना, और (ग) १९५१ की गणना।

(क) १९३१ तक की जन-गणनायें—१९३१ में भारत में ७वी जन गणना हुई। पहली जन गणना १८७२ में हुई पर पूरे देश की गणना नहीं हो पाई जिससे इसको गिना नहीं जाता, लेकिन यहांपर हम इसको भी सम्मिलित करते हैं। दूसरी गणना १८८१ में हुई और उसके बाद प्रत्येक दस वर्ष में जन गणना व्यवस्थित रूप से होने लगी।

(१) जन गणन अधिनियम (Census Act)—जन गणनाओं का संगठन गणना वर्ष से दो-तीन साल पहले लागू किये अधिनियमों से प्रारम्भ होता है। इन नियमों के अन्तर्गत केन्द्रीय सरकार हर गणना के लिये जन गणना आयुक्तों (Census Commissioners) की नियुक्ति करती थी। ये नियम सम्पूर्ण अंग्रेजी भारत में लागू होते थे। भारतीय रियासतें अपने अलग जन गणना आयुक्तों की नियुक्ति करती थीं और पृथक अधिनियम लागू करती थीं। इन अधिनियमों के बल पर सरकार परिवार के कर्त्ताओं और जन संस्थाओं से सूचना माँगती है, क्योंकि बिना इनके जनता को ऐसी सूचनाओं के लिये बाध्य नहीं किया जा सकता और जन गणना का उद्देश्य इनके न मिलने से समाप्त हो जाता है। इन नियम की एक धारा के अनुसार सूचना न देने वालों को, गलत सूचना देने वालों को और साथ ही उन कर्मचारियों को जो अपने काम को ठीक प्रकार से नहीं करते हैं, दण्डित किया जा सकता है। एक और आवश्यक धारा के अनुसार दी हुई सूचना गोपनीय रखी जाती है और सूचना देने वाले व्यक्ति के विरुद्ध किसी भी अवसर पर उनका उपयोग नहीं किया जा सकता।

(२) कर्मचारियों की नियुक्ति—जन गणना अधिनियमों के अनुसार समस्त देश के लिये एक गणना आयुक्त और हर एक प्रान्त में एक गणना अध्यक्ष की नियुक्ति होती है। प्रान्तीय अध्यक्षों (Provincial Superintendents) के नीचे हर एक जिले में एक जिला गणना अधिकारी (District Census Officer) होता है। जिले को कई भागों में विभाजित किया जाता है और एक भाग का अधिकारी चार्ज सुपरिन्टेन्डेन्ट कहलाता है। एक चार्ज नगरीय क्षेत्र में नगर पालिका के बराबर होता है और ग्राम क्षेत्र (rural area) में तहसील के बराबर होता है। नगर पालिका का एक्जीक्यूटिव ऑफिसर (Executive Officer) या सचिव (Secretary) और तहसील का तहसीलदार या नायब तहसीलदार चार्ज सुपरिन्टेन्डेन्ट का कार्य करता है। चार्ज फिर वृत्तों[1] (circles) में विभाजित होता है और उनके अधिकारी वृत्त निरीक्षक (circle supervisors) कहलाते हैं। वृत्तों को फिर खंडों में (blocks)[2] में विभाजित किया गया है जिनका चार्ज खंड-गणनाकारों (Block-Enumerators) के ऊपर है। यह देखा गया कि जन गणना का

---

१. नगर क्षेत्र में वृत्त मुहल्लों (localities) से बनते हैं और ग्रामों में कानूनगो के क्षेत्र के बराबर होते हैं। शहरों में वृत्त निरीक्षक का काम सरकारी कार्यालयों के लिपिक (clerks) करते हैं और गाँवों में कानूनगो।

२. एक खंड (block) शहर के एक गली या मुहल्ले के बराबर होता है। खंड-गणनाकार का काम सहायक लिपिक (junior clerk) करता है और ग्रामों में पटवारी इस कार्य को सम्भालता है।

अधिकारीय संगठन पिरामिड की तरह बना है,—आधार अधिक विस्तृत होता है तथा ऊपर की ओर संकुचित होता जाता है। गणना कर्मचारी विभिन्न पदों के सरकारी कर्मचारी होते हैं और कुछ की नियुक्ति स्थायी होती है और कुछ अंश काल के लिए रक्खे जाते हैं। कोई विशेष वेतन या भत्ता गणना कार्य के लिये नहीं दिया जाता।

(३) कर्मचारियों का प्रशिक्षण—कर्मचारियों की नियुक्ति के बाद उन्हें गणना कार्य के लिये शिक्षित किया जाता है। प्रशिक्षण दो भागों में किया जाता है, क्रियात्मक तथा सैद्धान्तिक। खण्ड गणनाकार से ऊपर के कर्मचारियों को अधिकतर सैद्धान्तिक प्रशिक्षण दिया जाता है। उनको संगठन पुस्तिका (Census-Manuals) और दूसरी पुस्तिकायें दी जाती हैं जिनमें गणना कर्मचारियों के लिये गणना प्रणाली के विषय में मुख्य अनुदेश होते हैं। खण्ड गणनाकार सैद्धान्तिक अध्ययन के अतिरिक्त कृत्रिम गणना में भी भाग लेते हैं और पर्चियाँ भी भरते हैं जिससे उन्हें गणना पद्धति का अच्छी प्रकार ज्ञान हो जाय।

(४) आँकड़ों को एकत्र करने की कार्य प्रणाली—गणना कार्य देश में हर गृह के नम्बर से प्रारम्भ होता है इसलिए यहाँ पर गृह (Home) शब्द की व्याख्या करना उचित होगा। गृह का सम्बन्ध और अर्थ चूल्हे से है जहाँ पर एक परिवार के सदस्य मिल जुल कर खाना खाते हैं। गृहों के नम्बर के बाद प्रारम्भिक गणना होती है जो मुख्य गणना के कुछ दिन पहले की जाती थी। अनुसूची को खंड गणनाकार भरता था और उनकी जाँच सुपरवाइजर करता था। गणना दिवस की रात्रि को अनुसूची की जाँच की जाती थी और जो आदमी घर छोड़ कर गये थे या मर गये थे उनका नाम उनसे अलग कर दिया जाता था और जो नये आदमी आये या पैदा हुये हो उनको सम्मिलित कर लिया जाता था। जो लोग जंगली या बाहरी क्षेत्रों में रहते थे उनके लिये पृथक प्रबन्ध किया जाता था। इसी प्रकार, रेल, जहाज व हवाई जहाज में सफर करने वाले गिन जाते थे। गणना-रात्रि के बाद दूसरे दिन ६ बजे सुबह तक खंड गणनाकार इन अनुसूचियों को सुपरवाइजर के सामने प्रेषित करते थे और वे बारी-बारी से चार्ज अध्यक्ष, प्रान्तीय गणना अध्यक्ष तथा गणना आयुक्त के पास पहुँचा दी जाती थी। गणना आयुक्त उनको एकत्र व विश्लेषण के बाद प्रकाशित करता था। उसके बाद गणना अधिकारी संगठन समाप्त कर दिया जाता था।

(ख) १९४१ की जन गणना के लिये गये परिवर्तन—१९४१ की जन-गणना भारत में आठवी थी और युद्ध काल में की गई थी। गणना पद्धति में युद्ध की परिस्थितियो को देखते हुये कुछ परिवर्तन किये गये थे। आँकडो को एकत्रित करने

व विश्लेषण में भी सुधरी हुई प्रविधि काम में लाई गई थी। मुख्य परिवर्तन निम्न लिखित हैं।

(अ) कार्य प्रणाली में परिवर्तन

(१) एक-रात्रि की गणना की विधि को बन्द कर दिया—जैसा कि हमने देखा है कि १९३१ तक की जनगणना में गणना रात्रि से कुछ सप्ताह पहले कुछ सामयिक (provisional) आँकड़े एकत्र कर लिये जाते थे। गणना-रात्रि को उनका संशोधन होता था। यह तात्त्विक (de facto) जन संख्या थी। इसके कारण अनेक कठिनाइयाँ हो जाती थी। प्रथम, कठिनाइयाँ गणना रात्रि के चुनाव में होती थीं क्योंकि इस दिन चाँदनी होनी चाहिये थी। यह किसी असाधारण घटना का दिन जैसे मेले इत्यादि का भी न होना चाहिये जिससे कि अधिकतर लोग घर में हों। दूसरे, एक रात्रि में गणना होने के कारण बहुत अधिक गणनाकारों की आवश्यकता होती थी। तीसरे, परिवार के कार्यकर्त्ताओं से संग्रहीत सूचना या गणनाकारों की बनाई गई अनुसूची की परिशुद्धता की जाँच करने का समय नहीं मिलता था।

१९४१ की गणना से सामान्य निवास स्थान के आधार (normal residence basis) या वैध जन संख्या (de jure) पद्धति व्यवहार में लाई गई जिससे हर एक आदमी की गणना उसके निवास स्थान पर हो जाती थी। गणना का समय तीन सप्ताह तक बढ़ा दिया गया। गणना ८ फरवरी १९४१ से होना शुरू हुई और २८ फरवरी तक रही। १ मार्च से ३ मार्च तक पर्चियों की जाँच हुई। स्वभावतः अगर १२ घटे के अल्प समय को छोड़ कर २१ दिन गणना में लगाये जायें तो ठीक प्रकार से आँकड़ों का संकलन और उनकी जाँच हो सकती है।

(२) पर्ची विधि का प्रयोग—पहली बार १९४१ की जनसंख्या में अनुसूचियों को हटा कर गणना पर्चियों द्वारा की गई। एक पर्ची में एक व्यक्ति की सूचना लिखी गई। पुरानी अनुसूचियाँ बेढंगी थीं और उनसे एक कार्य को दो बार करना पड़ता था क्योंकि बाद में हर सूचना को पर्ची में सांख्यिकीय प्रतिवादन के लिए लिखा जाता था।

(३) यान्त्रिक गणकों का उपयोग—पहली बार १९४१ की गणना में सारणी यन्त्रों का उपयोग हुआ जिससे आँकड़ों का विश्लेषण करने में सरलता हुई और कम समय लगा।

(४) गणना में संकेतों (symbols) का उपयोग - पर्चियों में व्यक्तियों से पूछे गये प्रश्नों का उत्तर संकेतों द्वारा लिखा जाने लगा। संकेतों के उपयोग से सूचना लिखने में सरलता और उसके यान्त्रिक सारणीयन में सहायता मिली।

(५) छपाई को केन्द्रित कर दिया गया—छपाई का काम एक स्थान पर किया गया जिससे गणना कार्य मे उपयोग में लाई गई लेखन सामग्री एक ही प्रकार की थी।

(६) गृह सूची में विस्तार—१९३१ तक जन गणना मे केवल गृह सूची थी। १९४१ की जन गणना मे इसे बढाया गया। इसमें एक परिवार की सदस्यता की औसत सख्या स्त्री-पुरुषो की सख्या का अनुपात एक गृह में अलग अलग आयु वर्गों में वितरण व्यक्तियो की सूचना एकत्र की गई।

(७) यादृच्छिक प्रतिचयन सर्वेक्षण (random sample survey)—१९४१ की जन सख्या में प्रत्येक प्रतिचयन क्षेत्र मे प्रत्येक पचासवी पर्ची (जिसे y-sample कहा जाता है) अलग निकाली गई इसका ध्येय यह था कि १९४१ की जन गणना के प्रकार का परीक्षण किया जाय। गलत लेखो की प्रकृति और परिसीमा का सांख्यिकीय विश्लेषण आगामी जन गणनाओ में उपयोगी सिद्ध होगा। इसके द्वारा यह मालूम किया जा सकता है कि गणनाकारो को किस प्रकार अनुदेश दिये जायें और उनके कार्य का निरीक्षण कैसे हो। यह विश्लेषण मुख्य पदो, जैसे आयु (प्रश्न ६), आर्थिक स्थिति (प्रश्न ९,१०,१२,१३,१४) तथा शिक्षा (प्रश्न २०, २१, २२) तक ही सीमित था। इस परीक्षण का फल यह निकला कि स्पष्ट अनुदेशो के होते हुए भी आयु के लेख गलत थे।

(ख) एकत्र की गई सूचना में परिवर्तन

आंकडो के एकत्र करने की प्रक्रिया में किये परिवर्तन के साथ एकत्रित सूचना में भी परिवर्तन किये गये।

(१) जन सख्या वृद्धि की दर—१९४१ की जनन शक्ति की दर जानने के लिये दो प्रश्न किये गये — (क) पैदा हुये बच्चो की सख्या, तथा (ख) पहले बच्चे के पैदा होने के समय आयु।

(२) वृत्ति के आधार पर वर्गीकरण (occupational classification) छोड दिया गया था। यह आश्चर्यजनक बात है कि जब आर्थिक आंकडो का महत्व बढता जा रहा है उस समय ऐसे प्रश्न को अलग किया गया। शायद युद्ध काल के कारण जब सरकार और महत्वपूर्ण कार्यों में लगी थी यह प्रश्न हटा दिया गया था।

(३) ऐसे लोगो की सख्या जो केवल पढ सकते है और लिख नही सकते हैं प्रथम बार १९४१ की जनगणना में की गई।

(४) भाषा और लिपि के प्रश्न को भी हटा दिया गया क्योकि जन गणना आयुक्त के मतानुसार इस विषय में सही आँकडे एकत्र नही किये जा सकते थे।

(५) बनजातियों (tribal) के धर्म का प्रश्न शासन के ऊपर छोड़ दिया गया

(ग) १९५१ की जन गणना में किये गये परिवर्तन—स्वतंत्रता के बाद १९५१ में पहली जन गणना हुई और वैसे यह नवी थी। जम्मू और काश्मीर को छोड़ कर यह समस्त देश में हुई। सभी सूचनायें एक पर्ची द्वारा एकत्र कर ली गईं। हर एक व्यक्ति के लिये एक पर्ची थी जिसमें समस्त सूचनायें लिखी गई थीं। नीचे एक पर्ची का नमूना जिसका माप ४" × ४" था दिया है। उत्तरों को लिखने के लिये किसी किसी प्रश्न में संकेतों का प्रयोग किया गया था।

सम्पूर्ण प्रश्नावली में १४ प्रश्न थे। प्रश्न संख्या १३ राज्य सरकार की ओर से किसी विशेष समस्या के अध्ययन के लिये आंकड़ों को एकत्र करने के लिये थी। उत्तर प्रदेश सरकार ने इस प्रश्न द्वारा बेरोजगारी के आंकड़े एकत्र किये।

गणना पर्ची (स्लिप) १९५१

स्थान सम्बन्धी सांकेतिक चिन्ह

१—नाम और परिवार के कर्त्ता से सम्बन्ध..................

२—(क) राष्ट्रीयता ....(ख) धर्म..........................

(ग) विशेष वर्ग..

३—विवाहित अविवाहित आदि..........४—वयस्..........

५—जन्म स्थान..

६—विस्थापित के आने की तिथि...................पाकिस्तान के जिले का नाम..

७—मातृ भाषा...............८—दूसरी भाषा...............

९—आर्थिक आश्रिता...............रोजगार.....................

१०—जीविका के मुख्य साधन...........................

.... १४ पुरुष या स्त्री

११—जीविका का दूसरा साधन.............................

१२—साक्षरता और शिक्षा...................................

१३—बेकारी...

१९५१ की जन गणना में निम्न मुख्य परिवर्तन किये गये:—

(अ) रीति में परिवर्तन

(१) १९४९ का गणना अधिनियम स्थायी प्रलेख बना दिया गया। हमने पहले देखा था कि १९४१ तक की जन संख्या तक ऐसे अधिनियम दो या तीन वर्ष

पहले बना दिये जाते थे और जन गणना का काम समाप्त होने पर निरस्त कर दिये जाते थे ।

(२) जन गणना आयुक्त का कार्यालय स्थायी बना दिया गया। पहले जन-गणना की समाप्ति पर उसके आयुक्त का पद भी समाप्त कर दिया जाता था। स्वतन्त्रता प्राप्ति के बाद जन गणना अधिनियम और उसके आयुक्त के कार्यालय का महत्व समझा गया। जन गणनाओं की बीच की अवधि में जन गणना आयुक्त रजिस्ट्रार जनरल (Registrar General) के पद पर काम करता था।

(३) पहली बार नागरिकों का राष्ट्रीय रजिस्टर बना। रजिस्टर के सकलन का भार रजिस्ट्रार जनरल के ऊपर है और उसकी एक एक प्रतिलिपि गाँवों और नगरो मे अवलोकन के लिये रक्खी गई है। रजिस्ट्रार जनरल से यह आशा की जाती है कि वह मृत व जीवित व्यक्तियो व प्रवसनो का अभिलेख रक्खें। सारे देश की जनता का पूर्ण हाल रजिस्टर में होता है और उसको गोपनीय प्रलेख (secret documents) की तरह रक्खा जाता है परन्तु अनुसधान कार्य के लिये यह मिल सकता है। दूसरे प्रलेखो की तरह इस रजिस्टर को न्यायालय के सामने किसी व्यक्ति के विरुद्ध साक्ष में नही रक्खा जा सकता।

(४) गृह और परिवार के भेद को पहली बार किया गया। गृह की व्याख्या निवास स्थान से की गई जिस में कि एक मुख्य द्वार होता है जबकि परिवार की व्याख्या चूल्हे के साथ की गई जहाँ पर एक परिवार के सदस्य मिलजुल कर खाना खाते हैं। इस अन्तर के द्वारा परिवार के आकार का और सयुक्त परिवार के खडन के प्रश्न का अध्ययन किया गया।

(ब) एकत्रित सूचनाओं मे परिवर्तन

(१) सन् १९५१ की जन गणना में प्रथम प्रश्न था नाम और परिवार के कर्त्ता से सम्बन्ध। इस प्रश्न का उद्देश्य सयुक्त परिवार खडन के सामाजिक प्रश्न पर विचार करना था। १९४१ की जन गणना म केवल नाम पूछा गया था।

(२) जाति, वंश और वर्ग के विवरण, 'विशेष वर्ग' (special groups) और पिछड़ी हुई जातियों (backward class) के सिवाय हटा दिये गये क्योकि भारत के सविधान के अनुसार जाति और वंश को लेकर किसी प्रकार का भेद नही किया जा सकता।

(३) सन् १९५१ की गणना में विवाहित, अविवाहित, विधुर तथा विवाह वच्छेद को एक ही शीर्षक, वैवाहिक स्थिति, में रक्खा गया।

(४) पाकिस्तान से आये हुए विस्थापित व्यक्तियों के बारे में भी सूचनायें एकत्र की गई जिसमें कि उनको पाकिस्तान के उन जिले का नाम जिसको वे छोड़ कर आये थे बताना था। यह स्पष्ट है कि ऐसी सूचना की पिछली जन गणनाओं में आवश्यकता नहीं थी।

(५) जनन शक्ति (fertility) सम्बन्धी आँकड़े १९५१ की जन गणना में नहीं सकलित किये गये। जनांकिकीय आँकड़ों का विस्तार से अध्ययन, विशेषकर हमारी पंचवर्षीय योजना के सदर्भ में अति आवश्यक है। इस कारण यह आश्चर्य का विषय है कि अधिकारी वर्ग ने इस प्रश्न को क्यों त्याग दिया। १९४१ की जन गणना में इस प्रश्न का विस्तार से अध्ययन किया गया था।

१९६१ की जन गणना

१९६१ की जन गणना भारत की दसवीं जन गणना है। यह गणना तीन मास की अवधि में पूरी हुई (१९६१ की १० फरवरी से १ मार्च तक) और पहली बार इस गणना के क्षेत्र में जम्मू और काश्मीर तथा अन्य हिमाच्छादित भाग जो अब तक पहुँच से बाहर थे सम्मिलित किये गये।

लगभग १० लाख गणक तथा निरीक्षक जिनमें सैकड़ों स्त्रियाँ भी थी, ८५ करोड़ परिवारों तक इस बात का पता लगाने के लिये पहुँचे कि उन के रहन-सहन का ढंग कैसा है, वे कौन सी भाषा बोलते हैं और कौन-कौन से उद्योगों में लगे हुये हैं। पहली मार्च से ५ मार्च तक गणना का पुनर्निरीक्षण नव जात शिशुओं की संख्या जोड़ने तथा मृत की संख्या निकाल देने के लिये किया गया। गणना कार्य की सत्यता की परीक्षा के लिए निरीक्षक वर्ग के कर्मचारियों द्वारा प्रति हजार में से एक एक घर को चुन कर उनकी फिर से गणना की गई।

निश्चित समय से बहुत पहले ही गणना कार्य पंजाब, हिमाचल प्रदेश, जम्मू तथा काश्मीर और उत्तर प्रदेश के हिमाच्छादित भागों में आरम्भ कर दिया गया था और जाड़े के आरम्भ होने के पहिले समाप्त हो गया था। इस प्रकार वास्तविक जन गणना कार्य के आरम्भ होने से पहिले ही इन क्षेत्रों की गणना का प्रारम्भिक परिणाम मालूम हो गया था। अन्य क्षेत्रों की गणना का प्रारम्भिक परिणाम भी जनगणना कार्य की समाप्ति के ३ सप्ताह के भीतर ही प्रकाशित कर दिया गया था।

यद्यपि वास्तविक जनगणना कार्य १० फरवरी १९६१ से आरम्भ किया गया पर सम्बन्धित सहायक कार्य तो लगभग एक वर्ष पहिले ही से आरम्भ हो चुका था। मकानों की सारिणी जिसमें रहने वालों की संख्या तथा उनके रहन-सहन की स्थिति अंकित की गई थी १९६० के अन्त तक पूरी हो गई थी। गणना प्रपत्र में सलग्न गणना सम्बन्धी प्रश्न सारिणी की जांच भी बम्बई, कलकत्ता, दिल्ली, मद्रास में आयोजित गणना परीक्षायें की गई थी।

गणना की सुविधा के दृष्टिकोण से समस्त देश को ग्राम्य तथा नागरिक क्षेत्रो मे विभाजित कर दिया गया था। इन क्षेत्रो को ग्रामो मे ६०० से ९५० व्यक्तियो के और नगरो मे ५०० से ८०० व्यक्तियो के मण्डलो मे उपविभाजित किया गया था। प्रत्येक मण्डल ने गणना कार्य गणको द्वारा किया गया था। प्रत्येक ५ अथवा ६ मण्डलो का कार्य एक निरीक्षक द्वारा देखा जाता था और ये निरीक्षक स्वय क्षेत्राधिकारी के आधीन थे।

१० लाख गणको को जो कि भारत की जन सख्या की गणना में लगे हुये थे प्रति निरीक्षक ४ रु० और प्रति गणक १६ रु० प्रत्येक गणना खण्ड मे जेब खर्च के रूप मे दिया गया था। यह मात्रा खण्ड के आकार के अनुसार घटाई और बढाई भी गई थी। गणको को उनके सामान्य कार्य से कुछ अवकाश भी दिया गया था ताकि वे निश्चित अवधि के भीतर अपना कार्य समाप्त कर सकें।

१९६१ की गणना मे परिवार के प्रत्येक व्यक्ति की गणना उनके स्थायी निवास स्थान के आधार पर उनकी अवस्था का ध्यान न रखते हुये की गई थी। यदि कोई व्यक्ति अतिथि के रूप मे किसी परिवार मे आ गया था और वह यदि २८ फरवरी तक वही ठहरने वाला था तो उसकी गणना उसी परिवार के सदस्यो के साथ की गई थी।

१९६१ की जन गणना सम्बन्धी सामान्य प्रश्नावली दो भागो मे विभक्त थी, (१) व्यक्तिगत प्रपत्र, (२) परिवार तालिका। गणना प्रपत्र मे जो अनेक क्षेत्रीय भाषाओं मे छपा था १३ प्रश्न थे जिनके उत्तर सर्वथा गोपनीय रखे गये थे। उनका प्रयोग करारोप अथवा नियमन अथवा अन्य शासन सम्बन्धी और न्याय सम्बन्धी परीक्षण के काम म नही किया जा सकता। उनका प्रयोग केवल गणना सम्बन्धी अनाचार म किया जा सकता था। गणना प्रपत्र के पाँच प्रश्न परिवार के प्रधान व्यक्ति से सम्बन्ध, लिंग, अवस्था वैवाहिक स्थिति तथा जन्म स्थान से सम्बन्धित थे। जन्म स्थान के विषय मे इस बात की जानकारी की गई थी कि कोई व्यक्ति भारत मे अथवा किसी अन्य देश मे जन्मा था। जो भारत मे जन्मे थे उनके विषय में यह लिख लिया गया था कि वे नगर अथवा किसी गाँव मे पैदा हुये थे।

गणना प्रपत्र के तीन प्रश्नो का सम्बन्ध सामाजिक तथा नैतिक सूचनाओ से था, जैसे राष्ट्रीय नागरिकता, धर्म, जाति, मातृ-भाषा अथवा अन्य भाषीय जिनका प्राय प्रयोग किया जाता रहा हो। अन्य पाँच प्रश्नो का सम्बन्ध आर्थिक सूचनाओं से था। इस शीर्षक के अन्तर्गत काम मे लगे हुये और बेकार सभी व्यक्तियो के सम्बन्ध मे सूचनायें एकत्रित की गई थी। जीवनयापन के मुख्य तथा गौण साधनो

को लिख लिया गया था। काम में लगे हुये व्यक्तियों को काम करने वालों, काम करवाने वाले मालिकों तथा स्वतन्त्र व्यवसाय चलाने वालों के वर्गों में विभाजित किया गया था। साराश यह कि प्रत्येक प्रश्न साधारण और सरल थे और उन्हें कोई भी व्यक्ति साधारण बुद्धि के प्रयोग से अच्छी तरह समझ सकता था। इन व्यक्तिगत प्रपत्रों के अतिरिक्त एक विशिष्ट फार्म का भी प्रयोग किया गया था जिसके द्वारा देश के वैज्ञानिकों और प्रवीणकों से सम्बन्धित सूचनायें विस्तार पूर्वक प्राप्त की गई थी।

पारिवारिक तालिका जिस में कृषि तथा घरेलू उद्योगों के सम्बन्ध में जो कि परिवार द्वारा अनुसरण किये जाते थे सूचनाये अंकित की जाती थीं। यह १९६१ की जनगणना की एक नवीन विशेषता थी। इस तालिका का आशय भारत में परिवार की आर्थिक क्रियाओं के सम्बन्ध में जैसे कृषि तथा अन्य घरेलू उद्योग आंकड़े एकत्रित करना था। घरेलू कृषि से सम्बन्ध कृषि में प्रयुक्त भूमि के क्षेत्रफल से था चाहे वह भूमि निजी हो अथवा अन्य से लगान पर ली गई हो। घरेलू उद्योग सम्बन्धी सूचना के अन्तर्गत उद्योगों की प्रकृति तथा महीनों की संख्या जिनमें उस उद्योग में लोग लगे रहते थे अंकित किया जाता था। घरेलू उद्योग सम्बन्धी सूचनाओं में इस बात पर जोर दिया गया था कि परिवार के प्रधान और परिवार के सदस्य उसमें कितना भाग लेते हैं।

परिवार के सदस्यों के सम्बन्ध में विस्तृत विवरण को संयुक्त रूप से अंकित करने के लिये घरेलू तालिका में एक विशेष स्तम्भ बना हुआ था जिसमें उनके नाम, परिवार के प्रधान से सम्बन्ध, अवस्था, वैवाहिक स्थिति तथा उद्योग में भाग लेने का विवरण लिखा जाता था।

१९६१ की जन गणना की एक मुख्य विशेषता यह थी कि गणकों को प्रश्नों की शब्दावली को अपनी इच्छानुसार परिवर्तित कर लेने की स्वतन्त्रता प्राप्त थी। प्रश्नों का विश्लेषण करने की स्वतन्त्रता की नवीनता जो कि पुरानी परिपाटी से भिन्न थी कार्य में सहायक सिद्ध हुई।

भारत में जनगणना का समालोचनात्मक मूल्यांकन

भारत की जन गणना में मुख्यतः दो दोष हैं। पहला, एक जन गणना के आंकड़े की अन्य जन गणनाओं के आंकड़ों से तुलना नहीं की जा सकती और दूसरा, ये आंकड़े गलत भी हैं। यहाँ पर हम जन गणना के दोषों, कारणों और निदानों का विस्तारपूर्वक अध्ययन करेंगे।

(१) असदृश्य आंकड़े incomparable data —विभिन्न गणनाओं में उपयोग में लाये गये शब्दों व इकाइयों की परिभाषा और आंकड़ों का वर्गीकरण भिन्न

भिन्न जन गणना में भिन्न भिन्न प्रकार से किया गया है। इसीलिये कही भी एकत्रित आँकडो मे समानता नही मिलती। इन परिस्थितियो मे विभिन्न गणनाओ के निष्कर्षों की भी तुलना नही की जा सकती। उदाहरणार्थ गृह शब्द की परिभाषा मे पहले और अब मे बहुत अन्तर हो गया है। इसी प्रकार आँकडो के वर्गीकरण मे भी अन्तर हुये है। १९५१ की गणना प्रश्नावली या पर्ची जिनमे कि सूचनाये एकत्र की गईं, पहली पर्चियो या अनुसूचियो से कुछ महत्त्वपूर्ण विषयो मे भिन्न थी। इससे यह मालूम होता है कि अभी हमारी जन गणनाओ म प्रयोग हो रहे है और आँकडो को एकत्र करने मे कोई स्थिरता नही आयी है। भारतीय जन गणना का क्षेत्र भी बराबर हर गणना मे बदलता गया है। पहले गणना क्षेत्र म राज्यो के राज्य सम्मिलित नही थे। १९४१ की जन गणना के पश्चात् देश मे विभाजन हो गया और बहुत-सा क्षेत्र पाकिस्तान मे चला गया। आँकडो को एकत्र करने की प्रविधि, सारणीयन और शोधन में वैज्ञानिक रीतियो के लागू होने से परिवर्तन हो गये है। आँकडो के वर्गीकरण और सारणीयन मे यान्त्रिक सहायता भी ली जाने लगी है।

(२) **गलत आँकडे**—हमारी जन गणना मे यह भी एक बहुत बडा दोष है। जन सख्या के आँकडा का सकलन गणना की तरह होता है न कि प्रतिदर्श की तरह। आवश्यक सूचना उन सभी व्यक्तियो से ली जाती है जो कि उस समय देश में वर्तमान है। यह स्वाभाविक है कि लोगों के द्वारा दी गई सूचना गलत भी हो सकती है। कभी-कभी यह त्रुटि पूरक होती है और अन्तिम फल म दोष नही लाती। परन्तु अधिकाशत यह त्रुटियाँ अभिनति त्रुटियाँ होती हैं जिन का प्रभाव सचयी होता है। यह गलतियाँ बहुधा अज्ञान, लापरवाही या मनोवैज्ञानिक दशा पर निर्भर है। अधिकतर लोग गणनाकारो के प्रश्नो का उत्तर नही सोच पाते है और बहुत से सही उत्तर ही नही दे पाते। कभी-कभी लोग सही उत्तर न देने मे अपना हित समझते है और कभी उदासीनता दिखलाते है।

आयु के आँकडे—आयु के आँकडे अधिकतर दोषयुक्त होते है इसके कई कारण है। जनता ० और ५ से समाप्त होने वाले अको को अधिक पसन्द करती है। पाँच की अनेकधा (multiples) वाली आयु मे अभिनति इससे भी सिद्ध होती है क्योकि लगभग ४०% व्यक्तियो ने जैसा कि १९४१ की जनगणना की पर्चियो से मालूम हुआ है, इस प्रकार अपनी आयु बतलाई। इसका उपचार यह है कि वर्गान्तर ०-२½, २½-७½ आदि होना चाहिये जिससे कि ० और ५ म वरीयता (preference) के कारण वर्गान्तरो की बारबारता पर प्रभाव न पडे। वयस्क लडकियो की आयु के आँकडे सदा कम बताये जाते हैं क्योकि हमारे देश मे युवा लडकियो का अविवाहित

है, विवाह नहीं मानना चाहिये क्योंकि आर्थिक दृष्टि से ऐसे विवाह का कोई प्रभाव नहीं है परन्तु सामाजिक व जनांकिकीय दृष्टि से ऐसे विवाह महत्त्व रखते हैं।

अन्य आँकडे—धर्म सम्बन्धी आँकडे बहुधा गलत पाये जाते है। धर्म की परिभाषा कठिन होती है। एक साधारण व्यक्ति विभिन्न धर्मों मे अन्तर नहीं कर सकता है। कुछ व्यक्ति बहुत से धर्मों के अनुयायी होते है तो कुछ किसी धर्म को नहीं मानते। जहाँ धर्म के द्वारा वरीयता मिलने की सम्भावना होती है, धर्म के आँकडे अभिनत पाये जाते है।

इसी प्रकार भाषा सम्बन्धी आँकडे गलत होते हैं। भाषा के प्रश्न को लेकर बहुत झगडे हो चुके है। ऐसी अवस्था मे आँकडे गलत होना स्वाभाविक ही है। कहीं कहीं पर सीमाप्रान्तो मे यह कहना कठिन होता है कि कौन सी भाषा बोली जाती है।

जीविकोपार्जन के प्रधान तथा गौड साधन के आँकडे भी गलत पाये जाते हैं। इसका कारण 'प्रधान' और "गौड", शब्द की परिभाषा और अर्थ है। साधारणत यह समझा जाता है कि जिस स्रोत से आय अधिक है वह प्रधान है। परन्तु इसमे कठिनाई उत्पन्न हो सकती है। यदि कोई क्लर्क अपने वेतन से अधिक बीमा एजेन्सी से प्राप्त करते है तो ऐसी स्थिति मे प्रधान तथा गौड साधन क्या निश्चित किया जायगा इसमे सन्देह हो सकता है।

जनता की उदासीनता—जनता जनगणनाओ की महत्ता और उपयोगिता को नही समझती है और गणना कार्य को शकित निगाहो से देखती है चाहे उन्हे दण्ड से मुक्ति का विश्वास दिलाया जाय। स्वतन्त्रता प्राप्ति के पश्चात् जन गणना का जितनी महत्ता मिलनी चाहिये उतनी नही मिल रही है। अभी हाल तक हमारे यहाँ कोई गणना अधिनियम और गणना विभाग नही था। भारतीय जन गणना की तुलना एक "पुच्छल तारे" से की गई है जो भारतीय क्षितिज पर प्रति १० वर्ष बाद दिखाई पडता है और दो तीन वर्ष पश्चात् चुपचाप समाप्त हो जाता है। लोगो के अन्दर एक ऐसा उत्साह पैदा करना आवश्यक है जिससे कि वे गणना कार्य मे सहयोग दे। अब लोगो को अच्छी प्रकार यह समझना चाहिए कि जन गणनाएं उन्ही की भलाई के लिये होती है।

अवैतनिक गणना—भारतीय गणना मे अधिकतर लोगो से अवैतनिक काम लिया जाता है। अधिनियम के अनुसार व लोग जो सरकारी या अर्धसरकारी विभाग मे काम करते है गणना कार्य मे योग प्रदान करने के लिये बाध्य है परन्तु इसके लिये उन्हे १९५१ की जनगणना तक कोई अलग वेतन नहीं दिया जाता था। पर १९६१ की जन गणना मे गणको को सवारी का भत्ता २० रु० प्रति गणक के औसत से दिया गया। गणको को अपने सामान्य कार्य से गणना कार्य करने के लिये अवकाश दिया

गया ताकि वे समयावधि के भीतर ही गणना कार्य समाप्त कर सकें। इसीलिये सारे संसार से हमारे यहां जनगणना सस्ते में हो जाती है। इस परिस्थिति में यह स्वभाविक ही है कि ऐसे कर्मचारी इस कार्य को लगन से नहीं करते है। वे लोग आँकडों को एकत्र करने के लिये यन्त्रवत और नियमानुसार चले जाते है और उनकी सार्थकता की ओर ध्यान नहीं देते। जन गणना के कार्य के लिये गणनाकार और नागरिक दोनों की आवश्यकता होती है। यह आवश्यक है कि दोनों इस कार्य मे हित रक्खे। जब तक दोनों मिल कर काम नहीं करते तब तक गणना कार्य में असफलता मिलेगी।

अप्रशिक्षित कर्मचारी—गणना कार्य के लिये कर्मचारियों की नियुक्ति अस्थायी रूप से होती है। उन लोगों को थोड़ी सी क्रियात्मक और सैद्धान्तिक प्रशिक्षण दिया जाता है जो कि इतने बड़े कार्य के लिये बहुत कम है। गणनाकार में सामान्य ज्ञान के अतिरिक्त थोड़ी सहानुभूति और चतुरता होना आवश्यक है जिससे कि वह सूचना देने वालों को अपने और उनके कार्य के विषय में समझा सके और आवश्यक सूचना प्राप्त कर सके। जब तक कि कर्मचारी पूर्णतया प्रशिक्षित नहीं होते तब तक गणना के आँकड़े दोषपूर्ण होंगे।

काल विशेष की परिस्थितियाँ—किसी काल की कुछ विशेष परिस्थितियों में भी सांख्यिकीय आँकड़ों की सत्यता पर प्रभाव पड़ता है। कभी-कभी गणना कार्य का सारा वातावरण अविश्वास और वैमनस्य पूर्ण होता है तब आंकड़े दोष पूर्ण होते हैं। १९४१ की जन गणना के आंकड़े जान बूझ कर, अनिवार्य सैनिक सेवा के डर से गलत बताये गये थे। इसी तरह १९३१ की गणना के आँकड़ों में जान बूझ कर वृद्धि की गई जिससे कि प्रान्तीय विधान सभाओं में विभिन्न जातियों के सदस्यों की संख्या अधिक हो और सरकारी नौकरी मिल सके।

व्यवसायिक गणना—अपने देश में व्यवसायों की गणना बहुत ही असंतोषजनक है। विभिन्न व्यवसायों की परिभाषा उनके वर्गीकरण का ढंग, तथा वर्गों की संख्या जिनमें विभिन्न व्यवसाय विभाजन किये गये है आदि में प्रत्येक जनगणना में परिवर्तन किया गया है जिसके कारण गणना के आँकड़े तुलनात्मक अध्ययन के लिये अनुपयुक्त हैं। १९५१ की गणना के पहले के आँकड़े इतन अपर्याप्त है कि लोगों द्वारा अनुसरण किये जाने वाले व्यवसायों के प्रति कोई धारणा स्थापित करना असंभव है। पिछली गणना में वर्गीकरण के नये और सम्पूर्ण आधार के प्रयोग के कारण स्थिति में बहुत सुधार हुआ। फिर भी यह कहना आवश्यक है कि जन संख्या के आँकड़ों की आर्थिक और सामाजिक महत्ता को उपयुक्त स्थान देना परम आवश्यक है और लोगों की आर्थिक विशेषताओं के प्रति पूरी जाँच की जानी चाहिये।

जन गणनाओ की महत्ता व उपयोगिता

जो कुछ भी अब तक हमने जन गणना के विषय मे पढा उससे अनुमान लगाया जा सकता है कि जन गणना के समय एकत्र किये गये आँकडो की क्या आवश्यकता और उपयोगिता है। जन गणना का ध्येय गणना के दिन जीवित मनुष्यो की दशा मालूम करना है। गणना के समय विस्तार पूर्वक एकत्र की गई सूचना आर्थिक, सामाजिक व राजनैतिक दृष्टि से बहुत उपयोगी है।

(१) जन गणना देश के व्यापार, वाणिज्य और उद्योग के लिये बहुत उपयोगी है। एक वस्तु और सेवाओ के उत्पादक को देश मे पुरुष और स्त्री श्रमजीवी की सख्या और उनकी आयु के हिसाब से वितरण मालूम होना चाहिये। उसी प्रकार एक व्यापारी को देश के उपभोक्ताओ की सख्या, उनकी आर्थिक विशेषताओ व विभिन्न व्यवसाय, उनकी शिक्षा व अन्य बहुत सी बातो के विषय मे जिनका प्रभाव मांग पर पडता है मालूम होना चाहिये।

कुछ विशेष प्रकार के व्यापारी जन सख्या के आँकडे का विभिन्न प्रकार के लाभ-प्रद कार्यों मे उपयोग करते हैं। उदाहरणार्थ एक परिवहन सस्था जन सख्या के घनत्व के आंकडे को अपने लाभ के लिये उपयोग कर सकती है। उसी प्रकार वैंक और बीमा कम्पनियाँ जनाँकिकीय सूचनाओ को विज्ञापनो और अपने कार्यालयो के स्थापन के उपयोग मे ला सकती हैं। बीमा कम्पनियो के लिये सूचनायें अति आवश्यक हैं क्योंकि ये विभिन्न देशो के लोगो के जीवन की प्रत्याशा (life expectation) की तुलना गणना अधिकारियो की गणनाओ से कर सकते हैं और उसी के अनुसार जीवन सारणी (life tables) और दर सारणी (rate table) मे भी परिवर्तन कर सकते है।

(२) प्रजातन्त्रीय राज्य मे जन सख्या के आँकडे विशेष महत्वपूर्ण है। वैवाहिक स्थिति के आँकडे सामाजिक दशा के अध्ययन मे सहायक होते हैं। इस सम्बन्ध मे तब तक नियम नही बनाये जा सकते जब तक कि चुने हुये सदस्य समस्या की प्रमात्रा और इसकी बुराइयो से परिचित न हो। विधयक प्रस्तुत करने वालो को विधान मडल को स्थिति की गम्भीरता समझानी पडती है और तब उन्हें साँख्यिकीय अभिलेखो का सहारा लेना पडता है। विधान मन्डल का बनाना भी जन सख्या के आँकडो पर निर्भर है। किसी निर्वाचन क्षेत्र की जन सख्या पर ही वहाँ के सदस्यो की सख्या निर्भर है। इसी प्रकार जन सख्या के आँकडो से ही कुछ विशेष वर्ग के लोगो के साथ विशेष व्यवहार तथा सामाजिक सुधार किया जा सकता है।

(३) जनता के आर्थिक स्तर और उनके व्यवसायो के आंकडे पिछडे हुये देशो मे, जहाँ की सरकारें अपने देश की आर्थिक अवस्था को सुधारने के लिये योजनाओ

पर विशेष जोर देती हैं, बहुत आवश्यक है। आर्थिक आंकड़े उन व्यक्तियों के बारे में जो कि लाभप्रद व्यवसाय में अथवा कमाने वाले या वृत्तिहीन हैं उपयोगी सूचना देते हैं, इनसे सरकार की वृत्ति की नीति निश्चित होती है।

साक्षरता और शिक्षा सम्बन्धी आंकड़ों के मिल जाने से सरकार अपनी शिक्षा नीति में उपयुक्त परिवर्तन कर सकती है और प्रारम्भिक निःशुल्क शिक्षा व प्रौद्योगिक शिक्षा को विभिन्न प्रदेशों की आवश्यकतानुसार लागू कर सकती है।

इसलिये जन संख्या के आंकड़े अनेक प्रकार की सामाजिक व आर्थिक समस्याओं को हल कर सकते हैं और इस से सरकार की विभिन्न युक्तियों पर भी विचार किया जा सकता है। अन्त में हम यह कह सकते हैं कि जन संख्या के आंकड़े और जनांकिकीय सर्वेक्षण जीवन के हर पहलू पर उपयोगी हैं। आर्थिक व सामाजिक क्षेत्र में इनकी और भी आवश्यकता है। इसी कारण हम देखते हैं कि आज तक सभी देश जन संख्या के आंकड़ों को एकत्र व जनांकिकीय सर्वेक्षण कर रहे हैं।

२. कृषि आंकड़े

कृषि के आंकड़ों से हमें कृषि और ग्रामों की आर्थिक व्यवस्था के हर पहलू पर विभिन्न सांख्यिकीय सूचनायें मिलती हैं। साधारणतः परम्परा से कृषि के आंकड़ों का विस्तृत कार्य क्षेत्र नहीं था। मुख्य फसलों के क्षेत्रफल और उनकी पैदावार में आंकड़ों का उपयोग किया जाता था। कृषि के आंकड़ों के अन्तर्गत पशुधन और पशुपालन, चर्म उद्योग, खानों और खनिज पदार्थों, भूराजस्व, मूल्य, आयात और निर्यात, वनों, कृषि के औजार, कृषि से प्राप्त मजदूरी, मत्स्य पालन, मुर्गी पालन, दुग्ध प्रसादन इत्यादि के आंकड़े साधारणतः नहीं आते। यह अस्वाभाविक नहीं है कि उपरोक्त विषयों का कृषि सम्बन्धी आंकड़ों के प्रकाशनों में रक्खा जाय। उदाहरणार्थ संयुक्त राष्ट्र अमेरिका के कृषि विभाग ने अपने प्रकाशन *कृषीय आंकड़े Agricultural Statistics में कृषि और ग्राम जीवन से सम्बन्धित* जितने भी सम्भव आंकड़े मिले सभी दिये हैं। इसी प्रकार भारत सरकार द्वारा दो भागों में प्रकाशित "एग्रीकल्चरल स्टेटिस्टिक्स इन इन्डिया Agricultural Statistics in India" में भारत के कृषि व ग्राम जीवन के विषय में सभी सम्भव आंकड़े दिये गये हैं। उसमें मुख्य फसलों के क्षेत्र के और पैदावार, पशुपालन, वन सम्पत्ति और उनकी देन, कृषि से प्राप्त मजदूरी, सिंचाई, भूराजस्व का करापात (incidence) और फसलों की कीमतों के आंकड़े भी सम्मिलित हैं। हम यहाँ पर केवल क्षेत्रफल और उपज के आंकड़ों का अध्ययन करेंगे।

क्षेत्रफल के आँकड़े

कृषि के अन्तर्गत क्षेत्र के आँकड़ो को विस्तृत भागों मे बाँटा जा सकता है। उनमे (क) अस्थाई बन्दोबस्त वाले तथा (ख) स्थायी बन्दोबस्त वाले क्षेत्र आते हैं।

५.१० (क) **अस्थायी बन्दोबस्त वाले** (उत्तर प्रदेश, पजाब और मद्रास) क्षेत्रों के आकड़े स्थायी बन्दोबस्त के भागो की अपेक्षा अधिक विश्वसनीय हैं। अस्थाई बन्दोबस्त वाले भागो के क्षेत्रफल और उपज के अभिलेख भूराजस्व के लिये आवश्यक है। इसके लिये एक भू-राजस्व विभाग की आवश्यकता है। भू-राजस्व के प्रबन्ध के लिये गाँवो मे जो आंकिक (accountant) होता है उसको उत्तर प्रदेश म लेखपाल (पहले पटवारी), बिहार मे कर्मचारी, दक्षिण म 'करनाम' और बम्बई म तेलाठी कहते है। इसके लिये सम्पूर्ण गणना के उपाय काम मे लाये जाते हैं। प्रत्येक गाँव के हर खेत का सर्वेक्षण किया जाता है जिस से उस मे भूमि-कर लगाने के लिये उसके विस्तार, मूल्य और स्वामी का पता लगाया जाता है। उन खेतो का फिर एक मानचित्र तैयार किया जाता है। उसके लिये एक विशेष सर्वेक्षण अक (survery number) दिया जाता है। इस प्रकार जब सब खेतो की गणना हो जाती है तो अको के योग द्वारा खेती के अन्तर्गत पूर्ण क्षेत्रफल मालूम हो जाता है। यह रीति सन्तोष प्रद मालूम होती है पर व्यावहारिक दृष्टि मे बहुधा विषम त्रुटियाँ हो जाती हैं। इन आँकड़ो की अप्रमाणिकता, कृषि समको मे लगभग आवश्यक ही समझी जाती है।

(ख) **स्थायी बन्दोबस्त**—बिहार, उडीसा और पश्चिमी बगाल के स्थाई बन्दोबस्ती क्षेत्रो के क्षेत्रफल के आँकड़े अधिक असन्तोषप्रद है। उत्तर प्रदेश, पजाब व मद्रास की तरह वहाँ भू-राजस्व प्रबन्ध नही है क्योंकि उन प्रदेशो का पहले ही बन्दोबस्त हो चुका है। कितनी भूमि मे पैदावार की जाती है इसकी सूचना के लिये गाँव मे चौकीदार या गाँव का मुखिया नियुक्त किया गया है। आँकड़ा को एकत्र करने के लिये उसे किसी प्रकार का प्रशिक्षण नही मिलता और न वह उस कार्य को ठीक प्रकार से करता है क्योकि वह इस कार्य को अपना कर्तव्य नही समझता। इसलिये उसके बताये आँकड़े केवल अनुमानित होते है। राजस्व विभाग के उच्च कर्मचारी जैसे उप-जिला-धीश और जिलाधीश आँकड़ो की जाँच सावधानी से नहीं करते हैं। ये अपने अनुभव के अनुसार उनम परिवर्तन करके कृषि विभाग को दे देते है। इन परिस्थितियो में क्षेत्रफल का मूल्यांकन स्थायी बन्दोबस्ती क्षेत्रो म दोषपूर्ण होना स्वभाविक है।

इन दोषो को दूर करने के लिये सरकार को एक प्राथमिक सूचना सस्था, जैसी कि अस्थायी बन्दोबस्त क्षेत्रो मे है, स्थायी बन्दोबस्ती क्षेत्रो म भी स्थापित करनी चाहिये। बिहार और उडीसा म १९४४-४५ मे कर्मचारियो की नियुक्ति हुई थी। वे लोग क्षेत्रा

के आँकड़े पूरी गणना करके एकत्र कर रहे हैं। १९४४-४५ में ही बंगाल की सरकार ने केंद्रीय सरकार की सहायता से हर एक खेत का सर्वेक्षण किया और तदर्थ अनुसंधानों और कृषि निरीक्षकों की नियुक्ति सर्वेक्षण कार्य करने के लिये की। जिन क्षेत्रों का अभी तक सर्वेक्षण नहीं हुआ है उनके मानचित्र बनाये जाने चाहिये और उनका अंकन भी हो जाना चाहिये। अगमनीय क्षेत्रों के चित्र हवाई जहाज से लिये जाने चाहिये। राजाओं की रियासतों के देश मिल जाने से और राज्यों का पुनर्संगठन होने से विशेषाधिकृत भूधृति privilege tenure के अन्तर्गत आने वाले क्षेत्रों में स्थिति सुधर जावेगी। दूसरे, स्थायी बन्दोबस्ती क्षेत्रों की दशा में सुधार हो रहा है और शीघ्र ही हमारे पास देश के क्षेत्रफल के सही आँकड़े हो जायेंगे।

कृषि आँकड़ों में त्रुटि के स्रोत

(१) लेखपाल—हमें प्राथमिक सूचना लेखपाल से मिलती है। वह अपना काम किस तरह करता है इस बात पर त्रुटियाँ निर्भर हैं। यह बड़े दुर्भाग्य की बात है कि लेखपाल को जो कि राजस्व प्रबन्ध का केन्द्र बिन्दु है कुचेष्टा-कारी और भ्रष्ट समझा जाता है। उसका कार्य अपने क्षेत्र में हर खेत का सर्वेक्षण करना है। उसके कार्य की जांच का भार राजस्व विभाग के दूसरे उच्च कर्मचारियों पर है। लेखपाल द्वारा की गई अंकना को सही माना जाता है और नैत्यक कार्य की तरह उसकी जाँच होती है। लेखपाल जितना भ्रष्ट होता है उतना अकुशल नहीं। उसके अभिलेख अधिकतर गलत होते हैं। यह सभी जानते हैं कि लेखपाल अपने घर में बैठकर साधारण स्मरण, धारणा और भावों द्वारा और व्यक्तियों को अपने ध्यान में रखकर खसरों को भरता है। इस दशा में उसके द्वारा प्रविष्टि आँकड़े अवश्य ही दोषपूर्ण होंगे। वह बहुधा स्वयम् खेत का सर्वेक्षण नहीं करता है और पुराने आँकड़ों को बदलना नहीं चाहता। उसके काम की जाँच कानूनगो, नायब तहसीलदार, तहसीलदार और खंड अधिकारी को बारी-बारी से करनी पड़ती है।

जैसा कि पहले कहा जा चुका है कि लेखपाल के ब्योरे की जाँच स्थान विशेष पर न होकर इन कर्मचारियों के कार्यालयों में होती है। ये दोष बहुत पुराने समय से होते आये हैं और आश्चर्य है कि उनको सरकार हटा नहीं पाई। १९५३ में उत्तर प्रदेश सरकार ने पटवारियों की जगह लेखपालों की नियुक्ति की। लेखपालों ने पटवारियों की परम्परागत विधियों को अपनाया जिससे कि कृषि के आँकड़ों में कोई विशेष सुधार नहीं हो पाया। इसलिये यह आवश्यक है कि सुधार और भी आधारभूत होने चाहियें। उदाहरणार्थ लेखपालों के वेतन में कुछ वृद्धि कर दी जाय, उनकी नियुक्ति पढ़े-लिखे लोगों से होनी चाहिये और उनके कार्य-भार सम्भालने के

पहले समुचित प्रशिक्षण देना आवश्यक है। प्रारम्भिक सकलन के समय पूर्ण रूप से खेतों की गणना होनी चाहिये और वहाँ जाकर उच्च अधिकारियों को जाँच यादृच्छिक प्रतिदर्शन के रूप में करनी चाहिये। राजस्व विभाग के इन कर्मचारियों को अधिक प्रशासन कार्य-भार से नहीं लादना चाहिये। पटवारी को केवल राजस्वकार्य दिया जाना चाहिये और विविध कार्य जैसे अल्प बचत योजना में सहायता, जनगणना सूचियों को बनाना, पंच वर्षीय योजना में प्रचार कार्य इत्यादि नहीं देना चाहिये। उच्च अधिकारियों को चाहिये कि वे पटवारियों को विस्तार पूर्वक अनुदेश देते रहें और उनके कार्य की देख भाल उचित ढंग से किया करें। ये उपचार इस दिशा में कुछ सुधार ला सकते है। सन्तोष की बात है कि भारत सरकार इस परिवर्तन से अवगत है और उसने एक केंद्रीय पर्यवेक्षण और यादृच्छिक प्रतिदर्श की योजना बनाई है।

(२) कुछ क्षेत्रों का सर्वेक्षण नहीं हुआ है। कुछ क्षेत्रों का न सर्वेक्षण हुआ है न उनके नक्शे बने हैं और न उनका अकन किया गया है। क्षेत्रो के प्राक्कलन में क्षेत्र कभी-कभी छोड दिये जाते हैं और इन भागों के क्षेत्रफल के बारे में अनुमान लगा लिया जाता है।

(३) मिश्रित फसलों का बोना—विभिन्न फसलों के अन्तर्गत क्षेत्रों के आँकड़े भी दोष पूर्ण मिलते हैं क्योंकि अधिकतर मिश्रित फसल बोने की प्रथा चली आ रही है जिससे कि अलग-अलग फसलों के क्षेत्रों का अनुमान नहीं लगाया जा सकता। इन क्षेत्रों के प्राक्कलन के लिये राज्य सरकार विभिन्न फसलों को विभाजित करने के लिये अनुपात निश्चित करती है। इसके लिये एक निश्चित सूत्र है जिसके अनुसार मिश्रित फसलों के क्षेत्र को विभिन्न फसलों में बाँटा जा सके। सभी परिस्थितियों में इस सूत्र को लगाना सन्तोषप्रद नहीं है। सरकार को लगातार शस्य कटाई प्रयोग करने चाहिये। उनके अनुसार विभिन्न फसलों के क्षेत्र का निर्णय करना चाहिये। अगर विभिन्न फसलों के अन्तर्गत क्षेत्र का विभाजन ठीक प्रकार से नहीं हो सके तो मुख्य मिश्रित फसलों के क्षेत्र का अलग अभिलेख रखना चाहिये। छोटी-छोटी फसलों के अन्तर्गत जो क्षेत्र आते हैं उनको विभिन्न भागों में किसी उचित आधार पर बाँट देना चाहिये।

(४) नहीं बोये जाने वाले क्षेत्रों की और नष्ट फसलों से युक्त क्षेत्रों की गणना की जाती है। साधारणत बोये जाने वाले क्षेत्र की गणना की जाती है। जब फसल नहीं होती तो इस क्षेत्र को नहीं गिना जाता। यदि फसल खराब होने पर उस खेत को दूसरी फसल बोने के काम में लाया जाय तो उसको नई फसल वाले क्षेत्र में गिना जाता है। अगर कोई नई फसल नहीं बोई जाती है तो उसको पुरानी फसल के अन्तर्गत गिना जाता है। जब कभी एक नई फसल बोई जाती है तो उस क्षेत्र को

बनाए हैं। कृषि और भू-राजस्व विभाग के उच्च कर्मचारी औसत भूमि के टुकड़ों को चुनते हैं और उन टुकड़ों में फसल उनके सामने बोई और काटी जाती है। ये आँकड़े एकत्र करके कृषि विभाग सचालक के पास भेजे जाते हैं जो बहुत सी बातें ध्यान में रख कर उन में संशोधन करते हैं और इस प्रकार सामान्य उपज निर्धारित की जाती है।

स्थिति-कारक फसल का प्रसामान्य के सम्बन्ध में पुरुषनिष्ठ प्राक्कलन (subjective estimate) है। प्रसामान्य उपज को रुपये में आने की दर के हिसाब से अंकों द्वारा दिखलाया जाता है जिसको आनावारी प्राक्कलन कहते हैं। सब राज्यों में यह सार्वभौमिक विधि समान नहीं है। गाँव का पटवारी या लेखपाल रुपये में आनों के हिसाब से इनका प्रारम्भिक प्राक्कलन करता है। तहसीलदार उन आँकड़ों का औसत लेकर जिलाधीश के पास भेजता है जो कि उनमें अपने पुराने अनुभव और सूचना के आधार पर आवश्यक परिवर्तन करता है। इसके पश्चात् जिलाधीश उन आँकड़ों को कृषि-सचालक के पास प्रकाशन के लिये भेजता है।

परम्परागत विधि की आलोचना—परम्परागत विधियों की कड़ी आलोचना हुई है। यह विधि प्रसामान्य-उपज और स्थिति-कारक पर निर्भर करती है। यह दोनों ही शब्द बहुत अव्यवस्था उत्पन्न करते हैं और उनके अर्थ, भाव व उपयोग में सूक्ष्मता नहीं है जिससे कि सही प्राक्कलन नहीं किया जा सकता। प्रसामान्य उपज का अर्थ ग्रामों की उस उपज से लगाया जाता है जिसकी किसान आशा लगाये रहता है पर उस उपज को सम्भवतः कभी ही देखता हो। प्रसामान्य उपज का किसान वैसे ही कम प्राक्कलन करता है क्योंकि वह स्वभाव से निराशावादी होता है। इसलिये यहाँ पर आँकड़ों में अभिनति की अधिक सम्भावना है। वे कर्मचारी जो कि स्थिति आँकड़ों के प्राक्कलन के लिये भू-राजस्व विभाग की ओर से नियुक्त किये जाते हैं, कृषि कार्य में प्रशिक्षित नहीं होते। अनुमान लगाने के लिये प्रशिक्षण और अनुभव के साथ ठीक निर्णय की भी आवश्यकता है। लेखपाल जो कि प्राथमिक सूचना देते हैं आँकड़ों में बहुधा परिवर्तन नहीं करते। वे फसल की कमी को अतिशयोक्ति के साथ दिखाते हैं। उच्च अधिकारी भी अपने प्राक्कलनों को लेखपालों की सूचना पर आधारित करते हैं। लेखपाल किसानों से घूस लेता है और फसल के आँकड़े का अव-प्राक्कलन करता है क्योंकि भूराजस्व फसल की दशा से निर्धारित होता है। अगर किसी साल फसल खराब हो जाती है तो भूराजस्व में कुछ छूट मिल जाती है। उनके आँकड़ों में उच्च कर्मचारी उनके कार्यालय में परिवर्तन करते हैं। बहुत सी स्थितियों में वे स्थान पर जाते ही नहीं। इस कारण एकत्रित आँकड़े अधिकांशतः गलत रहते हैं और उनमें त्रुटि की सीमा का न जाना जा सकता है न अनुमान ही लगाया जा सकता है। यह बात असत्य नहीं है कि आँकड़ों का अव प्राक्कलन किया जाता है।

उपयोग होने लगा है। केन्द्रीय और प्रान्तीय योजना विभाग व कृषि विभागो की प्रवृति आँकडो के अधि प्राक्कलन की ओर है। यह आशा की जाती है कि राज्यो मे खेती के आँकडो को एकत्रित करने मे नई और उन्नति विधियो के उपयोग मे सुधार हो जायेंगे। राज्य सरकारो ने यह मान लिया है कि कृषि के आँकडो की असन्तोष-प्रद दशा का उपचार राज्य के सभी जिलो मे यादृच्छिक प्रतिचयन विधि से ही हो सकता है।

(ख) यादृच्छिक प्रतिचयन विधि—कृषि परिषद् (Board of Agriculture) ने १९१९ मे यादृच्छिक प्रतिदर्श विधि द्वारा सर्वेक्षण के सुझाव दिये। १९२३ मे बिहार व उडीसा की सरकार ने इसका प्रयोग किया पर कोई विशेष सफलता नही मिली। इन प्रान्तो मे इस विधि की अलोक-प्रियता के दो कारण हैं। प्रथम इन प्रान्तो मे इस विधि की व्यावहारिक उपयोगिता को नही समझा और दूसरी ओर यह समझा गया कि इस विधि को लागू करने मे उनकी सामर्थ्य से अधिक व्यय होगा। "भारतीय कृषि अनुसन्धान परिषद्" (Indian Council of Agricultural Research), ICAR—ने निम्नलिखित ध्येयो की पूर्ति के लिये एक योजना बनाई —

(१) शस्य कटाई प्रयोगो के लिये उपर्युक्त यादृच्छिक प्रतिचयन विधि को लागू करना।

(२) इस प्रविधि की व्यवहारिकता को दूसरे प्रान्तो को प्रदर्शित करना जिससे वे भी स्थायी रूप से इनका उपयोग करें।

(३) कृषि विभाग के कर्मचारियो को इस कार्य के लिये प्रशिक्षित करना।

(४) अधिक पैमाने पर यादृच्छिक प्रतिचयन विधि द्वारा शस्य कटाई का प्रयोग करना जिससे कि पूरे प्रान्त की ही नही परन्तु प्रत्येक जिले की प्रति एकड प्रसामान्य उपज का प्राक्कलन हो सके।

यादृच्छिक प्रतिचयन विधि को सबसे पहले १९४२ मे भारतीय केन्द्रीय कपास समिति (Indian Central Cotton Committee) ने अपनाया। आई० सी० ए० आर० ने सबसे पहले प्रतिदर्श सर्वेक्षण उत्तर प्रदेश पजाब उडीसा बम्बई और मध्य प्रदेश की खाद्यानो की फसलो मे शुरु किया। इस सर्वेक्षण के परिणाम मे और सरकारी प्राक्कलनो मे बहुत विषमता पाई गई। भारतीय साख्यिकीय संस्था (Indian Statistical Institute) ने १९४३-४४ मे उपज और एकडो के प्राक्कलन के लिये यादृच्छिक प्रतिचयन सर्वेक्षण बगाल मे किये। बगाल सरकार की इस योजना मे आई० सी० ए० आर० की योजना मे प्रयोग मे लाये गये खेती के आकार और क्षेत्र मे कुछ थोडे परिवर्तन थे।

लना पड़ता है। इस विधि से हम त्रुटि सीमान्त को भी निकाल सकते हैं। इसलिए प्राविधिक दृष्टि से यह विधि बहुत लाभप्रद है। अप्रत्यक्ष रूप से यह खेती की विधियों सिंचाई मिट्टी के गुण और वर्षा इत्यादि से पैदावार में जो प्रभाव पड़ता है उसको ध्यान में रखती है। इस प्रकार समष्टि के निरीक्षण से सभी विशेषताओं पर प्रकाश पड़ता है।

आँकड़ों के प्रकाशन में यादृच्छिक प्रतिचयन विधि के कारण देरी हो जाती है। परम्परागत विधि में पटवारी "अनावारी" प्राक्कलना को फसल कटने से बहुत पहले दे दिया करते थे।

फसलों का प्राक्कलन

भारत के कृषि के आँकड़े मुख्यतः फसलों के प्राक्कलनों के रूप में प्रकाशित होते हैं। फसल प्राक्कलन को पहले फसलों का पूर्वानुमान कहते थे। यह प्राक्कलन अब २३ फसलों के लिये जो कि ५ मुख्य वर्गों में विभक्त हैं प्रकाशित किये जाते हैं।

अनाज—चावल, ज्वार, बाजरा, मक्का रागी और गेहूँ।

दालें—चना, दालें (तूर तथा अन्य रबी और खरीफ की दालें)।

तिलहन—मूँगफली, तिल, राई, सरसों, अलसी व रेंडी का बीज।

रेशे—कपास, जूट, मेस्टा (Mesta)।

अन्य—गन्ना, तम्बाकू, आलू, काली मिर्च, अदरख और मिर्च।

फसलों के प्राक्कलन फसल काटने से पहले फसल का अनुमान करने के उद्देश्य से किये जाते हैं। ये प्राक्कलन व्यापार और उद्योगों के लिये तब ही उपयोगी हो सकते हैं जब ये फसल कटने और बिक्री के लिये बाजार में आने से पहले ही प्रकाशित हो जाने चाहिये। इसी बात को ध्यान में रखकर हर फसल के लिये बीच-बीच में ऐसे प्राक्कलन बनाये जाते हैं जिससे कि फसल का पहले से ही अनुमान लगाया जा सके। साधारणतः तीन प्राक्कलन प्रकाशित किये जाते हैं जो कि फसल बोए जाने के समय से ही बनने प्रारम्भ होते हैं। फसल के स्वभाव पर संख्या निर्भर करती है। बहुत सी फसलों के लिये तीन से अधिक प्राक्कलन प्रकाशित करना आवश्यक हो जाते हैं और बहुतों के लिये एक ही आवश्यक है। उदाहरणार्थ गेहूँ और कपास के लिये पाँच, खरीफ और रबी की फसलों की दालें ज्वार, बाजरा, मक्का, रागी और जूट के लिये दो, और काली मिर्च, अदरख, रेंडी के बीजों के लिये एक प्राक्कलन प्रकाशित होते हैं।

फसल प्राक्कलन बनाने की पुस्तिका (Manual on the Preparation of Crop Forecasts) अलग-अलग प्राक्कलनों के ध्येय को बतलाती है। पहले प्राक्कलन का ध्येय जो कि फसल बोने के एक माह बाद प्रकाशित होता है, बोई हुई फसल के क्षेत्रफल, बीज अंकुरण, बोने के समय मौसम की दशा आदि की जल्दी से जल्दी

जाते हैं। इसके अतिरिक्त बहुत सी कृषि और व्यापार सम्बन्धी पत्रिकायें इन पूर्वानुमानो का प्रकाशन करते हैं। समाचार और वाणिज्य सम्बन्धी पत्र भी इन प्राक्कलना को पर्याप्त प्रकाशन देते हैं।

कृषि उत्पादन के सूची अक

खाद्य तथा कृषि मन्त्रालय के आर्थिक व सांख्यिकीय सचालक ने भारत म कृषि उत्पादन के सूची अको की संशोधित माला प्रकाशित की है। उत्पादन के अक पूर्ण उत्पादन के होते हैं। बीज तथा व्यर्थ गये नाज के कारण इन अका में कोई कमी नही की जाती। इस सूची अक के अन्तर्गत २८ मुख्य फसलें जिसमे खाद्य तथा अन्य फसलें भी सम्मिलित है आती है। केवल उन्ही फसलो का सूची अक तैयार किया जाता है जिनके उत्पादन आँकडे सरलता से प्राप्त हैं। इसी कारण अमुख्य फसलें तथा पशुओ के समक नही सकलित किये गय हैं।

कृषि-वर्ष १९४९-५० आधार वर्ष माना गया। यह वर्ष कृषि उत्पादन मुख्यत खाद्य उत्पादन, तथा वस्तुओ के मूल्य तथा मौसमी स्थिति की दृष्टि से साधारण माना गया है। उत्पादन अभिनति से भी यह वर्ष स्वतन्त्र माना गया है। एकत्र और प्राक्कलन की नीति में समय-समय पर परिवर्तन होने के कारण श्रखला आधार रीति अपनाई गई है। वर्ग तथा उपवर्ग सूचियो के लिये उत्पादन सूचियो का भारित सामान्य माध्यम निकाला गया है। विभिन्न वस्तुओ के भार आधार वर्ष के उत्पादन मूल्यो के अनुपात में दिये गये हैं। फसलो के प्राक्कलन मे प्रकाशित किये गये उत्पादन के पुनर्परीक्षित अनुमानो का सब वर्षों मे प्रयोग किया गया है सिवाय १९५३-५४ के जिसमे कि अन्तिम प्राक्कलन के आधार पर सूचकाकों की गणना की गई है।

सस्य प्राक्कलनों मे दोष

हम कृषि आँकडो के सामान्य दोषो और कमियो का वर्णन कर चुके हैं। ये कमियाँ सरकार द्वारा समय-समय पर प्रकाशित सस्य प्राक्कलना मे भी विद्यमान हैं। यह हर्ष की बात है कि भारत सरकार इन दोषा के प्रति सतर्क है और उसने स्थिति म सुधार करने के प्रयत्न किये हैं। अधिकाधिक क्षेत्र, फसलो, और वस्तुओ का समावेश किया जा रहा है। संग्रह की प्रविधि म आमूल परिवर्तन किये गये हैं। कृषि विभाग आई० सी० ए० आर० और सी० एम० ओ० के सहयोग मे संग्रह करने की उपयुक्त और सुधरी हुई विधियो का प्रयोग कर रहे हैं और भू राजस्व विभाग के कर्मचारियो का काम ठीक करने की दिशा मे प्रयत्न किये जा रहे हैं। इसके कारण अधिक नियत्रण और पर्यवेक्षण हो रहा है और कृषि आँकडा म सुधार करने के लिये समन्वित प्रयास किये जा रहे हैं। सरकार प्रकाशन मे विलम्ब के प्रति सचेत है

कीय सगठन स्थापित करने के मार्ग मे यह मुख्य कठिनाई है । कई क्षेत्रो मे किसी प्रकार के प्रार्थमिक प्रतिवेदन अभिकरण नही है ।

जहाँ तक दूसरे प्रकार की रिक्तियो का सम्बन्ध है कई फसलो जैसे फल, साग और सब्जियो, कम प्रचलित अन्नो या दालो, मसालो और व्यजनो, चारे और पशु खाद्य इत्यादि से सम्बन्धित किसी प्रकार की सूचना प्राप्त नही है । इस सामग्री की अप्राप्तता कृषि आँकडो के क्षेत्र को काफी कम कर देती है । कृषि और इससे प्रत्यक्ष रूप मे सम्बन्धित कुछ विचारो के बारे मे अपर्याप्त सूचनाये उपलब्ध हैं । किसानो की भूमि, पशु-धन, दूध, मक्खन आदि का उत्पादन, कृषीय श्रम और मजदूरी, फसल का बीमा, सिंचाई, उत्पादन लागत, फसलो का उपयोग, प्राणिता और वन उत्पादन ऐसे पद (item) है जिनके विषय मे बहुत कम सूचना प्राप्त है ।

२ परिभाषा, वर्गीकरण और प्रविधि मे एकरूपता का अभाव—पदो और शब्दो की परिभाषाये पूरे देश मे एक सी नही हैं । फलस्वरूप कृषि आँकडो का सग्रह ठीक नही है और सामग्री अतुलनीय हो जाती है । उदाहरणार्थ पर्ती भूमि (fallow land), चालू पर्ती (current fallow) तथा कृषि योग्य बजर (cultivable waste) आदि शब्दो की परिभाषाये प्रत्येक राज्य मे अलग-अलग हैं । इस एकरूपता के अभाव का मुख्य कारण विभिन्न राज्यो मे प्रचलित रीति-रिवाजो और प्रथाओ मे अन्तर है । इसी प्रकार, प्रत्येक राज्य मे कृषि आँकडो मे भिन्न-भिन्न वर्गीकरण किये जाते है । परिणामस्वरूप विभिन्न राज्यो की सामग्री को तुलनीय बनाने से पहले उसका पुनसगठन आवश्यक हो जाता है । बहुधा इस प्रकार का पुनर्संगठन सम्भव नही होता ।

सामग्री के सग्रह और विश्लेषण करने की प्रविधि विभिन्न राज्यो मे अलग-अलग है । उदाहरणार्थ क्षेत्र सम्बन्धी आँकडो का सग्रह देश के विभिन्न भागो मे विभिन्न रूप से प्राप्त किया जाता है क्योकि यह इस बात पर निर्भर करता है कि वहाँ स्थाई बन्दोबस्त है या अस्थाई । इसी प्रकार उपज का प्राक्कलन करने की विधियाँ एक रूप नही है । कुछ राज्य उपज का प्राक्कलन प्रत्यक्ष रूप से मन प्रति एकड मे करते हैं जबकि अन्य राज्यो मे आनावारी प्रणाली का उपयोग किया जाता है । जिन प्रदेशो मे आनावारी प्रणाली प्रचलित है वहाँ भी आनावारी सकेत (notation) एकरूप नही है । कुछ राज्यो मे यादृच्छ प्रतिदर्श धीरे-धीरे लोकप्रिय हो रही है परन्तु अभी तक इसका अनुसरण पूरे देश मे नही किया जा रहा है । मिश्रित फसलो, बिना बोये हुये भूमि के टुकडो, और बाँधो के अन्तर्गत क्षेत्रो के बारे मे विभिन्न प्रथाये प्रचलित हैं ।

३. दोषपूर्ण सारणीयन और विधियन—प्रारम्भ मे एक बहुत बडी मात्रा मे ऐसी सूचना का सग्रह करने मे धन, शक्ति और समय का अपव्यय होता है जिसका

द्वारा सग्रहीत अको के अनुरूप सशोधन और समायोजन नही किया जाता। इससे न केवल अनावश्यक रूप से दुहरा काम होता है बल्कि विविध विभागो द्वारा सग्रहीत अको मे बहुत विभेद भी रहता है। यह आश्चर्यजनक है कि एक ही सरकार के अन्तर्गत इन विभागो मे समन्वय का इतना अभाव हो। शक्ति और ससाधनो का यह अपव्यय अनावश्यक है। केन्द्रीय साख्यिकीय सगठन (Central Statistical Organisation) (C S O) विभिन्न राज्यो और विविध विभागो द्वारा प्रकाशित अको का समन्वय करने का प्रयत्न कर रहा है।

■ प्रकाशन मे विलम्ब—हमारे सांख्यिकीय आँकडो के विरुद्ध एक सामान्य आरोप यह है कि प्रकाशन के समय तक वे पुराने हो जाते हैं। बहुधा इनके प्रकाशन मे इतना विलम्ब होता है कि ये उपयोगी नही रह जाते। कुछ विलम्ब होना तो समझा जा सकता है क्योकि सामग्री के सग्रह और उनके उपस्थापन एवम् विश्लेषण मे कुछ समय अवश्य ही लगता है। पटवारी अको को कानूनगो के पास और कानूनगो तहसीलदार के पास भजता है। जहाँ से वे जिलाधीश के पास और वहाँ से कृषि सचालक के पास भेजे जाते हैं जो पूरे राज्य के अको का एकीकरण करता है और आर्थिक सलाहकार के पास प्रकाशन के लिये भेजता है। यह स्पष्ट है कि जब सामग्री इतने अधिकारियो के पास जायगी तो प्रकाशन मे विलम्ब होगा। यह सुझाव दिया गया है कि एक निश्चित तिथि तक आंकडे प्रकाशन के लिये न आयें तो उत्तरदायी अधिकारी को दड मिलना चाहिये और अपूर्ण सामग्री का प्रकाशन कर दिया जाना चाहिये। बाद मे इनमे सशोधन किये जा सकते है।

कृषि सम्बन्धी आँकडों की उपयोगिता

भारत जैसे कृषि प्रधान देश के लिये ये आंकडे बहुत उपयोगी हैं। किसी देश की आर्थिक व्यवस्था को उचित दिशा मे योजित करने म ये सहायक होते हैं। कृषि आंकडो से हम वाणिज्य और खाद्य सम्बन्धी फसलो की मांग और पूर्ति की कमी को मालूम कर सकते हैं। ये आंकडे विपणन (marketing) और वितरण सस्थाओ के लिये बहुत उपयोगी हैं। ये सस्थायें पुराने आँकडो की मदद से पुरानी फसलो की दशा और उन्ही के आधार पर भविष्य मे होने वाली फसलो की विशेषताओ का पता लगा सकती हैं। कृषि आँकडो की सहायता से कृषक विभिन्न फसलो के क्षेत्रो की योजना बना सकते हैं और पैदावार की बिक्री लाभप्रद ढग से भी कर सकते हैं। शस्य और मौसम की दशा, सिचाई की सुविधायें आदि के विषय म विस्तृत सूचनायें शका को कम करती हैं और मूल्यो का स्थिरीकरण करती हैं। इस प्रकार हानिकारक सट्टे से बचा जा सकता है। व्यवसायियो और निर्माताओ के लिये कृषि आकडे बहुत महत्वपूर्ण हैं। वे देश के भीतर और देश के विभिन्न भागो मे खाद्यान्नो की पूर्ति प्राक्कलन करने

सूचना विभाग और विपणन विभाग के प्रशिक्षित कर्मचारियो द्वारा प्रतिस्थापित कर दिया गया है। आर्थिक सूचना निरीक्षक और विपणन निरीक्षक विविध विपणन केन्द्रो का दौरा करते हैं और मूल्य सबधी सामग्री सग्रह करते है। यह सूचना उनके ऊपर के अधिकारियो और वहाँ से भारत सरकार के पास भेजी जाती है। भारत सरकार ने मूल्य आँकडो के सकलन के सबध मे नियम बना दिये हैं। इस प्रकार अखिल भारत मे मूल्य सामग्री का सकलन प्रमाप आदेशो के अनुसार एक रूप ढग से होता है।

मूल्य-आँकड़ो की कमियाँ—प्राप्य मूल्य-आँकडो की स्थिति म पर्याप्त सुधार करने पर भी इनमे कुछ रिक्तियाँ भरनी बाकी हैं

१ वर्तमान काल मे हम कृषको द्वारा खेती की आवश्यकताओ के लिये दिये गए मूल्यो और उन्हे उपज के बदले मिलने वाले मूल्यो की सामग्री का सग्रह नही कर रहे हैं। विश्वसनीय सामग्री के अभाव मे कृषको की सपन्नता या अन्य स्थिति के बारे मे केवल अनुमान लगाए जा सकते हैं जिन पर अधिक विश्वास नही किया जा सकता। इसलिये उपयुक्त मूल्य-नीति का निर्धारण करने म सरकार को कठिनाई होती है।

२ उपभोक्ता द्वारा दिए गए मूल्यो और विक्रेताओ द्वारा दिए गए मूल्यो के अतर सबधी आँकडे तथा विविध मध्यस्थो के लाभ सबधी आँकडे भी प्राप्य नही हैं।

३ प्रकारो का प्रमापीकरण (standardization of qualities) करने के प्रयत्न सफल नही हुए हैं और इसके परिणामस्वरूप समय-समय पर और एक ही समय देश के विभिन्न भागो से मिलने वाले कथित मूल्य पूर्णत तुलनीय नहीं हैं।

४ मूल्य सबधी सामग्री का सग्रह भारत सरकार और राज्य सरकारो के विविध विभागो द्वारा किया जाता है। इनम अधिक समन्वय नही है। इस प्रकार से सग्रहीत सामग्री का समुचित रूप से सारणीयन विश्लेषण और विधियन तक नही होता। इस प्रकार यह ससाधनो का दुरुपयोग है।

५ कथित मूल्यो का सग्रह कई अभिकरण करते हैं। इनमे बहुत कम एक-रूपता है या इसका सर्वथा अभाव है। फलस्वरूप लोग सुविधानुसार या अपने उद्देश्य सिद्ध करने के लिये निष्कर्ष निकालते हैं।

(ख) मूल्य सूचकाक

हम पहले बता चुके हैं कि आर्थिक घटनाओ के स्तरो के परिवर्तनो का अध्ययन करने के लिये सूचकाक बहुत उपयोगी युक्ति है। भारत म प्राप्य विविध मूल्य सूचकाक कई वर्ष-पर्यन्त होने वाले मूल्यो मे परिवतन बताते हैं और आर्थिक दशा सम्बन्धी अध्ययन मे सहायक होते हैं। भारत म प्रकाशित विविध सूचकाक निम्नलिखित वर्गों मे आते हैं —

(अ) थोक मूल्य सूचकांक

(१) थोक मूल्य सूचकांक आधार १९३९

(२) थोक मूल्य के संशोधित सूचकांक आधार १९३९

(३) पुनर्परीक्षित थोक मूल्यों के नवीन सूचकांक आधार १९५२-५३

(४) थोक मूल्य के सूचकांक—महत्वपूर्ण वस्तुएँ आधार १९५२-५३

(ब) फुटकर सूचकांक

(१) 'लेबर ब्यूरो' के फुटकर मूल्य सूचकांक (नगरीय केन्द्र)

(२) 'लेबर ब्यूरो' के फुटकर मूल्य सूचकांक (ग्रामीण केन्द्र)

(स) जीवन निर्वाह सूचकांक

(१) 'लेबर ब्यूरो' के उपभोक्ता मूल्य सूचकांक

(अ) थोक मूल्य सूचकांक

(१) थोक मूल्य सूचकांक—भारत सरकार के आर्थिक सलाहकार द्वारा पहले चार वर्गों मे विभाजित २३ वस्तुओ के आधार पर थोक मूल्यों के साप्ताहिक सूचकांक प्रकाशित किये जाते थे। विविध पदों के कुल ४६ कथित मूल्य प्राप्त किए जाते थे। आधार १९ अगस्त १९३९ के दिन समाप्त होने वाला सप्ताह था। सूचकांक बनाने मे सरल गुणोत्तर माध्य का उपयोग किया जाता था। यह बहुत असंतोषजनक माना जाता था क्योंकि यह अभारित सूचकांक था और इसमे कई महत्वपूर्ण वस्तुएँ जैसे नमक दाल आदि का समावेश नही था और कुछ अमहत्वपूर्ण वस्तुओं जैसे मूंगफली, नारियल कॉफी आदि का समावेश किया गया था। महत्वपूर्ण पदों का अपवर्जन और अमहत्वपूर्ण पदों का समावेश होने के कारण यह सूचकांक देश की वास्तविक आर्थिक दशाओं का प्रतिनिधित्व नही करता था। इसको बनाना और इसका प्रकाशन दिसम्बर १९४७ मे बन्द कर दिया गया।

वस्तुओं का चुनाव आदि—सूचकांक ७८ वस्तुओं से बनाए जाते हैं जिन्हें १८ उपवर्गों और ५ वर्गों में विभाजित किया गया है। इन ७८ वस्तुओं में प्रत्येक के लिए कई कथित मूल्य प्राप्त किये जाते हैं। इस प्रकार कथित मूल्यों की कुल संख्या २१५ है।

आधार—अगस्त १९३९ में समाप्त होने वाला वर्ष इसका आधार है।

प्रयुक्त माध्य—सूचकांक बनाने में प्रत्येक पग पर भारित गुणोत्तर माध्य का उपयोग किया जाता है।

भार-प्रणाली—वस्तुओं के दिये जाने वाले भार १९३८-३९ में विपणित वस्तुओं की राशियों और मूल्यों के अनुपात में हैं।

बनाने की प्रविधि—वस्तु की सब किस्मों के लिए प्रति सप्ताह शुक्रवार या आस-पास के दिन के कथित मूल्य सरकारी या गैर सरकारी स्रोतों से प्राप्त किये जाते हैं। इन कथित मूल्यों से मूल्य-आपेक्षिक निकाले जाते हैं। आपेक्षिकों का सरल गुणोत्तर माध्य वस्तु सूचक देता है।

उपसमूह के कई वस्तु सूचकों का भारित गुणोत्तर माध्य उप-समूह सूचक देता है।

प्रत्येक समूह के उपसमूहों का इसी प्रकार भारित गुणोत्तर माध्य निकाल लिया जाता है जो समूह सूचक देता है।

अन्तिम सर्व-वस्तु सूचक या सामान्य सूचक (general index) या जिसे आर्थिक सलाहकार का थोक मूल्य-सूचकांक भी कहते हैं इन समूहों का भारित गुणोत्तर माध्य निकाल कर बनाया जाता है।

यह सूचकांक साप्ताहिक मासिक और वार्षिक अवधियों पर प्राप्य हैं। साप्ताहिक सूचकांक का गुणोत्तर माध्य लेकर मासिक सूचकांक और मासिक सूचकांकों का गुणोत्तर माध्य लेकर वार्षिक सूचकांक बनाए जाते हैं।

प्रकाशन—कुल मिलाकर ६ सूचकांकों का प्रकाशन किया जाता है—पाँच बड़े समूहों के और एक इन सब का मिलाकर। सरकारी और निजी प्रकाशनों में ये साप्ताहिक, मासिक और वार्षिक रूप में प्रकाशित होते हैं। जनता समाचारपत्रों और रेडियो द्वारा इनकी व्यापक प्रकाशना की जाती है। भारत में थोक मूल्यों के सूची अंक में जो आर्थिक सलाहकार का साप्ताहिक प्रकाशन है वस्तु सूचकों, उपसमूहों समूहों और सामान्य सूचकों के बारे में विस्तृत सूचना रहती है। पिछले सप्ताह के सूचकों का ब्यौरा भी दिया रहता है।

आर्थिक सलाहकार के सूचक की समालोचना—आर्थिक सलाहकार के थोक मूल्यों के सूचक भारत में प्राप्य सूचकों में सर्वोत्तम हैं। यह एक सामान्य सूचक

है और प्राविधिक रूप से अच्छा है। इसमें गुणोत्तर माध्य का प्रयोग किया जाता है और इसलिए यह विपर्यय है और समान परिवर्तन-अनुपातों को समान भार देता है। परन्तु निम्नलिखित कारणों से इसकी आलोचना भी की गई है

(१) वस्तुओं का चुनाव, उनकी संख्या और कथित मूल्य—वस्तुओं का चुनाव समुचित रूप से नहीं किया गया है। प्रत्येक समूह में कुछ महत्त्वपूर्ण वस्तुएँ छोड़ दी गई हैं, जैसे खाद्य-पदार्थों में 'तिवारा' दाल छोड़ दी गई है। तम्बाकू जो एक उपभोग वस्तु है विविध वाले समूह में रखी गई है। यद्यपि डेरी-उत्पादों का प्रयोग भारत में कम लोगों द्वारा किया जाता है उन्हें खाद्य-पदार्थों के समूह में सम्मिलित किया जाना चाहिए था। इसी प्रकार सूचक का प्रतिनिधि-गुण बढ़ाने के लिए 'विविध' समूह में ईंधन—लकड़ी, लकड़ी का कोयला, पत्थर का कोयला आदि—जोड़ा जाना चाहिए। यदि अन्य समूहों में भी वस्तुओं का चुनाव अधिक अच्छी तरह किया जाता तो यह सूचक और अधिक प्रतिनिधि हो जाता।

भारत जैसे विशाल देश के लिये वस्तुओं की संख्या ७८, अपर्याप्त है। अल्प संख्या में वस्तुओं को रखने से सूचक कुछ अधिक सुग्राही तो हो जाता है, परन्तु साथ ही साथ सूचक में 'सामान्य उद्देशीय' गुण नहीं रह जाता। सूचक को वास्तव में देश की आर्थिक दशाओं के परिवर्तनों का प्रतिनिधि बनाने के लिए यह आवश्यक है कि इसमें अधिक वस्तुओं का समावेश किया जाय और समूहों का क्षेत्र बढ़ाया जाय।

कथित मूल्यों की संख्या भी बहुत कम है। केवल २१५ कथित मूल्य प्राप्त किये जाते हैं जबकि कुछ वस्तुएँ ऐसी हैं जिनके और अधिक प्रकारों के कथित मूल्य माँगे जाने चाहिएँ। कुछ महत्त्वपूर्ण वस्तुओं के लिए कम संख्या में कथित मूल्य माँगे जाते हैं, जैसे चावल के लिए केवल ३, जबकि कुछ असमहत्त्वपूर्ण वस्तुओं के लिए आवश्यकता से अधिक कथित मूल्य दिये जाते हैं, जैसे जूतों के आठ। सम्भवतः यह दृष्टिकोण अपनाया गया है कि चूँकि जूतों के प्रकार चावल से कहीं अधिक उपलब्ध हैं इसलिए ८ : ३ का अनुपात ठीक ही है।

कुछ आलोचकों का मत है कि समूहन ठीक प्रकार से नहीं किया गया है। खाद्य-सूचकों में नमक का भी समावेश है। इनके मतानुसार खाद्य के अन्तर्गत यह नहीं आना चाहिए। यह आलोचना ठीक नहीं है। परन्तु इस बात को मानना होगा कि पुनर्समूहन होना आवश्यक है।

(२) आधार—सूचकांक का आधार अगस्त १९३९ में समाप्त होने वाला वर्ष है। द्वितीय महायुद्ध से दशाओं में बहुत परिवर्तन हो गया है और आजकल के मूल्यों को १९३८-३९ के मूल्यों से तुलना करना शायद ही उपयोगी हो। आधार 'प्रसामान्य' होना चाहिए, परन्तु बदली हुई परिस्थितियों में १९३८-३९ प्रसामान्य नहीं रह

जाता। इसलिए यह आवश्यक है कि आधार वर्ष दुहराया जाय जिससे अधिक वास्तविक तुलना हो सके।

(३) भार—सूचकाक मे प्रयुक्त भारो की भी आलोचना की गई है। भार १९३८-३९ के मूल्यो और राशियो पर आधारित हैं। तब से वस्तुओ के मूल्य-सबधो, उत्पादन और उपभोग की आदतो मे काफी परिवर्तन हो चुके हैं। फिर, खाद्य-पदार्थ और औद्योगिक कच्चा माल कुछ भारो का ४९% है जबकि कुल ६१% भार अर्ध-निर्मितियो, निर्मितियो और विविध वस्तुओ को दिये गए हैं। युद्ध और युद्धोत्तर काल मे 'खाद्य' और 'कच्चा माल' का बड़ी स्थान बना रहा परन्तु दूसरे भाग के महत्व म काफी वृद्धि हुई है। फलस्वरूप पिछले दो दशकों में इनकी सापेक्षिक स्थिति मे बहुत परिवर्तन हो गया है। इसलिए यह आवश्यक है कि विविध समूहो और उप-समूहो को दिए गए भारो मे परिवर्तन किया जाय और उन्हें बदली हुई परिस्थितियो के अनुरूप बनाया जाय।

भार निर्धारण की विधि भी दोषपूर्ण बताई गई है। भार निर्धारण का आधार वस्तुओ का सकल, बाजार मूल्य है। यदि वस्तु का समावेश कच्चे माल के रूप मे और उससे निर्मितियो के रूप मे किया गया हो तो भारो की दुहरी गणना होती है। अतएव कुछ वस्तुओ को अन्य की तुलना मे अनावश्यक महत्त्व मिल जाता है। फिर, भारण प्रणाली ऐसी है कि भार उत्पादित राशियों (या अर्घों) के अनुसार दिये जाते हैं और निर्यात की गई राशि पर कोई विचार नहीं किया जाता। देश की आयात की गई वस्तुओ और उनकी राशि पर भी विचार नही किया जाता। इस प्रकार सूचक मूल्यों और प्राप्य पूर्ति के परिवर्तनो का उचित बोध नही देता।

(३) थोक मूल्य के सशोधित सूचकाक आधार १९५२-५३=१००—भारत के विभाजन तथा उसके उपरान्त हुये परिवर्तनो के कारण भारण की प्रणाली जो कि पहले सूचक मे अपनाई गई थी अनुपयुक्त हो गई। इसके अतिरिक्त पिछले कुछ वर्षों से मूल्यो के प्राप्य आंकडे बहुत उपलब्ध होने लगे हैं। इस कारण एक नये सूचक की आवश्यकता हुई जिसका आधार हाल का हो और जो अधिक व्यापक हो। यह सूचक आन्तरिम है और वस्तुओ का चुनाव कथित मूल्य तथा उचित आधार का चुनाव अभी विचाराधीन है। सूचक के बनाने की विधि इस प्रकार है—

वस्तुओ का चुनाव—वतमान सूचक मे वस्तुओ के अतिरिक्त सशोधित सूचक मे बहुत सी वस्तुयें जोड़ी गई है। कथित मूल्यो तथा विपडो की सूची भी विस्तृत की गई है जिससे राज्यो से मूल्य प्राप्त हो सकें। वस्तुओ और विपडो का चुनाव राष्ट्रीय अर्थ व्यवस्था मे उनके स्थान को ध्यान मे रखकर किया गया है। आर्थिक सलाहकार ने कृषि-मूल्य अनुसधान समिति (थापर कमेटी) के सुझाव मान कर १९ विपडो

इन पाँच वर्गों में ११२ वस्तुयें हैं जिनके लिये ५५५ कथित मूल्य प्राप्त किये जाते हैं।

आधार—१९५२-५३ को आधार वर्ष माना गया है। सरकार ने इस वर्ष को दो मुख्य कारणों से चुना। प्रथम, वर्ष १९५२-५३ पहला ऐसा युद्धोत्तर व विभाजनोत्तर वर्ष है जिसमें मूल्यों में कम से कम घट बढ़ हुई थी। द्वितीय, यह वर्ष प्रथम पंच वर्षीय योजना के आरंभ के बिलकुल समीप है। १९४७-५२ में पर्याप्त वृद्धि हुई थी जिसके कारण थे मूल्य अनियंत्रण (दिसम्बर १९४७), रुपये का अवमूल्यन (सितम्बर १९४९), तथा कोरिया युद्ध (अप्रैल १९५१)। इसके पश्चात मूल्यों में कमी होना आरम्भ हुआ जो मार्च १९५२ तक होता रहा। इस कारण १९५२-५३ का वित्तीय वर्ष एक नये सूचक के आधार के लिये सबसे उचित जान पड़ा।

भार—भार विपड़ मूल्यों के अनुसार दिये गये हैं। इस संबंध में आंकड़े भारतीय निर्मित वस्तुओं की तीसरी गणना, १९४८ (Third Census of Indian Manufactures, 1948) से लिये गये हैं। आयात की गई वस्तुयें उनके मूल्यों (सीमा प्रशुल्क मिलाकर) के आधार पर भारित की गई हैं। मध्य उत्पादित औद्योगिक वस्तुयें विक्रित परिमाण के आधार पर भारित की गई हैं। बिजली को भार बिजली उत्पादकों द्वारा बेची गई बिजली के आधार पर दिया गया है और उसका मूल्य सामान्य अखिल भारतीय दर के अनुसार आंका गया है। पेट्रोल के आंकड़े उपभोग पर आधारित हैं।

सूचकांक बनाने की प्रविधि में पहले से एक महत्त्वपूर्ण भेद है। प्रयुक्त माध्य भारित समान्तर माध्य है। यह उल्लेखनीय है कि पहले 'इकॉनॉमिक एडवाइज़र' के सूचक में भारित गुणोत्तर माध्य का उपयोग किया जाता था और यह इस सूचक का एक गुण माना जाता था।

समालोचना—नये (अन्तरिम) सूचक का क्षेत्र बहुत अधिक व्यापक है और इसके पहले से अधिक वस्तुओं का समावेश है। कथित मूल्यों की संख्या भी पहले से काफी अधिक है और भारण में सुधार किये गये हैं। लगभग आधा भार खाद्य-पदार्थों को दिया गया है और शेष आधा अन्य वस्तुओं को। यह भारत जैसे कृषि प्रधान और पिछड़े हुए देश की अर्थव्यवस्था की प्रकृति के समनुरूप है। इस प्रकार यह सूचक अपने पूर्ववर्ती सूचक से अधिक अच्छा है।

परन्तु यह ठीक से नहीं समझा जा सकता कि 'विविध' समूह को क्यों छांट दिया गया और गुणोत्तर माध्य के स्थान पर समान्तर माध्य का प्रयोग क्यों किया जाने लगा। कुछ न कुछ वस्तुएँ सदैव ऐसी होती हैं जो यथार्थ रूप में किसी भी समूह के अन्तर्गत नहीं आतीं। ऐसी वस्तुएँ 'विविध वर्ग' में रखी जाती हैं। यह आशा की जाती है

रेल्वे के छोटे-छोटे स्टेशनों के स्टेशन मास्टरों के द्वारा रेल्वे लेबर इन्सपैक्टरों के निरीक्षण में विभिन्न वस्तुओं के मूल्यों के आंकड़े एकत्रित किये जाते थे। १९४४ आधार वर्ष माना गया था। ये सूचकांक मासिक नहीं होते थे।

इन सूचकांकों का निर्धारण बन्द कर दिया गया है क्योंकि इनमें वैज्ञानिक तथा प्रयोगिक दृष्टिकोण से बहुत से गंभीर दोष पाये गये थे। और अब लेबर ब्यूरो इन सूचकांकों के स्थान पर केवल तुलनात्मक मूल्यों की सूची १९४९ को आधार मान कर प्रकाशित करता है।

(ख) जीवन निर्वाह सूचकांक

जीवन निर्वाह सूचकांक, जिसे उपभोक्ता मूल्य सूचकांक भी कहते हैं, विभिन्न वर्ग के लोगों के जीवन निर्वाह की लागत में परिवर्तनों का माप करने के लिये तैय्यार किये जाते हैं। ये सूचकांक यथार्थ में मूल्य सूचकांक नहीं हैं परन्तु क्योंकि जीवन निर्वाह की लागत में परिवर्तन मूल्यों के परिवर्तन का माप भी बतलाते हैं इसलिये इन सूचकांकों को मूल्य स्तर में परिवर्तन का एक सच्चा निर्देशक भी मानते हैं। जीवन निर्वाह की लागत का प्राप्य सूचकांक केवल श्रमिकों से ही सम्बन्धित है। इस बात का प्रयत्न किया जा रहा है कि काम करने वाले अन्य वर्गों के भी उपभोक्ता मूल्य सूचकांक तैय्यार किये जायें। पारिवारिक बजट सम्बन्धी सूचनायें एकत्रित की गई हैं पर अभी जीवन निर्वाह लागत सम्बन्धी सूचकांक नहीं तैय्यार किये जा रहे हैं। जो उपभोक्ता मूल्य सूचकांक प्राप्य हैं वे भारत सरकार के श्रम मंत्रालय के लेबर ब्यूरो द्वारा तैय्यार किये गये हैं और कुछ राज्य सरकारों द्वारा भी तैय्यार किये गये हैं। लेबर ब्यूरो के सूचकांक अनेक योजनाओं के अन्तर्गत प्रकाशित हुए हैं जैसे —

(i) उपभोक्ता मूल्य सूचकांक—श्रमिक वर्ग के लिये

(ii) जीवन निर्वाह लागत सूचकांक सरकारी (कुछ)—आरोपण श्रमिकों के लिये

(iii) लेबर ब्यूरो के अखिल भारतीय माध्य श्रमिक जीवन निर्वाह लागत सूचकांकों की श्रेणी

(i) लेबर ब्यूरो श्रमिक वर्ग उपभोक्ता मूल्य सूचकांक १९ केन्द्रों के लिये—ये सूचकांक मासिक हैं और भारत सरकार के श्रम मंत्रालय से लेबर ब्यूरो द्वारा अब १९ केन्द्रों के लिये प्रकाशित किये जाते हैं। ये केन्द्र निम्न हैं —

१ अजमेर	५ बुरहानपुर	९ गौहाटी
२ अकोला	६ कटक	१० जबलपुर
३ बियावर	७ देहरी-आन-सोन	११ जमशेदपुर
४. भोपाल	८ दिल्ली	१२ झरिया

चाहिये और न इस स्थिति को असतोष जनक समझना चाहिये । हमे तो ऐसा उपाय करना चाहिये कि इनका विस्तार हो और अधिक केन्द्रो के लिये तथा व्यक्तियो के अधिक वर्गों के लिये प्राप्त हो सकें । इस बात पर जोर दिया जा सकता है कि यदि इन सूचकाको का आधार समान कर दिया जाय और उनके निर्माण की प्रविधि मे समानता ले आई जाय तो तुलनात्मक अध्ययन के लिये वे अधिक उपयुक्त हो सकेंगे। जीवन निर्वाह सम्बन्धी सूचकाको के इस महत्त्व के अतिरिक्त इस बात की आवश्यकता समझी गई है कि अखिल भारतीय सूचकाक तैय्यार किया जाय ताकि अखिल भारतीय अध्ययन किये जा सकें । लेबर ब्यूरो के सभी प्राप्त उपभोक्ता मूल्य सूचकाको को एक मे मिलाने के सुझाव की परीक्षा की और एक अखिल भारतीय श्रमिक निर्वाह माध्य सूचकाक तैय्यार किया जा रहा है ।

इस सूचकाक की प्रविधि मे अनुभव के आधार पर सशोधन और परिवर्तन का अवसर है । यह सब जीवन निर्वाह लागत सूचकाको का जो कि लेबर ब्यूरो तथा राज्य सरकारो द्वारा तैय्यार कराये जा रहे हैं माध्य है । इसलिए वस्तुओ के चुनाव का प्रश्न इसमे नही उठता । इसका आधार १९४९ है । लेबर ब्यूरो के सभी सूचकाको का आधार १९४९ ही है । इनके सम्बन्ध मे तो कोई भी कठिनाई नहीं उठती । राज्य सरकारो द्वारा निर्मित सूचकाको के सम्बन्ध मे तो आधार विभिन्न हैं और वे सब एक आधार पर अर्थात् १९४९ पर सामान्य गणना की सहायता से ले आये गये हैं ।

यह सूचकाक उन सभी केन्द्रो से सम्बन्धित हैं जिनके लिये लेबर ब्यूरो सूचकाक तैय्यार करता है और इसके अतिरिक्त उन केन्द्रो से भी सम्बन्धित हैं जिनके सूचकाक राज्य सरकारें तैय्यार करती हैं ।

इसके निर्माण की प्रविधि बहुत ही सरल है । अन्तिम अखिल भारतीय सूचकाक प्रत्येक केन्द्र के अन्तिम सूचकाको का भारित माध्य निकाल कर मालूम किया जा सकता है । भार विभिन्न केन्द्रो मे फैक्ट्रियो म काम करने वालो की सख्या के आधार पर निर्धारित है । यदि किसी श्रेणी के लिय एक से अधिक केन्द्र चुने गये हैं तो राज्य के विभिन्न केन्द्र सूचकाकों का माध्य निकाल कर राज्य का सूचकाक मालूम किया जा सकता है । इसी प्रकार सब राज्यो के सूचकाको के आधार पर अन्तिम अखिल भारतीय सूचकाक मालूम किया जा सकता है ।

जैसा कि ऊपर कहा जा चुका है सूचकाक परीक्षण की दृष्टिकोण से बनाया जा रहा है और प्रयोग करते समय के अनुभवो के आधार पर उसमे सशोधन किया जायगा। परन्तु यह तो सर्वमान्य है कि इसे स्थायी रूप प्रदान करने के लिये यह आवश्यक होगा कि पारिवारिक बजट सम्बन्धी नये सिरे से जाच की जाय ताकि वस्तुओ का उचित चुनाव हो सके और उनका उचित भार प्रयोग म लाया जाय ।

भारत में प्राप्य मूल्य आँकड़ों की सामान्य समालोचना—इन मूल्य आँकड़ो की कड़ी आलोचना की गई है। यद्यपि मूल्य विविध अभिकरणों से प्राप्त किए जाते हैं जिनमें कुछ शासकीय, कुछ अर्धशासकीय और कुछ निजी तक हैं। इन अभिकरणों द्वारा भेजी गई सामग्री एकरूप नहीं होती और कभी-कभी तो सदेहास्पद भी होती है। मूल्य आँकड़े, चाहे किसी भी प्रकार के क्यों न हों, अधिक सार्वजनीय महत्त्व के हैं और भारत सरकार को इनका विशेष ध्यान रखना चाहिए। केन्द्रीय सरकार को अपना सगठन बनाना चाहिए और जहाँ आवश्यक हो राज्य सरकारों से मदद लेनी चाहिए। सामग्री में एकरूपता लाने और सुधार करने के लिए विशेष अनुदेश दिए जाने चाहिएं। यह आँकड़े विभिन्न आधारों पर प्राप्य हैं। यह नितान्त आवश्यक है कि इनको समान आधार, १९५२-५३, पर लाया जाय।

मूल्य आँकड़ों का सकलन देश में होने वाले आर्थिक परिवर्तनों का ज्ञान प्राप्त करने के लिये किया जाता है। इनसे अधिकतर लाभ उठाने के लिये यह आवश्यक है कि इनका प्रकाशन सकलन होते ही हो जाना चाहिए। इनके प्रकाशन में विलंब इनकी उपयोगिता घटा देता है।

इन आलोचनाओं का यह तात्पर्य नहीं है कि भारत में प्राप्य मूल्य आँकड़ों में विशेष दोष हैं। भारत सरकार और राज्य सरकारों को इस बात का श्रेय अवश्य दिया जाना चाहिए कि उन्होंने भारत में प्राप्य मूल्य-आँकड़ों के प्रकार और मात्रा में सुधार एव परिवर्तन किया। वे परिशुद्धता के प्रति सतर्क हैं और सग्रहीत सामग्री के प्रकाशन में शीघ्रता करने का पूरा प्रयत्न कर रहे हैं। सांख्यकीय मशीनों, विश्लेषण और विधान की नई रीतियों का उपयोग करने के फलस्वरूप इनकी स्थिति में बड़ी शीघ्रता से सुधार हो रहा है। यह आशा की जा सकती है कि शीघ्र ही भारत में प्राप्य मूल्य-आँकड़े ससार के किसी भी देश के आँकड़ों के सम-स्तरीय होंगे।

४. व्यापार-आँकड़े
(Trade Statistics)

भारत में व्यापार आँकड़े भारत सरकार के वाणिज्य सूचना और आँकड़े विभाग द्वारा सकलित किये जाते हैं। इनका सकलन आरम्भ से ही बहुत सतोषजनक रहा है। वैसे तो वाणिज्य सूचना और आँकड़े विभाग पर इनका सकलन करने का दायित्व है परन्तु अधिकाशत ये राज्य के प्रबंध सबधी कार्यों के सह-उत्पाद (by-products) के रूप में उत्पन्न होते हैं, जैसे, इन आँकड़ों का अधिकांश भाग सीमाशुल्क और उत्पादन शुल्क (Customs and Excise) विभाग द्वारा और रेलवे विभाग द्वारा प्रदान किया जाता है। व्यापार आँकड़े दो प्रकार के होते हैं.

(अ) भारतीय व्यापार के सूचकाक।

(ब) भारतीय व्यापार से सबधित सामग्री।

भारतीय व्यापार के सूचकांक

भारत के विदेशी व्यापार के सूचकाको का सकल्न (क) वाणिज्य सूचना और आँकड विभाग और (ख) भारतीय सचित अधिकोष (Reserve Bank of India) के द्वारा किया जाता है। ये सूचकाक निम्नलिखित से सबधित हैं —

(१) आयात और निर्यात की गई वाणिज्य-वस्तुओ (merchandise) के इकाई अर्घो (मूल्यो) के सूचकाक।

(२) भारत के विदेशी व्यापार (समुद्री और हवाई) की प्रमात्रा (quantum)।

वाणिज्य सूचना और आँकड विभाग द्वारा सकलित सूचकाक भारत के विदेशी (समुद्री हवाई व भूमि) व्यापार व नौ परिवहन से सबधित लेख [Accounts Relating to the Foreign (Sea, Air and Land) Trade and Navigation of India] में प्रकाशित होते हैं। इन सूचकाको को शासकीय और अशासकीय सगठनो द्वारा विस्तृत प्रकाशना (publicity) मिलती है।

भारतीय सचित अधिकोष (Reserve Bank of India) के सूचकाक Reserve Bank Bulletin म मासिक रूप से प्रकाशित किए जाते हैं।

इन सूचकाको की रचना विधि का सक्षिप्त विवरण यहाँ दिया जा रहा है।

(क) वाणिज्य-सूचना विभाग सूचकाक (The Department of Commercial Intelligence Index)—यह विभाग विदेशी व्यापार के इकाई अर्घ और प्रमात्रा के सूचकाको का सकल्न करता है। य सूचकाक मासिक और वार्षिक रूप से प्रकाशित होते हैं। पदो को तीन मुख्य समूह में विभाजित किया गया है। इस प्रकार चार सूचकाको को प्रकाशित किया जाता है जिनमें तीन तीनो मुख्य समूहो के हैं और चौथा इन पदो को एक साथ लकर बनाया गया सूचक है। इकाई अर्घ सूचकाक बनाने में समूही भारित माध्य सूत्र का उपयोग किया जाता है जिसमें चालू वर्ष की राशियो को भार मान लिया जाता है। प्रमात्रा सूचकाक जिस सूत्र द्वारा बनाए जाते हैं उन में आधार-वर्ष के अर्घ-अक भार के रूप में लिये जाते है। प्रमात्रा सूचकाक की गणना प्रत्यक्ष रूप से नही की जाती इसका व्युत्पादन इकाई अर्घ सूचकाक के अर्घ-अनुपात और मूल्य सूचकाक से किया जाता है। इन सूचकाको की गणना समुद्री और हवाई व्यापार की कुछ चुनी हुई वस्तुओ के आधार पर किया जाता है। वे पद जिनका सूचक बनाने में प्रत्यक्ष रूप से उपयोग नही किया

जाता उनके बारे में यह कल्पना कर ली जाती है कि उन मूल्यो में वे ही परिवर्तन होते हैं जो सबधित वस्तु समूहो के मूल्यो में होते हैं।

(ख) संचित अधिकोष सूचकाक (संशोधित माला)—भारतीय संचित अधिकोष द्वारा आयात व निर्यात के अर्घ व प्रमात्रा के सूचकाक १९४८-४९=१०० के आधार पर प्रकाशित किये जा रहे थे। यह अपरिवर्ती आधार-भार की पद्धति सूची अंक को अवास्तविक बना देती है क्योंकि एक समय में व्यापार में परिवर्तन हो जाते हैं। इस दोष को दूर करने के हेतु यह निश्चय किया गया कि सूचकाक का संशोधन किया जाय व एक उचित आधार वर्ष और भार पद्धति को अपनाया जाय।

पदो का चुनाव—पदो को तीन वर्गो में विभाजित किया गया है। यह वर्ग है (१) खाद्य, पेय व तम्बाकू, (२) कच्चे माल, व (३) निर्मित वस्तुयें। इन वर्गों से वे सब वस्तु वर्ग जिनका अश पूर्ण अर्घ का ० ५ प्रतिशत से अधिक है चुन ली गई हैं। प्रत्येक वस्तु-वर्ग में से वे पद जिनके प्रमात्रा आंकडे उपलब्ध है और जिनके आयात व निर्यात का अर्घ १९५२-५३ मे २५ लाख रु० से अधिक था, इन सूचको के निर्माण करने के लिये चुन लिये गये हैं। इस बात का प्रयत्न किया गया है कि सूचकाक जितना अधिक व्यापक हो सके बनाया जाय।

आधार का चुनाव—पिछले कुछ वर्षों में व्यापार में होने वाले परिवर्तनो के कारण यह आवश्यक हो गया था कि आधार वर्ष १९५२-५३ कर दिया जाय। इस आधार को चुनने के कारण यह थे कि —

(१) किसी युद्ध व राजनैतिक या आर्थिक उथल-पुथल के अभाव में व्यापार एक स्थिरता के पद को प्राप्त हो चुका था।

(२) अप्रैल १९५१ से निर्यात अर्घ का आधार नौ तल पर्यन्त निशुल्क (f. o. b.) मूल्य म, जिसम निर्यात कर तथा/या अन्य कर (cess) सम्मिलित है, परिवर्तित कर दिया गया। इस कारण १९५२-५३ के चुनाव से प्रत्येक पद पर निर्यात कर गणना करने की कठिनाई नही रही।

(३) अप्रैल १९५२ से पाकिस्तान, वर्मा, अफगानिस्तान और ईरान से होने वाले भूमि-व्यापार के विस्तृत आंकडे भारत के विदेशी (समुद्री, वायु तथा भूमि) व्यापार व नौ परिवहन के मासिक लेखें (Monthly Accounts of the Foreign (Sea, Air & Land) Trade and Navigation of India) में प्रकाशित होते हैं।

अर्घ सूचकाक—आयात व निर्यात मूल्यो के सूचकाक बनाने के लिये निम्न सूत्र का प्रयोग किया जाता है —

$$P_n \text{ (Price Index)} = \frac{\Sigma p_n q_0}{\Sigma p_0 q_0} \times 100,$$

उपर्युक्त सूत्र के अनुसार, अर्घ सूचकाक चालू वर्ष के अर्घ और आधार वर्ष के अर्घ को आधार वर्ष की प्रमात्रा से पुनर्मूल्यन करने के पश्चात प्राप्त मूल्यो का अनुपात है।

प्रमात्रा सूचकाक—सशोधन से पहले प्रमात्रा सूचकाक निम्न सूत्र द्वारा प्राप्त होता था —

$$Q_n \text{ (Quantity Index)} = \frac{\Sigma' p_o q_o}{\Sigma' p_o q_o} \times 100.$$

परन्तु अब मूल्य सूचकाक अर्घ सूचकाक और माध्य अर्घ सूचकाक का अनुपात है। अर्थात —

$$P'n \text{ (Average Value Index)} = \frac{\Sigma' p_n q_n}{\Sigma' p_o q_n} \times 100.$$

ऊपर के तीनो सूत्रो में चिन्हो का अर्थ इस प्रकार है —

p_o=आधार वर्ष के इकाई अर्घ,

p_n=चालू " " "

q_o=आधार " की प्रमात्रायें,

q_n=चालू " " "

केवल ऐसे पदो को सम्मिलित किया गया है जिनके इकाई अर्घ प्राप्य है।

माध्य अर्घ सूचकाक की गणना मूल्यो में दीर्घकालीन परिवर्तनो का अध्ययन करने के उद्देश्य से की गई है।

नये सूचकांक के लाभ—सन् १९५२–५३ के आधार पर बनाया गया सशोधित सूचकाक व्यापार में होने वाले परिवर्तनो से प्रभावित होता है। नई मात्रा में मूल्यो के दो सूचकाक तैयार होते है, अर्थात् मूल्य सूचकाक तथा माध्य अर्घ सूचकाक, जिनसे लघु कालीन व दीर्घ कालीन उपनतियो का अध्ययन हो सकता है। अन्त में, सशोधित सूचकाक का क्षेत्र तथा पदो की सख्या अधिक विस्तृत है, इसमें सपूर्ण भूमि सीमा के व्यापार का लेखा रखा जाता है। इस दृष्टि से सचित अधिकोष सूचकाक विभागीय सूचकाक से बहुत अच्छा है।

(ब) भारतीय व्यापार से संबंधित सामग्री

भारत के व्यापार के अर्घ और मात्रा स सबधित सामग्री का वर्गीकरण निम्नलिखित है

(क) अन्तर्देशीय व्यापार (Inland Trade)

(ख) फुटकर व्यापार (Retail Trade)

(ग) विदेशी थोक व्यापार (Foreign Wholesale Trade)

(क) भारत के अन्तर्देशीय व्यापार से संबंधित सामग्री (Data relating to Inland trade of India)—पहले वाणिज्य-सूचना और आँकड़े विभाग एक राज्य से दूसरे राज्य के होने वाले गमनागमन (movement) संबंधित विस्तृत आँकड़े प्रकाशित करता था। परन्तु मितव्ययिता के आधार पर १९२२ में इनका प्रकाशन बन्द कर दिया गया। ये आँकड़े फिर से मासिक पत्रिका, भारत के अन्तर्देशीय व्यापार (रेल तथा नदी द्वारा) से संबंधित लेखे [Accounts relating to the Inland (Rail and river-borne) Trade of India] में प्रकाशित किये जाने लगे हैं।

जिन पदों के लिये ये विस्तृत विवरण उपलब्ध हैं उन्हें ३० से अधिक मूल्य समूहों में बाँटा गया है। 'अकाउन्ट्स्' में इन वस्तुओं की केवल उन राशियों का विवरण मिलता है जिनका परिवहन रेलों या भाप्प नौका (steamer) से किया जाता है। ये बीजकों (invoices) से जमा किये जाते हैं और इनमें आवरण और संवेष्टन (cover and packing) को छोड़ दिया जाता है। वाणिज्य वस्तुओं के गमनागमन से संबंधित निम्नलिखित ब्यौरे उपलब्ध हैं

(१) अन्तर्राज्य व्यापार (Inter-state trade)

(२) अन्तर्पत्तन व्यापार (Inter-port trade)

(३) राज्य का पत्तन से व्यापार (trade of state with a port)

आँकड़े प्राप्त करने के अभिप्राय से देश को खंडों में विभाजित किया गया है। साधारणतः राज्य ही खंड भी है और पत्तन राज्य से अलग खंड है। लेखे में अन्तर्देशीय व्यापार से संबंधित सामग्री द्विसारिणी (two-way table) के रूप में दी गई है। एक ही खंड का नाम क्षैतिज और ऊर्ध्व रूप से दिया गया है जिस से किसी एक खंड का दूसरे खंडों को किया गया निर्यात आसानी से जाना जा सके।

अन्तर्देशीय कपास-व्यापार के आँकड़े—सब प्रकार और गुणों की कपास के एक राज्य से दूसरे राज्य को गमनागमन संबंधी आँकड़े मासिक पत्रिका कच्ची कपास के व्यापार आँकड़े (रेल तथा नदी द्वारा) [Raw Cotton Trade Statistics (Rail and River Borne)] में नियमित रूप से प्रकाशित होते हैं।

(ख) भारत की फुटकर व्यापार संबंधी सामग्री—भारत के फुटकर व्यापार संबंधी आँकड़ों की स्थिति बहुत असंतोषजनक है। फुटकर व्यापार संबंधी आँकड़े उपलब्ध ही नहीं हैं। कुछ सीमा तक हमारे व्यापार-आँकड़ों की यह कमी समझी जा सकती है। हमारे देश में फुटकर व्यापार थोक व्यापार से कहीं अधिक असंगठित है और वर्तमान दशाओं में फुटकर व्यापार संबंधी आँकड़ों का संकलन करने के प्रयत्न अवश्य ही बहुत कम सफलता प्राप्त कर सकते हैं। यह सामग्री आर्थिक और

वाणिज्यिक अध्ययनों के लिये बहुत मूल्यवान है, इसलिए सरकार को इनका संकलन करने की दिशा में प्रयत्न करना चाहिए।

(ग) भारत के विदेशी थोक व्यापार संबंधी सामग्री—यह सामग्री विविध शासकीय प्रकाशनों में प्रकाशित होती है। मूल्य विषय से संबंधित उपलब्ध सामग्री का प्रकार और इनके गुणावगुणों का विवेचन इन प्रकाशनों में दिए गए आँकड़ों के आधार पर किया जा सकता है।

I. भारत के विदेशी (समुद्री, हवाई व भूमि) व्यापार व नौ परिवहन से संबंधित लेखे [Accounts Relating to the foreign (Sea, Air and Land) Trade and Navigation of India]

'लेखे' वाणिज्य सूचना व सांख्यिकीय महानिदेशक, वाणिज्य व उद्योग मंत्रालय द्वारा प्रकाशित एक मासिक पत्रिका है और इस विषय में सबसे अधिक महत्वपूर्ण और प्रामाणिक समझी जाती है। पहले लेखे अलग-अलग प्रकाशित किये जाते थे—एक समुद्री और हवाई व्यापार से संबंधित सामग्री देता था और दूसरा भूमि-व्यापार संबंधी था। १९५२ में प्रकाशन आंशिक रूप से संयुक्त कर दिए गए। अभी तक इन दोनों को पूरी तरह से मिलाना संभव नहीं हुआ है क्योंकि इन दो प्रकाशनों में वस्तुओं का वर्गीकरण एकरूप नहीं था।

कुछ छोटी बातों से संबंधित सूचना के अतिरिक्त 'लेखे' निम्नलिखित से संबंधित ब्यौरों को चालू वर्ष के चालू महीने, पिछले दो वर्षों और अप्रैल से पिछले तीन वर्षों के संचयी योग के रूप में देता है:

भाग (क) समुद्री और हवाई विदेशी व्यापार (foreign trade by sea and air)

१ आयात (Imports)
२ पुनर्निर्यात (Re-exports)
३ निर्यात (Export)
४. कोष व्यापार (Trade in treasure)

भाग (ख) विदेशी व्यापार में लगे हुए पोत (shipping vessels in the foreign trade)

भाग (ग) भूमि से विदेशी व्यापार (foreign trade by land)

१ आयात
२ पुनर्निर्यात
३ निर्यात

प्रत्येक भाग के लिये संक्षिप्त और विस्तृत सारणियाँ दी हुई रहती हैं।

(क) समुद्री और हवाई विदेशी व्यापार—'रिखे' में इनका विस्तृत विवरण दिया हुआ रहता है। अर्घ और राशि सबधी आयात अकों का सकलन सीमाशुल्क घोषणाओं (customs declarations) और सीमाशुल्क गृहों से पारित होने वाले प्रविष्टि-पत्रों (bills of entry) से महीने के अन्तिम कार्य दिवस तक या उसके जितना समीप सभव हो सकता है किया जाता है। आयात सबधी अक सर्वत: पूर्ण नहीं हैं। इनमें सरकार के नाम पर होने वाला आयात सम्मिलित नहीं है क्योंकि सरकारी स्टोरों के निष्कासन की प्रणाली भिन्न है। परन्तु ये अक बाद में समायोजित कर लिए जाते हैं। सरकार के नाम आयातों के आयात के अक अलग से दिए जाते हैं। इसमें भारत में आयात होने वाली वस्तुयें (चाहे वे उपभोग के लिए हों, या करदेय वस्तुगृह (bonded ware house) में रखने के हेतु हों या पुन निर्यात के लिये), यात्रियों के सामान में करदेय वस्तुयें तथा पार्सल व पत्रों द्वारा प्राप्त वस्तुएं सम्मिलित हैं।

समस्त राशि और अर्घ के निर्यात अकों का सकलन नौविपत्रों (shipping bills) से किया जाता है। नावेयण में न्यूनता (short shipments) के कारण इन अकों में आवश्यकतानुसार समायोजन कर लिया जाता है। सीमा शुल्क विभाग के अधिकारी राशि और अर्घ के ब्यौरों की जांच करते हैं।

आयात और निर्यात की 'वास्तविक' (net) राशियाँ ली जाती हैं जिनमें आवरण व सवेष्टन सम्मिलित नहीं किये जाते। निर्यात अर्घों में निर्यात-शुल्क और (यदि हो तो) उपकरों का भी समावेशन किया जाता है अर्थात नौ स नि (नौतल पर्यन्त निःशुल्क अर्घ (f o b value) दिया जाता है। निर्यात के आंकड़े निम्नलिखित भागों में बाँटे गए हैं।

(१) भारतीय वाणिज्य-वस्तुओं का निर्यात और

(२) विदेशी वाणिज्य-वस्तुओं का पुनर्निर्यात।

आयात और निर्यात के आंकड़े निम्नलिखित पदार्थों की प्रकृति के अनुसार निम्नलिखित पाँच मुख्य भागों में विभाजित किए गए हैं

१ भोज्य और पेय पदार्थ एव तम्बाकू
२ कच्चा माल और मुख्यत अनिर्मित उपज और पदार्थ
३ पूर्णत या मुख्यत अनिर्मित पदार्थ
४ जीवित जन्तु
५ प्रेष वस्तुएं

मुख्य शीर्षकों को उपशीर्षकों में विभाजित किया गया है। विस्तृत सारणी में मुख्य और उपशीर्षकों के पदों को वर्ण-क्रम में रक्खा गया है। निम्नलिखित के लिए अलग से अंक आँकड़े मिल सकते हैं

(१) निजी वाणिज्य वस्तुएँ

(२) सरकारी संग्रहण (store)

(३) कोष —(क) सरकारी, (ख) निजी [चल निधियों (currency notes) को छोड़ कर]।

(ख) पोत—विदेशी व्यापार (shipping foreign trade)—यह आँकड़े "भारत के विदेशी व्यापार व नौपरिवहन से संबंधित लेखे" से संकलित किये जाते हैं। इनमें लदे हुये पोतों की संख्या व भार (tonnage) का आगमन व निर्गमन दिया रहता है। वे जहाज जो एक ही यात्रा के सबन्ध में कई भारतीय बन्दरगाहों पर जाते हैं केवल एक बार ही लेखे में आयेंगे। जहाजों का वर्गीकरण राष्ट्रीयता के अनुसार इस प्रकार किया गया है —

१ भारतीय अर्थात वे जहाज जो कि भारतीय झण्डा फहराते हैं तथा जिनका पंजीयन (registration) भारतीय जहाज पंजीयन विधान (संख्या १०, १८४१) [Indian Registration of Ships Act (No X of 1841), या किसी अन्य विधान जो उस समय लागू हो, के अन्तर्गत किया गया हो।

(२) अंग्रेजी (British) अर्थात वे जहाज जो कि अंग्रेजी झंडा फहराते हैं और जिनका पंजीयन अंग्रेजी व्यापारी जहाज विधान, १८९४ (English Marchant Shipping Act of 1894) के अन्तर्गत किया गया हो।

३ विदेशी अर्थात वे जहाज जो भारतीय या अंग्रेजी झण्डे के अतिरिक्त कोई झण्डा फहराते हैं।

(ग) भूमि के रास्ते विदेशी व्यापार—'लेखे' में भारत का पाकिस्तान, अफगानिस्तान, ईरान, और बर्मा से भूमि के रास्ते होने वाले व्यापार का विस्तृत विवरण रहता है। अन्य देशों से व्यापार के अंक भारतीय व्यापार पत्रिका (Indian Trade Journal) में दिये जाते हैं। नेपाल, तिब्बत, सिक्किम और भूटान से होने वाले व्यापार के आँकड़े इसमें नहीं सम्मिलित किये गये हैं।

व्यापार का संतुलन (Balance of trade)—इन तीन भागों में संबंधित उपर्युक्त सूचना के विस्तृत विवरण के अतिरिक्त 'लेखे' में भारत के व्यापार संतुलन संबंधी आँकड़े भी दिये रहते हैं। ये अलग-अलग रूप से (१) वाणिज्य वस्तुओं, के (२) सोना-चाँदी के व्यापार-संतुलन के और (३) कुल दृश्य व्यापार के संतुलन के आँकड़े देते हैं।

मार्गस्थ व्यापार (trade in transit)—इसके अन्तर्गत वे लेखे आते हैं जो भारतीय सीमा पर होने वाले मार्गस्थ विदेशी व्यापार (जो कि भारतीय बन्दरगाहों या नौ निगमों द्वारा होते हैं) से सम्बन्धित हैं। पाकिस्तान से होने वाला मार्गस्थ व्यापार इसमें सम्मिलित नहीं है।

II. भारत के विदेशी व्यापार की चल क्षेत्रों तथा देशों के अनुसार दिशा (Direction of India's foreign trade by currency areas and countries)

यह आँकड़े "भारत के विदेशी (समुद्री, हवाई व भूमि) व्यापार व नौ परिवहन में उपलब्ध हैं। लेखों में उपलब्ध आँकड़े मार्गस्थ व्यापार के विषय में कोई समायोजन नहीं करते। चल-क्षेत्रों का वर्गीकरण इस प्रकार है —

१ पौंड क्षेत्र,
२. डॉलर क्षेत्र,
३ आर्थिक सहकारिता के लिये यूरोपियन संगठन के देश,
४. अन्य बिना पौंड चलन के क्षेत्र।

आयात—आयातों का वर्गीकरण निर्यात करने वाले देशों के अनुसार किया जाता है। इन आँकड़ों के लिए माल का आयात चाहे जिस साधन (समुद्र, भूमि व वायु) द्वारा हुआ हो परन्तु अविघ्न होना चाहिए। परिवहन के एक साधन से दूसरे साधन के माल का हस्तान्तरण विघ्न नहीं माना जाता है। इस कारण यह आवश्यक नहीं है कि निर्यात करने वाले देश ही उद्गम स्थान हो, यह भी सम्भव है कि निर्यात करने वाले देश ने माल किसी देश से आयात करके भारत भेजा हो।

निर्यात—निर्यातों का वर्गीकरण लक्षित देश के अनुसार, जो कि निर्यात करने वाले ने नौ विपत्र में दिखाया है, किया जाता है। लक्षित देश में समुद्री तट होना आवश्यक नहीं है। लक्षित देश वह देश माना जाता है जहाँ माल भेजने का आशय है चाहे माल समुद्र, भूमि, हवाई या किसी भी साधन या साधनों से अविघ्न (परिवहन के) एक साधन से दूसरे साधन में हस्तान्तरण को छोड़कर) जाय।

III. भारतीय संघ का सीमा कर तथा उत्पादन कर विवरण (Customs and Excise Revenue Statement of Indian Union)

यह प्रकाशन आयात और निर्यात पर पड़ने वाले सीमा शुल्क से सम्बन्धी ब्यौरा देता है।

IV. भारत के तटीय व्यापार तथा नौ परिवहन संबंधी लेखे (Accounts Relating to Coasting Trade and Navigation of India)

यह एक मासिक प्रकाशन है और निम्नलिखित से संबंधित भाप्प नावो और देशी नावो के लिये अलग अलग सूचना देता है

(१) भारत के समुद्र तटीय व्यापार में प्रयुक्त नौभार सहित या खाली पोतो के आने और जाने की संख्या।

(२) नौभार—जलयानो की राष्ट्रीयता और स्वामित्व के अनुसार वर्गीकरण

V वार्षिक विदेशी व्यापार के आंकड़े (Annual Foreign Trade Statistics)

यह दो खंडों में प्रकाशित होता है और भारत के विदेशी व्यापार के अंश परिमाण और दिशा का ब्यौरा देता है। पहले खंड में प्रत्येक देश से भारत के आयात निर्यात का अलग अलग विवरण रहता है। दूसरा खंड प्रत्येक देश और पत्तन से व्यापार और नौवहन का ब्यौरा देता है।

VI अन्य विदेशी व्यापार, तथा संबंधित प्रकाशन (Other, Foreign Trade and Allied Publications)

भारतीय विदेशी व्यापार के कम महत्वपूर्ण प्रकाशन भी उपलब्ध है। इस संबंध में दो मुख्य प्रकाशन उल्लेखनीय हैं

(१) भारत-पाकिस्तान व्यापार के आंकड़े (India Pakistan Trade Statistics)।

(२) भारत की कला तथा खेल संबंधी माल का निर्यात—मासिक (Export of Indian Artware and Sports Goods monthly)

VII व्यापार की समीक्षा (Review of Trade)

वाणिज्य और उद्योग मंत्रालय के आर्थिक सलाहकार द्वारा प्रकाशित इस प्रकाशन में भारतीय व्यापार की वार्षिक समीक्षा रहती है। इसमें भारत के विदेशी व्यापार का विश्लेषण उसकी दिशा समुद्र तटीय व्यापार व्यापार का संतुलन आदि से संबंधित अंक और सांख्यकीय सारणियां रहती है। इसकी मुख्य विशेषता यह है कि एक ही स्थान पर भारत के व्यापार के विविध प्रश्नो के बारे में सामग्री मिल जाती है।

VIII. समुद्री व हवाई व्यापार की विषय वस्तु (Composition of Sea and Air-Borne Trade of India)—

समुद्री व हवाई व्यापार को निम्नलिखित मुख्य वर्गों में बाँटा जाता है —

१ खाद्य पेय तथा तम्बाकू

२ कच्चा माल, तथा उत्पादन व मुख्यत अनिर्मित वस्तुयें,
३ पूर्णतय व मुख्यत निर्मित वस्तुऐं।

जीवित जानवर तथा प्रेष वस्तुयें अलग-अलग नही दिखाई जाती है परन्तु योग में सम्मिलित की जाती है। मार्गस्थ व्यापार के लिये (पाकिस्तान को छोड़कर) कोई समायोजन नही किया जाता है।

भारत के व्यापारिक आंकडों की समालोचना

भारत के व्यापार आँकडो की उपयोगिता बहुत है। इनके द्वारा विभिन्न वस्तुओ के आयात-निर्यात की दिशा का ज्ञान होता है। यह सूचना कृषकों व्यापारियो तथा निर्माताओ के लिये बहुत उपयोगी है। वस्तुओ के भार परिमा (volume), तथा देश दिशा व वस्तुओ का वर्गीकरण चल विपत्रो के अनुसार आदि सूचना देशी व्यापारियो के लिये अत्यन्त लाभकारी है।

भारत के देशी व्यापार के आँकडे अपूर्ण है। इनसे वस्तुओ के अर्थ तथा फुटकर व्यापार की सूचना प्राप्त नही होती है। इसके अतिरिक्त सडक-परिवहन के आँकडे उपलब्ध नही हैं। यह एक बडी कमी है। भारत में रेलो और भाप नावो की अक्षमता के कारण बहुत सा व्यापारिक माल मोटर ठेलो द्वारा ले जाया जाता है। इसका कोई लेखा इन आँकडो में नही मिलता। यह आँकडे विश्वसनीय नही है क्योकि यह व्यापारिक उद्देश्यो से सकलित नही किये जाते है, बल्कि यह रेलो के लेखो से प्राप्त होते है। इस दिशा में बहुत कुछ उन्नति करने की आवश्यकता है।

विदेशी व्यापार के आंकडो मे हाल ही में पर्याप्त उन्नति हुई है। आयात-निर्यात के विस्तृत आँकडे, वस्तुओ, दिशा, चल-क्षेत्रो करीब-वस्तुआ, अर्थ व प्रमात्रा के अनुसार उपलब्ध है। यह परिस्थिति बहुत सतोषजनक है।

५. मजूरी आँकड़े
(Wage Statistics)

भारत में उपलब्ध मजूरी आँकडे बहुत अपर्याप्त एव असतोषजनक है। गत काल में इनका सग्रह शासकीय और गैर शासकीय सगठनो और व्यक्तियो द्वारा किया जाता रहा है। ये अनुसधान अधिकाशत तदर्थ (ad hoc) थे। इसलिये इन अनुसधानो के परिणामस्वरूप प्राप्त मजूरी आँकडे अनियमित रूप से और विशेष दृष्टि-कोणो से जमा किये जाते थे। सामान्य उद्देश्यो के लिये वे अनुपयुक्त थे। मजूरी-

आकडा के अध्ययन व्याप्ति, प्रकाशन और कमिया आदि के दृष्टिकोण से निम्नलिखित दो शीर्षको के अन्तर्गत किया जा सकता है ।

(१) कृषीय मजूरी (Agricultural Wages), और
(२) औद्योगिक मजूरी (Industrial Wages) ।

(१) कृषीय मजूरी

कृषीय मजूरी सबधी आँकडो की स्थिति विशेष रूप से असतोषजनक है । यह कमी एक कृषि प्रधान देश में और भी अधिक गमीर हो जाती है । वैसे तो कृषीय मजूरी सबधी सामग्री का सग्रह अब बहुत समय से किया जा रहा है परन्तु इनमें कोई सुधार दृष्टि गोचर नही होता । इस स्थिति का मुख्य कारण कृषि अर्थव्यवस्था का असगठित और कृषीय मजूरो का निरक्षर होना है ।

पहले कृषीय मजूरी से सबधित सामग्री का प्रकाशन मूल्य तथा मजूरी, (Prices and Wages) में होता था । यह सामग्री सामाजिक-आर्थिक सर्वेक्षणो के रूप में भी उपलब्ध थी । ये सर्वेक्षण अर्ध-सरकारी सस्थाओ, जैसे विश्वविद्यालयो द्वारा किए जाते थे । १९०५ मे सरकार ने निश्चित किया कि प्रत्येक पाँच वर्षों में मजूरी-सर्वेक्षण किए जाएँगे । परन्तु ये सर्वेक्षण सब प्रान्तो में नही किए गये । सामग्री का सग्रह ग्रामीण एव नागरिक दोनो क्षेत्रो में किया गया । इस प्रकार सग्रहीत मजूरी आँकडे बहुत असतोषजनक थे और इनमें सुधार करने के प्रयत्न असफल रहे । प्रारम्भिक काल के मजूरी आकडे सब प्रान्तो के लिये प्राप्य नही है और जो प्राप्य है भी उनका सकलन एक रूप आधार पर नही किया गया है । कई कारणो से व अनियमित एव अविश्वसनीय भी है ।

अर्थ और साख्यिकी सचालक, खाद्य और कृषि मत्रालय, द्वारा प्रकाशित मजूरी आकडे—सचालक ने नियमित रूप से अधिक विश्वसनीय और एक रूप आधार पर कृषि-श्रम सबधी मजूरी आकडो का सकलन करने का काम किया है । ये आकडे ' भारतीय कृषि-मजूरी आँकडे (Indian Agricultural Wage Statistics) में प्रकाशित किए जाते है जो १९५० से प्रकाशित हो रहा है । इस परियोजना को राज्य-सरकारो से परामर्श करने के बाद अतिम रूप दिया गया है । निम्नलिखित चार वर्गों में विभाजित करके कृषि मजूरो से सबधित विविध राज्यो की मजूरी के ब्यौरे दिए जाते है

१ कुशल मजूर —
 (i) बढई, (ii) लोहार, (iii) मोची ।
२ क्षेत्र (field) मजूर ।

३ अन्य कृषीय मजूर ।

४ चरवाहे ।

मजूरी के अंक प्रत्येक जिले में एक चुने हुए गांव से मासिक रूप से सग्रहीत किए जाते हैं । यह समझ लिया जाता है कि ये अंक पूरे जिले का प्रतिनिधित्व करते हैं और उनका प्रकाशन जिलो के क्रमानुसार किया जाता है । जिले के अंकों का ममेकन (consolidation) राज्य सरकारो द्वारा किया जाता है और वह उन्हें प्रकाशन के लिए मत्रालय के पास भेजते हैं ।

कुशल मजूरो को छोड कर अन्य वर्गो के कृषीय मजूरो के अंक पुरुष, स्त्री और बाल मजूरो के लिए अलग अलग प्रकाशित किए जाते हैं । द्रव्य में दी गई मजूरी वैसे ही लिख ली जाती है, और वस्तुओ में दी गई मजूरी को द्रव्य के रूप में रखा जाता है ।

ये मजूरी-आँकड़े जिले और राज्यो के प्रत्येक वर्ग के मजूर की अधिकतम और निम्नतम मासिक मजूरी के बारे में समुचित बोध कराते हैं । ये व्यस्त और शिथिल मौसमो को भी बताते हैं ।

कृषीय मजूर जाँच समिति द्वारा सग्रहीत मजूरी आँकड़े (Wage Statistics Collected by the Agricultural Labour Enquiry Committee—१९४३ में हुये त्रिदलीय मजूर सम्मेलन ने सिफारिश की कि कृषीय मजूरो के मजूरी-स्तर, रोजगार, अर्जन, निर्वाह-स्तर, ऋणिता आदि के सबध में जाँच की जाय । भारत सरकार ने कृषीय मजूर जाँच समिति नियुक्त की जिसका काम कृषीय मजूरो की दशाओ के बारे में प्रतिदर्श-सर्वेक्षण (sample survey) करना था । इस समिति के नियुक्त होने के काल के आसपास सन् १९४८ में भारत सरकार ने न्यूनतम मजूरी अधिनियम, १९४८ पारित किया जिसके अनुसार विविध प्रकार के मजूरो की न्यूनतम मजूरी निश्चित करना आवश्यक था । इस बात का अनुभव किया गया कि इस अधिनियम को लागू करने से पहले जाँच करना आवश्यक है जो न्यूनतम मजूरी का आधार बन सके । राज्य सरकारो की सहायता से यह जाँच १९४९ में आरम्भ हुई ।

अनुसधान की अभिकल्पना (design) ऐसी थी कि कृषीय मजूरो की वृत्ति, अर्जन, लागत, निर्वाह-स्तर और ऋणिता सबधी सामग्री सग्रहीत की जाये, जिससे रक्षात्मक और सुधारात्मक कार्यो की आवश्यकता और व्याप्ति निर्धारित की जा सके और अधिनियम के अनुसार न्यूनतम मजूरी भी निश्चित की जा सके ।

कृषीय मजूर जाँच समिति के प्रतिवेदन धीरे-धीरे प्रकाशित किए जा रहे हैं । १९५२ में प्रकाशित भारत में कृषि मजूरी, पहला भाग (Agricultural Wages

in India, Vol I) में जांच के समय सग्रहीत सामग्री दी गई है। जिन बातो से सबधित सामग्री हैं उनमें कृषीय मजूरा के कुटुबो का मात्रिक विश्लेषण, मजूरी और वृत्ति की दशाएँ, मूल्य, बेगार आदि भी सम्मिलित है।

(२) औद्योगिक मजूरी

औद्योगिक मजूरी सबधी सामग्री की स्थिति कृषीय मजूरी से सबधित स्थिति से कुछ अधिक सतोषजनक है। परन्तु इसमें भी काफी सुधार की आवश्यकता है। राजकीय श्रम आयोग ने उपलब्ध मजूरी आँकडो को अपर्याप्त बताया था। तब से काफी समय बीत जाने पर भी स्थिति में सतोषजनक सुधार नहीं किये गए। गत काल में औद्योगिक मजूरी का सकलन करने और उन्हें सुव्यवस्थित बनाने की दिशा मे प्रयत्न किए गए। प्रान्तीय सरकारो ने मजूरी-सर्वेक्षण किए। यह काम बम्बई, बिहार और कुछ अन्य प्रान्तो ने शुरू किया। तत्पश्चात् कुछ आँकडो का सग्रह १९३६ के मजूरी शोधन अधिनियम (Payment of Wages Act) के अन्तर्गत भी किया गया। रेगे समिति (Rege Committee) के प्रतिवेदन में भी मजूरी सबधी आँकडे दिय गये थे। 'मूल्य व मजूरी' (Prices and Wages) में भी औद्योगिक मजूरी सबधी आँकडे दिये हुए हैं।

इन स्रोतो से उपलब्ध अक एक से अधिक कारणो से असतोषजनक है। सामग्री मुख्यत गौण प्रकार की है और बहुत बडे परास में मजूरी दी गई है। जिस कालावधि के लिए मजूरी दी गई है उसकी इकाई समान नही है। अब दशा में कुछ सुधार हो गया है और औद्योगिक मजूरी से सबधित सामग्री निम्नलिखित प्रकाशनो में मिल सकती है —

१ खान के मुख्य निरीक्षक का वार्षिक प्रतिवेदन (Annual Report of the Chief Inspector of Mines)।

२ भारतीय चाय के आँकडे (Indian Tea Statistics)—केवल चाय के बगीचो में काम करने वाले मजूरो के बारे में।

३ भारतीय निर्माणी विधान के कमकरण का वार्षिक प्रतिवेदन (Annual Report on the Working of Indian Factories Act)

४ भारतीय श्रमिक सघ विधान के कमकरण का वार्षिक प्रतिवेदन (Annual Report on the Working of the Indian Trade Union Act)।

इन के साथ साथ कुछ प्रकार के मजूरी आँकडे विभिन्न राज्यो के श्रम पत्रिका (Labour Gazette), विविध जाँच समितियोके प्रतिवेदनो और श्रम कार्यालय (Bureau of Labour) द्वारा सचालित तदर्थ अनुसधानो से भी मिल सकते

हैं। मजूर प्रतिकार अधिनियम (The Workmen's Compensation Act), कर्मचारी राज्य बीमा अधिनियम (The Employees State Insurance Act), भारतीय श्रम पत्रिका (The Indian Labour Gazette) इत्यादि में भी औद्योगिक मजूरी सबंधी सूचना मिल सकती है।

ये मजूरी आँकडे औद्योगिक मजूरी के क्षेत्र में पर्याप्त सुधार दिखाते हैं। उपलब्ध मजूरी आँकडो का मुख्य दोष उनका असमन्वित (un-coordinated) होना है।

निर्माणी कर्मचारियो के अर्जन का श्रम कार्यालय सूचक (The Labour Bureau Index of Earnings of Factory Wor. ers)—श्रम कार्यालय एक वार्षिक प्रकाशन करता है जिसमे पूरे भारतवर्ष के निर्माणी कर्मचारियो के अर्जन और उतनी ही व्याप्ति वाले निर्वाह सूचक दिये रहते हैं। यह सूचकाक मजूरी शोधन अधिनियम, १९३६ के अन्तर्गत सग्रहीत मजूरी-अको पर आधारित है। इसका मूल्य उद्देश्य निर्माणी कर्मचारियो के निर्वाह-व्यय और उनके अर्जनो का तुलनात्मक अध्ययन करना है। यह सूचक निम्नलिखित तीन भागो में दिया रहता है

१ प्रत्येक राज्य में सब उद्योगो का सूचक।

२ सयुक्त रूप से सब राज्यो के प्रत्येक उद्योग का सूचक।

३ सब राज्यो के सब उद्योगो का सूचक।

आधारवर्ष १९३९ है और सूचक १९४४ से उपलब्ध है।

इस सूचक मे कुछ कमियाँ हैं जो इसकी प्रकृति म निहित है। इस सूचक के क्षेत्र में वे सब उद्योग आते है जो निर्माणी अधिनियम १९४८ के अन्तर्गत आते है और यह इस अधिनियम मे दी गई मजूरी की परिभाषा मानता है। इस प्रकार यह अमौद्रिक मजूरी पर विचार नही करता है। दूसरा दोष यह है कि इसका आधार वर्ष १९३९ है, जबकि निर्वाह सूचकाक का आधार वर्ष १९४४ है। इसलिए निर्वाह सूचकाक से तुलना करने के लिए इस सूचक में समायोजन करने पडते है। तीसरा दोष यह है कि यह केवल वर्ष भर चालू रहने वाले (perennial) उद्योगो पर विचार करता है और रेल कर्मचारियो को छोड देता है। इस प्रकार इसकी व्याप्ति कुल औद्योगिक जनसख्या के ५/६ भाग तक है। रेलवे और अन्य मौसमी उद्योगो के कर्मचारी छूट जाते है।

६. औद्योगिक आँकड़े
(Industrial Statistics)

अभी हाल तक हमारे औद्योगिक आँकडे बहुत अपर्याप्त थे। स्वाधीनता प्राप्ति के बाद स्थिति में परिवर्तन हुआ है, विशेषत १९५२-५३ के बाद। अग्रेजी काल में

उद्योगो के आँकडो का सग्रह करने की ओर कोई ध्यान नही दिया गया था। इसका मुख्य कारण यह था कि हमारा औद्योगिक उत्पादन बहुत कम था और विदेशी शासक भारत के उद्योगो की दयनीय दशा के लेखो को प्रकाशित करा कर भारतीय औद्योगिक विकास में उनकी दिलचस्पी न होने को प्रकाशना नही देना चाहते थे। इसलिये यह आश्चर्यजनक नही है कि भारतीय उद्योगो के बारे में अत्यल्प आँकडे उपलब्ध है। जो भी थोडे बहुत आँकडे उपलब्ध हैं उनका सकलन निजी सगठनो ने किया था। भारत सरकार द्वारा बहुत कम सामग्री का सग्रह किया गया था और इसका उद्देश्य विदेशी निर्यातको को विशेषत लकाशायर आदि के वस्त्र-उत्पादको को सूचना पहुँचाना था परन्तु द्वितीय महायुद्ध के समय ब्रिटिश सरकार ने इस बात का अनुभव किया कि भारतीय उद्योग के विविध पक्षो के बारे में पर्याप्त आँकडो के अभाव के कारण उन्हें युद्ध सचालन में बाधाएँ आ रही थी। भारत की राष्ट्रीय सरकार ने पचवर्षीय योजनाओ को बनाने, कार्यान्वित करने और उनकी सफलता के लिए उद्योगो से सबधित सामग्री को अत्यावश्यक माना है।

भारतीय उद्योगो के बारे में उपलब्ध आँकडो का अध्ययन दो वर्गों में किया जा सकता है

(अ) निर्माण, उत्पत्ति आदि सबधी सामग्री (Data relating to manufacture, output etc)

(ब) औद्योगिक उत्पादन और लाभ के सूचकाक (Index Numbers of Industrial Production and Profits)

भारत के बडे पैमाने के उद्योगो से सबधित निर्माण, उत्पत्ति और अन्य पक्षो की सामग्री का प्रकाशन भारत सरकार द्वारा विविध पत्रिकाओ में किया जाता था। यह सामग्री बडे पैमाने के उद्योगो की सख्या, नियुक्त श्रम-शक्ति, विनियोजित पूँजी, उत्पादन, कच्चे माल की लागत, मजूरी आदि और शक्ति के बारे में थी। ऊपर लिखित पदो में कुछ के बारे में सतोषजनक आँकडे उपलब्ध थे, परन्तु अधिकाश पदो से सबधित सामग्री का या तो सकलन ठीक से नही किया जाता था या उनकी स्थिति शोचनीय थी। जो भी सामग्री सकलित की जाती थी उसका प्रकाशन कई पत्रिकाओ में किया जाता था —

भारत के बड़े औद्योगिक सस्थान, तथा अग्रेजी भारत का साख्यकीय साराश (Large Industrial Establishments in India, and the Statistical Abstract of British India)—इनमें विविध वर्गों की कई निर्माणियो और नियुक्त श्रम सबधी सामग्री प्रकाशित की जाती थी। उत्पत्ति और विनियोजित पूँजी सबधी सूचना का प्रकाशन भी सरकार द्वारा विविध प्रकाशनो में किया

जाता था, परन्तु वे बहुत अपर्याप्त और अति-अविश्वसनीय थे। निर्माणियों के आँकड़े (Statistics of Factories) और संयुक्त स्कन्ध मंडल के कार्यों का प्रतिवेदन (Report on the Working of Joint Stock Companies) भी भारतीय उद्योगों के विविध पक्षों की सामग्री का प्रकाशन कर रहे थे, परन्तु उनकी दशा भी बहुत असंतोषजनक थी। इसका मुख्य कारण यह था कि सरकार द्वारा आँकड़ों के संग्रह करने के प्रयासों को उद्योगपति संदेह और अविश्वास की दृष्टि से देखते थे। आवश्यक सूचना देने के लिये वह विधि बाध्य नहीं थे और सरकार की सूचना प्रदान करने की प्रार्थनाओं को अनसुनी कर देते थे। यदि सूचना दी भी जाती थी तो वह सामान्यतः अशुद्ध होती थी और जानबूझकर गलत विचार उत्पन्न करने के लिए दी जाती थी जिससे स्पर्धा और करों से बचा जा सके।

इस बात की आवश्यकता प्रतीत हुई कि कोई ऐसा अधिनियम होना चाहिए जो उद्योगपतियों को सूचना देने के लिए विधितः विवश कर सके। कपास उद्योग आँकड़ा अधिनियम (The Cotton Industry Statistics Act) में कपास मिलों के लिए आवश्यक सूचना देना अनिवार्य कर दिया गया। इस अधिनियम के अन्तर्गत संग्रहीत सामग्री का प्रकाशन "भारतीय मिलों में सूती कताई व बुनाई के मासिक आँकड़े (Monthly Statistics of Cotton Spinning and Weaving in Indian Mills) में किया जाता था।

अन्य उद्योगों जैसे जूट, कागज, लोहा और इस्पात, पैट्रोल और मिट्टी का तेल, सीमेंट, रंग और भारी रसायन और गेहूँ का आटा आदि, सबंधी सामग्री का प्रकाशन "भारत में कुछ चुने हुए उद्योगों के उत्पादन के मासिक आँकड़े (Monthly Statistics of the Production of Certain Selected Industries in India) में किया जाता था। इसमें प्रकाशित अंक स्वेच्छा से दिए जाते थे। ये अंक 'मास-प्रति-मास' तुलनीय नहीं थे क्योंकि सूचना देने वाले औद्योगिक संस्थानों की संख्या बदलती रहती थी। चीनी, दियासलाई, तथा मद्य-शाला (distilleries and breweries) संबंधी सामग्री का संकलन उत्पादन शुल्क के प्रतिवेदनों से किया जाता था। "व्यापारिक स्थिति का मासिक सर्वेक्षण" (Monthly Survey of Business Conditions) में शक्ति (power) संबंधी सामग्री दी जाती थी।

उपलब्ध औद्योगिक आँकड़ों का यह संक्षिप्त सर्वेक्षण स्पष्ट कर देता है कि इस क्षेत्र में दशा बहुत असंतोषजनक थी। तब उपलब्ध औद्योगिक आँकड़े सर्वत्र पूर्ण नहीं थे और केवल कुछ महत्वपूर्ण उद्योगों के बारे में थे। इन उद्योगों में भी वे उनके

सब पक्षो के बारे में नही थे। सामग्री असबद्ध और एकरूप से उपलब्ध नही होती थी। वे न तो प्रामाणिक और विश्वसनीय थे और न ही व्यापक एव सर्वत पूर्ण थे।

वार्षिक निर्माण-उद्योग गणना (Annual Census of Manufactures)

१९४२ का अधिनियम—भारतीय औद्योगिक आँकडो के तत्कालीन दोषों को दूर करने के लिये भारत सरकार ने १९४२ में औद्योगिक आँकडा अधिनियम (Industrial Statistics Act) पास किया। यह अधिनियम पूरे ब्रिटिश भारत पर लागू होता था। प्रान्तीय सरकारो को इस बात की छूट दी गई थी कि वे अधिनियम के अन्तर्गत नियम—निर्माण उद्योग गणना नियम—बना सकते थे और अपनी सुविधा के अनुसार अधिनियम और नियमो को व्यवहार में ला सकते थे। बम्बई प्रान्त ने सबसे पहले नियम बनाए और भारत सरकार के आदेशानुसार ये नियम सभी प्रान्तो ने १९४५ म स्वीकृत कर लिये। १९४५ में केन्द्र में औद्योगिक आँकडा निर्देशालय की स्थापना की गई। पहली गणना १९४६ के बारे मे थी। तब से वार्षिक गणनाएँ की जा रही है और भारतीय उद्योगो के विविध पक्षो से सबधित सामग्री का प्रकाशन 'निर्माण उद्योगो की गणना' (Census of Manufacturing Industries) में किया जा रहा है।

यह अधिनियम उन सब उद्योगो पर लागू होता है जो भारतीय निर्माणी अधिनियम, १९४८ से नियमित होते हैं अर्थात वे सब उद्योग जिनकी निर्माणियो में २० या इससे अधिक व्यक्ति काम करते है और जो शक्ति से चलती है। ये औद्योगिक सस्थान सूचना देने के लिए विधि-बाध्य है। आकडा-सग्रह की रीति यह थी कि औद्योगिक-समक निदेशालय राज्य-सरकारो के पास गणना वर्ष के नवम्बर मास में प्रपत्र (forms) भेजता था जो निर्माणियो के अभिधारको (occupiers) द्वारा भरे जाते थे। राज्य-अधिकारी इन प्रपत्रो को निर्माणी-अभिधारको के पास भेजता था। इन प्रपत्रो को उन्हें अगले वर्ष की फरवरी मास में लौटाना पडता था। इन प्रपत्रो का राज्य अधिकारियो द्वारा परिनिरीक्षण (scrutinise) किया जाता था और यदि वे अपूर्ण, विभेदी या अन्य कारणो से दोषपूर्ण होते थे तो उन्हें ठीक करने के लिए फिर से भेजा जाता था। परिनिरीक्षण करने के बाद वे सकलन और निर्माण गणना (Census of Manufactures) में प्रकाशन के हेतु निदेशालय को भेज दिए जाते थे।

गणना के उद्देश्य निम्नलिखित थे —

(१) समस्त रूप से निर्माण उद्योगो का और प्रत्येक इकाई का राष्ट्रीय आय में अशदान।

(२) समस्त रूप मे उद्योगो की, प्रत्येक प्रकार के उद्योग की और प्रत्येक इकाई की सरचना (structure) का सुव्यवस्थित अध्ययन ।

(३) देश में उद्योगो को प्रमाणित करने वाले विविध कारको का विश्लेषण ।

(४) सरकारी नीति निर्धारित करने के लिए तथ्यात्मक और सुव्यवस्थित आधार बनाना ।

इन उद्देश्यो को दृष्टि मे रखते हुए जिस सूचना का सग्रह दिये हुए प्रपत्रो में किया जाता है वह अधिनियम के अनुसार निम्नलिखित से सबंधित है

भाग अ—निर्माणी, अभिधारक आदि का नाम और पता ।

भाग ब—पूंजी सरचना—अचल पूंजी, प्रदत्त पूंजी, उत्पादक पूंजी, कर्म वाहक पूंजी ।

भाग स—काम मे लगे व्यक्ति, मनुष्य-घटो में काम, काम करने के मान्य दिन और दिया गया वेतन एव मजूरी जिसमें अमौद्रिक लाभ भी सम्मिलित है ।

भाग द—प्रयुक्त शक्ति की राशि और अर्घ—बिजली, कोयला, गैस, उपस्नेहन पदार्थ (lubricating materials), पानी आदि जिसे खरीदा जाता है या जिसका उपभोग किया जाता है ।

भाग य—अन्य क्रीत और उपभुक्त पदार्थो की राशि और अर्घ जिनमें कच्चा माल और अवक्षयण भी सम्मिलित है ।

भाग फ—उत्पादो और सह-उत्पादो की राशि और अर्घ जिसमे निर्माण के फलस्वरूप परिवर्धित अर्घ भी सम्मिलित है ।

जिन प्रपत्रो से आँकडो का सग्रह किया जाता है वे सब उद्योगो के लिए एक रूप है और विलायत एव सयुक्त राज्य अमेरिका मे काम में लाए जाने वाले प्रपत्रो के आधार पर बनाए गए है । सयुक्त राष्ट्रो के औद्योगिक वर्गीकरण का अनुसरण करते हुए सगठित उद्योगो को ६३ समूहो में बाँटा गया था । परन्तु अभी अधिनियम केवल २९ समूहो तक लागू होता है । सामग्री राज्यो के अनुसार, उद्योगो के अनुसार, स्वामित्व के प्रकार के अनुसार तथा निर्माणी के परिमाण के अनुसार प्राप्य है । इसके अतिरिक्त पाँच वर्ष का सक्षिप्त वर्णन राज्य व उद्योगो के अनुसार तुलनात्मक अध्ययन के लिये दिया है ।

गणना की समालोचना—यह गणना आर्थिक आयोजन में और राज्य की नीति निर्धारण के लिए अवश्य ही उपयोगी होगी , यद्यपि इसके अन्तर्गत उद्योग और निर्माणशालायें पर्याप्त मात्रा मे नही लिये गये है । भारत में मानवीय आँकडो के सग्रह की दिशा में यह महत्वपूर्ण प्रगति है । परन्तु गणना में कुछ दोष है । इसके

अन्तर्गत केवल २० उद्योग आते हैं और इस रूप में यह पश्चिमी देशों में होने वाली समरूप गणनाओं से बहुत पीछे रह जाती है। यह केवल उन उद्योगों पर लागू होती है जो निर्माणी-अधिनियम के अन्तर्गत आते हैं। यह एक सुज्ञात तथ्य है कि भारत में बहुत बड़े *परिमाण में निर्माण* छोटे और बीच के पैमाने के उद्योगों में होता है। ये उद्योग अधिनियम के क्षेत्र में नहीं आते। इसका यह अर्थ हुआ कि हमारे उद्योगों के एक महत्वपूर्ण भाग के आँकड़े प्राप्य नहीं हैं। इन उद्योगों से सबधित प्रामाणिक और विश्वसनीय सामग्री के अभाव में राज्य-नीति निर्धारण बहुत सीमा तक अनुमान-मात्र रहेगा। फिर, इस गणना के परिणाम जिस अवधि के बारे में वे हैं उसके कई महीने बाद मिलते हैं। फलस्वरूप इनकी व्यवहारिक उपयोगिता बहुत कम हो जाती है। यदि कुछ महत्त्वपूर्ण आँकड़ो से सबधित सामग्री पहले प्रकाशित कर दी जाय तो बहुत अच्छा हो।

आँकड़ा सग्रह अधिनियम (The Collection of Statistics Act), १९५३—यह बताया जा चुका है कि भारत सरकार को आँकड़ो की माग करने के लिय वैधानिक अनुमति की आवश्यकता थी। इस उद्देश्य से १९४२ में औद्योगिक आँकड़ा अधिनियम बनाया गया था। यह अधिनियम स्थिति में आवश्यक सुधार करने में असफल रहा क्योंकि इसकी व्याप्ति और क्षेत्र बहुत सीमित थे। इसलिए सरकार के लिए यह आवश्यक हो गया कि आँकड़ा सग्रह के लिए एक व्यापक विधान बनाया जाय जो निम्नलिखित कार्यों में लगी हुई सस्थाओ पर लागू हो —

(क) विदेशों से व्यापार और वाणिज्य,

(ख) अन्तर्राज्य व्यापार और वाणिज्य,

(ग) भारत में निगमित, पजीकृत या अन्य प्रकार से अनुमति प्राप्त निगम जिनमें बैंक बीमा और अन्य वित्तीय निगम सम्मिलित हैं, और

(घ) स्कध विपणि (Stock Exchange)।

इन सब व्यापार सस्थाओ के लिए और क्षेत्र का उद्योगों व्यापार, वाणिज्य और श्रम में विस्तार करने के लिए १९५३ में आँकड़ा सग्रह अधिनियम पास किया गया। इस अधिनियम ने १९४२ के औद्योगिक आँकड़ा अधिनियम को प्रतिस्थापित किया, परन्तु उसके सब उपबन्धो (provisions) का समावेशन कर लिया। अब भारत में औद्योगिक आँकडो का सकलन १९५३ के आँकड़ा-सग्रह अधिनियम के अनुसार किया जाता है।

इस नय अधिनियम (धारा ३) के अनुसार भारत सरकार को यह अधिकार है कि वह निम्नलिखित से सबधित आँकड़े मांग सकती है

(१) किसी उद्योग या उद्योगो के किसी वर्ग से सबधित कोई सूचना।

(२) किसी वाणिज्य या उद्योग सस्था या सस्थाओ के किसी वर्ग, और विशेषत निर्माणियो, से सबधित कोई सूचना ।

(३) वस्तुओ के मूल्य, उपस्थिति, मजूरी, काम के घटे, रोजगारी, बेरोजगारी, विवाद आदि जिनका सबध श्रम के कल्याण और दशाओ से है ।

आंकडे सग्रह अधिनियम, १९५३ अभी लागू नही किया गया है । अभी कुछ वैधानिक कार्य इस सबध मे पूरा करना शेष है । यहाँ यह उल्लेखनीय है कि यह अधिनियम, १९४२ के अधिनियम की समानता में अपने क्षेत्र में सीमित है और उन उद्योगो में से जिनकी सूची उद्योग (विकास तथा नियत्रण) सशोधन अधिनियम, [Industries (Development and Regulation) Amendment Act] १९५६ की प्रथम अनुसूची मे दिए हुए हैं केवल ३८ उद्योगो पर लागू होता है, जहाँ ५० या इससे अधिक श्रमिक कार्य करते हो और जहाँ शक्ति का प्रयोग होता हो, या जहाँ १०० या इससे अधिक श्रमिक कार्य करते हो परन्तु शक्ति का प्रयोग न होता हो ।

"भारत के चुने हुए उद्योगो के उत्पादन के मासिक आंकडे (Monthly Statistics of the Production of Selected Industries of India)—ऊपर प्रष्ट बताया जा चुका है कि निर्माण गणना के परिणाम नौ से बारह महीने बाद प्राप्त होते है । सग्रह करने की रीति ही ऐसी है कि इन आंकडो के प्रकाशन में देर होना अवश्यम्भावी है । औद्योगिक आंकडा निदेशालय स्वेच्छा से दी गई सामग्री के आधार पर उद्योग-सबधी सामग्री का मासिक रूप से प्रकाशन करता है। ये आंकडे ९० से अधिक उद्योगो के बारे में हैं जो निम्नलिखित मुख्य समूहो में बाँटे गए हैं —

(१) खनन और उत्खनन (Mining & Quarrying)

(२) निर्माण (Manufacturing), और

(३) विद्युत, प्रकाश और शक्ति (Electric Light and Power) ।

निदेशालय को औद्योगिक सस्थाओ के स्वैच्छिक सहयोग पर निर्भर रहना पडता है । फलस्वरूप सामग्री नियमित रूप से नही मिल पाती । इसलिए इन आंकडो की व्याप्ति प्रति मास बदलती रहती है । किसी प्रकार के निष्कर्ष निकालने के लिये ये आंकडे अनुपयुक्त है और कभी-कभी भ्रामक भी हो सकते हैं ।

औद्योगिक आंकड़ों के अन्य प्रकाशन (Other Publications on Industrial Statistics)—उपर्युक्त मुख्य औद्योगिक आंकडो के साथ-साथ भारत सरकार के कुछ प्रकाशनो में अन्य कम महत्वपूर्ण आंकडे भी मिल सकते हैं । इनका सक्षिप्त विवरण नीचे दिया जा रहा है

(१) भारत के बड़े औद्योगिक संस्थान (Large Industrial Establishments in India)—इसका प्रकाशन श्रम मंत्रालय के श्रम विभाग (लेबर ब्यूरा) द्वारा किया जाता है। इसमें उद्योगों और राज्यों के अनुसार भारतीय निर्माणी अधिनियम के अंतर्गत आने वाली निर्माणियों की सूची रहती है। इनमें वस्त्र इंजीनियरिंग खनिज और धातु खाद्य और पेय पदार्थ तम्बाकू कागज और मुद्रण काष्ठ और शीशा उद्योग ओटने व दबाने वाले उद्योग (Ginning and Pressing Industries) आदि की निर्माणियां सम्मिलित हैं। यह सूची निर्माणियों के स्थान और औसत दैनिक वृत्त के आधार पर उनके आकार संबंधी सूचना देती है।

(२) भारतीय मिलों के सूती कताई व बुनाई के आंकड़े (Monthly Statistics of Cotton Spinning and Weaving in Indian Mills)—इसका प्रकाशन औद्योगिक आंकड़ा निदेशालय द्वारा किया जाता है और इसमें कपास उद्योग (आंकड़ा) अधिनियम १९२६ के अंतर्गत संकलित सामग्री रहती है। इसमें विभिन्न वर्गों के कपास-वस्तुओं सूत कपास-उत्पाद और भारतीय मिलों के कपास-उद्योग संबंधी आंकड़े रहते हैं।

(३) मासिक कोयला पत्रिका (Monthly Coal Bulletin)—इसका प्रकाशन मुख्य खनि निरीक्षक (Chief Inspector of Mines) द्वारा किया जाता है। इसमें कोयले की उत्पत्ति कोयले की खानों में श्रम प्रयोग आदि संबंधी सामग्री रहती है।

औद्योगिक क्रिया, उत्पादन और लाभ के सूचक

उद्योग-संबंधी निम्नलिखित सूचक प्राप्य हैं —

(१) कपिटल का औद्योगिक क्रिया सूचकांक (Capital Index of Industrial Activity)।

(२) औद्योगिक उत्पादन के सूचकांक (Index Numbers of Industrial Production)

(क) औद्योगिक उत्पादन का अन्तरिम सूचकांक (Interim Index of Industrial Production)—वाणिज्य और उद्योग मंत्रालय माला (Ministry of Commerce & Industries series)

(ख) ईस्टर्न इकानामिस्ट के औद्योगिक उत्पादन के सूचकांक (Eastern Economist Index of Industrial Production)

(३) औद्योगिक लाभ के सूचकांक।

(१) 'कैपिटल' के औद्योगिक क्रियाशीलता सूचक

'कैपिटल' मार्च १९३८ से प्रति सप्ताह औद्योगिक क्रियाशीलता-सूचक को प्रकाशित करता आ रहा है। पदों की और उन्हें दिये गए भारों की सूची निम्नलिखित है

चुनी हुई श्रेणी	भार	विशेषवचन (रिमार्क)
(अ) औद्योगिक उत्पादन :		
(१) कपास-निर्मितियाँ	९	
(२) जूट-निर्मितियाँ	६	
(३) इस्पात पिण्ड (Ingots)	५	
(४) कच्चा लोहा (Pig Iron)	८	
(५) सीमेंट	५	सूचक १९३८-३९ और १९४६-४७ के बीच अप्रकाशित, फरवरी १९४८ से जनवरी १९४८ आधार मानकर पुन: प्रकाशित
(६) कागज	३	
(ब) खनिज उत्पादन		
(१) कोयला	७	
(स) रेल और नदी द्वारा व्यापार	२४	पहले 'रेलवे अर्जन' द्वारा प्रतिस्थापित और अप्रैल १९५२ से भारित वैगनों की संख्या
(द) वित्तीय आंकड़े		
(१) धनादेश समाशोधन (clearance)	२०	
(य) व्यापार, विदेशी और तटीय		
(१) निर्यात	४	मार्च १९४१ से परिचलन में 'पत्र-मुद्रा' द्वारा ६ भार देकर प्रतिस्थापित
(२) आयात	३	
(फ) नौवहन, विदेशी और तटीय		
(१) प्रविष्ट (entered) टन भार	३	मार्च १९४१ में विद्युत उपयोग द्वारा प्रतिस्थापित भार, ७
(२) निष्कासित (cleared) टन भार	३	

इस सूचका का आधार वर्ष १९३५ है। पहले श्रेणी के विभिन्न पदों के लिए अलग से सूचक बनाए जाते हैं और फिर पूरी श्रेणी के लिए सयुक्त रूप स सूचक बनाया जाता है। सयुक्त सूचक बनाने में भारित गुणोत्तर माध्य का उपयोग किया जाता है। ऋतुनिष्ठ घट-बढा को हटाने के लिए १२ महीने के गतिमान माध्य का उपयोग किया जाता है।

(२) औद्योगिक उत्पादन के सूचक

(क) औद्योगिक उत्पादन का अतरिम सूचक—औद्योगिक उत्पादन के शासकीय सूचकाकों का प्रकाशन वाणिज्य और उद्योग मत्रालय द्वारा प्रतिमास किया जाता है। यह सूचक भारत के चुने हुये उद्योगो के उत्पादन के मासिक आकडे (Monthly Statistics of Production of Selected Industries) में प्रकाशित सामग्री के आधार पर बनाया जाता है। उद्योगो का वर्गीकरण वही है जिसका अनुसरण निर्मित उद्योगो की गणना (Census of Manufacturing Industries) में किया जाता है।

सूचक के लिए चुने गए उद्योग और उद्योग-समूह एव भारो का बटन निम्न लिखित हैं

	उद्योग या समूह	भार		उद्योग या समूह	भार
१	कोयला	११ ९५	११	ऊन निर्मितियाँ	१ ३८
२	चीनी	३ ५४	१२	जूट	१६ ५३
३	रग और वार्निश	० ६१	१३	रसायन	३ १०
४	सीमट	० ६७	१४	अनयस्य धातुएँ (Non-Ferrous Metals)	२ १८
५	काँच	० ५५	१५	इस्पात	[illegible] १६
६	ऊष्मसह पदार्थ (Refractories)	० ४८	१६	साइकिल	० ११
७	स्तर काष्ठ (Plywood)	० १५	१७	सिलाई की मशीन	० ०२
८	कागज और दफ्ती	१ ४६	१८	बिजली के लैम्प	० ०४
९	दियासलाई	१ २१	१९	बिजली के पख	० ३५
१०	सूती वस्त्र	४३ ४९	२०	सामान्य और विद्युत इजीनीयरिंग	५ ०६
					१०० ००

सूचक का आधार-वर्ष १९४६ है।

लिए अलग-अलग सूचक बनाए जाते है। इनका सयुक्त करके तीन मुख्य समूहो के लिए सूचक बनाए जाते हैं। सामान्य सूचक इन तीन सूचको को सयुक्त करके बनाया जाता है।

(३) औद्योगिक लाभों के सचकाक

यह वित्त मत्रालय के अर्थ-विभाग द्वारा प्रकाशित किए जाते हैं। सूचक निम्नलिखित आठ उद्योगो पर उपलब्ध हैं

१	कपास	५	लोहा और इस्पात
२	जूट	६	कागज
३	सीमेंट	७	चीनी
४	चाय	८	कोयला

प्रत्येक समूह मे से विनियोगियो की वार्षिक पुस्तक (Investors Year Book) में दिये गये कुछ प्रमण्डल चुन लिये गये हैं। इन कम्पनियो के लाभ निश्चित कर लिए जाते है और १९२९=१०० के आधार पर सूचको की गणना कर ली जाती है।

७. राष्ट्रीय प्रतिदर्श सर्वेक्षण

(National Sample Survey)

आवश्यकता—अब तक हमने भारत में प्राप्य साख्यिकीय सामग्री के बारे में जो कुछ बताया है उससे एक बात स्पष्ट हो जाती है और वह यह कि इसमें कई ऐसे रिक्त स्थान है जिनका भरा जाना आवश्यक है। हमारे आर्थिक आँकडो की अपर्याप्तता और कमियो के आयोजन और नीति निर्धारण के मार्ग में गभीर बाधाएँ हैं। इस कमी को पूरा करने के लिए भारत सरकार के वित्त मत्रालय के अधीन १९५० में राष्ट्रीय प्रतिदर्श सर्वेक्षण (रा० प्र० स०—NSS) निदेशालय की स्थापना की। निदेशालय को भारत की सामाजिक और आर्थिक जीवन के विविध पहलुओ से सबधित आँकडो का सकलन करने का काम सौंपा गया है। रा० प्र० स० द्वारा चालित सर्वेक्षण का प्रारभिक सूत्र डा० ए० सी० बाउले और श्री डी० एच० रॉबर्टसन के प्रतिवेदन में मिलता है, जिन्होंने १९३४ में मुख्यत भारत की राष्ट्रीय आय का प्राक्कलन करने के लिये भारत के आर्थिक ससाधनो का सर्वेक्षण करने की सिफारिश की थी। जिस परियोजना के अन्तर्गत इस सर्वेक्षण का सचालन हो रहा है वह पूरी की पूरी प्रो० पी०सी० महलनवीस के द्वारा तैयार की गई है। सर्वेक्षण का सचालन रा०प्र०स० के द्वारा भारतीय साख्यकीय सस्था (Indian Statistical Institute) कलकत्ता की प्राविधिक सहायता से उसके अन्तर्गत हो रहा है। ६४४ गांवो का एक छोटा समूह

गोखले इन्स्टीटयूट ऑफ पॉलिटिक्स एंड इकॉनॉमिक्स, पूना, को सौंपा गया है। सर्वेक्षण की अभिकल्पना, संगृहीत सामग्री का परिनिरीक्षण और इसका विश्लेषण और विधायन (processing) भारतीय सांख्यिकीय संस्था, कलकत्ता, द्वारा किया जाता है।

विधि—सर्वेक्षण की अभिकल्पना समस्त रूप से देश के आर्थिक और सामाजिक जीवन के कई पहलुओं से संबंधित सूचना संग्रह करना है। भारत जैसे विशाल देश में विविध विषयों से संबंधित सामग्री का संग्रह गणना-विधि से करना संभव नहीं है। इसलिए यह निश्चित किया गया कि सर्वेक्षण का संचालन गाँवों के यदृच्छ प्रतिदर्श के आधार पर किया जाय। ये गाँव देश को कई स्तरों या क्षेत्रों में विभाजित करके उनसे यादृच्छ प्रतिदर्श लेकर चुने जाते हैं।

सर्वेक्षण की रीति है यह कि पूरे देश को २५० भौगोलिक स्तरों (strata) में बाँटा गया है। इन स्तरों से यादृच्छ प्रतिदर्श के आधार पर १००० गाँव चुने गए हैं। गाँवों को चुनने की विधि सर्वेक्षण के दौरान में बदली जा चुकी है। पहले तीन दौरों में गाँव प्रत्यक्ष रूप से स्तरों से चुने गए। अनुवर्ती दौरों में यह निश्चित किया गया कि प्रत्येक स्तर से यादृच्छ प्रतिदर्श विधि द्वारा दो तहसीलें चुन ली जाँय और फिर प्रत्येक तहसील से दो गाँव चुन लिये जायें। तत्पश्चात यादृच्छ प्रतिदर्श विधि से विस्तृत अनुसंधान करने के लिए परिवार (household) चुने गए। भूमि-उपयोग का सर्वेक्षण (land-utilization survey) करने के लिये खेतों का भी इसी विधि से चुनाव किया गया। सर्वेक्षण के तीसरे दौरे में नागरिक भागों में विस्तार करके इसके क्षेत्र का विस्तार कर दिया गया। आकार के अनुसार नगरों का स्तरित प्रतिदर्श लिया गया और ग्रामीण क्षेत्रों की भाँति परिवारों का चुनाव किया गया।

सामग्री संग्रह की कला में अनुसंधाताओं को प्रशिक्षित कर लिया गया। सूचना का संकलन गणनाकारों द्वारा सूचियों की सहायता से प्राथमिक सामग्री का संग्रह करने की विधि से किया गया। वे चुने गए परिवारों में जाते हैं और प्रत्यक्ष विधि द्वारा आवश्यक सूचना प्राप्त करते हैं। उन्हें आवश्यक विवरणों का निश्चयन करना होता है और उनके सही होने और प्रामाणिकता के लिए उनकी जाँच और पुनः जाँच करनी पड़ती है। भूमि-उपयोग सर्वेक्षण, फसल-प्राक्कलन (crop estimates) आदि के लिए गणनाकारों को अपने अनुमान देने होते हैं। चूँकि उन्हें सामग्री-संग्रह करने की रीतियों में प्रशिक्षित किया जाता है, इसलिए सही सूचना प्राप्त करने के बारे में उन पर विश्वास किया जा सकता है। यह भी आशा की जा सकती है कि वे कृषिगत क्षेत्र, सस्य की दशा आदि के बारे में सही और परिशुद्ध अनुमान लगायेंगे। अनुसंधाताओं के काम की जाँच और निरीक्षण निरीक्षण-कर्मचारी करते हैं। इस प्रकार विवरणों को जितना संभव हो उतना सही देने का पूरा प्रयत्न किया जाता है।

वर्ष-प्रति-वर्ष सामग्री सग्रह करने के लिए यह प्रस्ताव किया गया है कि सर्वेक्षण क्रमिक (successive) दौरो मे किया जाय। काल-श्रेणी के रूप में यह विस्तृत सूचना उपनति का अध्ययन और भविष्य के पूर्वानुमान करने में हमें समर्थ बनाएगा।

यह भी प्रस्ताव किया गया है कि तदर्थ प्रकृति के विशेष सर्वेक्षण किए जायँ। निदेशालय ने सबधित मत्रालयो के सहयोग में कई ऐसे सर्वेक्षण किये है।

सर्वेक्षण के दौर

(१) प्रथम दौर—अक्तूबर १९५० से मार्च १९५१ तक—सामान्य प्रतिवेदन सख्या १ (General Report No. 1 on the First Round, October 1950-March 1951)—यह प्रतिवेदन रा०प्र०स० द्वारा सचालित प्रथम दौर और उसके परिणामो का ब्योरा देता है। इसमें ९६ सारणियाँ है और यह सग्रह की रीति का वर्णन करता है एव सग्रहीत सामग्री की प्रकृति के बारे में बताता है। सग्रहीत सामग्री मुख्यत परिवारो के उपभोग और आय से सबधित है। प्रतिदर्श इकाई (परिवार) क्रमिक अवस्थाओ मे चुना गया था। पहले स्तरित यादृच्छ प्रतिचयन के *आधार पर १८३३ गाँव चुने गए थे। प्रत्येक स्तर (stratum) में गाँवो की सख्या* ३ से विभाज्य थी जिससे उन्हें २ १ के अनुपात में दो समूहो में बाँटा जा सके। इस प्रकार चुने गए १८३३ गाँवो में से पहले समूह में ११८९ और दूसरे में ६४४ गाँव थे। पहला समूह रा०प्र०स० को सौपा गया और दूसरा गोखले सस्था, पूना को। रा०प्र०स० और गोखले इन्स्टीटयूट ने अलग-अलग योजना लेखो(schedules) और कर्मचारियो द्वारा सर्वेक्षण किया और चुने गए परिवारो के आर्थिक एव जनांकिकीय(demographic)लक्षणो का विस्तृत अध्ययन किया। सामान्य प्रतिवेदन सख्या १ केवल रा०प्र० स० के सर्वेक्षण का ब्योरा देती है। इसके बाद, प्रत्येक गाँव में दो उपस्तर(sub-strata)—कृपीय और अकृपीय—बनाए गए और व्यावसायिक (occupational) सूचना का सग्रह करने के लिए ८० परिवारो को चुना गया। प्रत्येक कृपीय व अकृपीय उपस्तर मे से ८ परिवार चुने गए। परिवार सूचियो की सामान्य विशेषताओ का सकलन करने के लिए इन १६ परिवारो का अध्ययन किया गया। आठ कृपीय परिवारो में से २ और आठ अकृपीय परिवारो में से ३ का चुनाव घरेलू उद्योगों (household enterprises) की सूचियो का पूरा करने के लिये किया गया। शेष ६ कृपीय परिवारो में से १ और शेष ५ अकृपीय परिवारो में से २ का चुनाव उपभोक्ता-व्यय (consumer-expenditure) की सूची को पूरा करने के लिये किया गया।

सामान्य प्रतिवेदन (General Report) सख्या १ में निम्नलिखित सूचना दी हुई है —

(१) प्रति परिवार उपभोक्ता-व्यय,
(२) प्रत्येक उपभोग-पदार्थ के उपभोग का अर्घ,
(३) विभिन्न उपभोग-वस्तुओं पर व्यय,
(४) खाद्यान्नों, नमक और दूध का उपभोग,
(५) कृषीय फसल और पशु-उत्पादों का अर्घ,
(६) विभिन्न सेवाओं से कुल आय,
(७) खाद्यान्नों के अन्तर्गत क्षेत्र ।

(२) दूसरे दौर (अप्रैल-जून १९५१) में सर्वेक्षण ग्रामीण परिवारों के उपयोग और उपभोक्ता-व्यय के आधार पर उनके बन्टनों के अध्ययन तक सीमित रखा गया। उपभोग प्रवाहों के मुद्रीकरण (monetization of consumption flows) की मात्रा का ग्रामीण पूँजी निर्माण का, और परिवारों के प्रबन्ध में रहने वाली भूमि के आकार के अनुसार उनके बण्टन का अध्ययन करने के लिये भी सामग्री का संग्रह किया गया।

(३) तीसरे दौर (अगस्त-नवम्बर १९५१) में सर्वेक्षण में नागरिक क्षेत्रों को भी सम्मिलित किया गया और जो सूचना पिछले दौरों में एकत्रित की गई है इसमें भी की गई।

(४) चौथे दौर में नागरिक क्षेत्रों की अभिकल्पना (design) तो वही रखी गई, परन्तु ग्रामीण क्षेत्रों की अभिकल्पना में आमूल परिवर्तन किए गए।

(५) पाँचवें दौर में औद्योगिक उत्पादन का भी सर्वेक्षण किया गया।

(६) छठे दौर में, जो मई १९५३ में शुरू हुआ, क्षेत्र बहुत व्यापक कर दिया गया। इसमें जनांकिकीय, आर्थिक और सामाजिक विषयों से संबंधित कई प्रकार की व्यापक सूचना का संग्रह किया गया। इसके अन्तर्गत आने वाले कुछ विषय हैं : उपभोक्ता एवं अन्य पारिवारिक व्यय, स्ववश (possessions) जिसमें भूमि, तालाब, कृषीय उपकरण, पशु, कुक्कुटादि सम्मिलित हैं, पशुपालन, उर्वरता, जन्म, मृत्यु बीमारी, निर्माण-संस्थाएँ, छोटे पैमाने के उद्योग, घरेलू कौशल, परिवहन, व्यापार, व्यवसाय, सेवाएँ इत्यादि।

(७) सातवें दौर में पहले से संग्रह की जाने वाली सूचना को और गहन व विस्तृत बना दिया।

(८) आठवें दौर में मुख्यतः भूमि धारण (land holdings) पर जोर दिया गया।

(९) नवें दौर में बहुत अधिक विस्तृत सूचना का संग्रहण किया गया है। मुख्यतः सूचना वृत्ति (employment) के संबंध में संकलित की गई है। इसके अतिरिक्त,

साधारण सूचना में जो पहले दौरो में भी ली गई है, जैसे गृह-उपभोग-व्यय (household consumer expenditure), गृह-उत्पादन (household productive enterprises) मूल्य इस दौरे में संकलित की गई। नवें दौरे में जो मुख्य सूचना संग्रह की गई है वह उन गृह के छोटे तथा गृह-उद्योगो सचालन से संबधित है जिन्होने अपने जीवन निर्वाह का साधन "निर्माण" बताया है।

(१०) दसवें दौरे के अन्तर्गत किये गये सर्वेक्षण के क्षेत्र में कोई विशेष परिवर्तन नही किया गया है। मुख्य विशेषता केवल यह रही है कि फसल-कटाई अनुसधान द्वारा कृषि-उत्पादन के आँकडे सग्रह किये गये है। भूमि-उपयोगिता तथा वृति पर आँकडा-सग्रहण मे जोर दिया गया है। ग्राम-जीवन के हर अग का अध्ययन करने के लिये गाँव-सांख्यिकी प्रश्न (questions on village statistics) सामान्य परिवर्तन के साथ फिर पूँछे गये। ये प्रश्न विपण (marketing) सुविधाओ, परिवहन के साधनो तथा शासन के मुख्य स्थानो से दूरी, सडको की स्थिति, यातायात के साधन, स्थानीय मुख्य फसले, बोने की रीतियाँ, शिक्षा सबधी सुविधायें (स्तर, वित्तीय व्यवस्था तथा शिक्षको की सख्या), रोगियो को सुविधायें, विद्युत सुविधा, सिंचाई योजनायें, रहन-सहन का स्तर, श्रम की पर्याप्तता तथा उनका विभाजन पुरुष, स्त्री व बालक मे, श्रमिक स्तर आदि।

(११) ग्यारहवें दौरे मे उन बहुत से विषयो पर फिर सूचना सग्रह की गई थी जिनपर पिछले दौरो पर जोर दिया गया था जैसे वृति (ग्राम व नागरिक क्षेत्रो में), कृषि, ग्राम-सांख्यकी, आय व व्यय, ऋण तथा मूल्य। इस दौरे की कालावधि अगस्त १९५६ से जनवरी १९५७ तक रही। इस में मुख्यत नाप तौल के सबध मे नई सूचना सकलित की गई थी। यह सूचना नगरी क्षेत्रो तक ही सीमित थी और इसका मुख्य उद्देश्य नाप तौल में दशमलव व्यवस्था लागू करने के सबध मे आँकडो का सग्रह करना था। इस दौरे के अन्तर्गत ग्राम क्षेत्र में १८४८ गाँव तथा नगरी क्षेत्र मे ५५४ खड लिये गये थे। कृषि श्रम जाँच भी इस दौरे में विस्तार से की गई थी। यह जाँच पहले १९५०-५१ में श्रम मत्रालय द्वारा की गई थी और उसके छह वर्ष पश्चात अब रा० प्र० स० द्वारा की गई।

(१२) सर्वेक्षण के बारहवें दौरे में अधिकाशत उन्ही विषयो पर सूचना सकलित की गई थी जिन पर ग्यारहवें दौरे मे की गई थी। इस सर्वेक्षण की कालावधि फरवरी १९५७ से जुलाई १९५७ तक थी। इसमें भी १८४८ गाँवो का प्रतिदर्श लिया गया था। इस प्रकार ग्यारहवें व बारहवें सर्वेक्षण के एक वर्ष के काल में कुल ३६९६

गाँवों का सर्वेक्षण हुआ था। इसके अतिरिक्त, ६३३६ गाँवों में फसल कटाई तथा भूमि उपयोग सर्वेक्षण भी किया गया था, परन्तु फसल कटाई सर्वेक्षण असफल हुआ।

(१३) सितम्बर १९५७ से आरम्भ होकर मई १९५८ तक सर्वेक्षण का तेरहवाँ दौर रहा। इस दौर में पिछले दौर के अनुसार ही सूचना संकलित की गई। परन्तु इस दौर की मुख्य विशेषता यह थी कि इसमें राष्ट्रीय पुस्तक प्रन्यास (National Book Trust) की ओर से पढ़ने वालों के अभिमान (readers' preferences) का सर्वेक्षण हुआ। इस सर्वेक्षण में केवल पुस्तकों के सबंध में व्यक्तियों के अभिमान (कि वे किस माप, मूल्य, तथा विषय की पुस्तकें अधिक चाहते हैं) के आँकड़े सग्रह किये गये।

(१४) प्राप्त सूचना के अनुसार इस समय सर्वेक्षण का चौदहवाँ दौर चल रहा है। यह दौर २६ जून १९५८ से आरम्भ होकर एक वर्ष तक चलेगा। इसमें भी पिछले दौरों में सकलित सामग्री सग्रह की जा रही है। इसके अतिरिक्त इस दौर में कुछ महत्वपूर्ण विषयों पर भी सूचना सकलित की जा रही है। इस दौर में कार्यकर्ता तथा मध्य वर्ग के रहने के स्तर का सर्वेक्षण किया जा रहा है। इस सर्वेक्षण के अन्तर्गत मुख्यत परिवार बिठ्ठे तथा कार्य करने की परिस्थितियों से सबधित आँकड़े सग्रह किये जा रहे हैं। कार्य-परिस्थितियों के अन्तर्गत यह सूचना सग्रह हो रही है कि कार्यकर्ताओं को श्रम कानून का कितना ज्ञान है, वे किस प्रकार अवकाश लेते हैं, उनके गृहों में कितने कमरे हैं, परिवार के सदस्यों की क्या सख्या है, उनकी अपनी सपत्ति में रेडियो, साइकिल, आदि है या नहीं तथा उनके कार्यालयों में क्या क्या सुविधायें (जैसे नहाने, आराम करने, खाने पीने की) हैं। इसके साथ इस दौर की एक मुख्य विशेषता यह भी है कि इसमें एक प्रतिदर्श जनगणना भी की जा रही है। इसमें जन्म-मृत्यु, जन सख्या में वृद्धि तथा परिवार आयोजन पर आँकड़े सग्रह किये जा रहे है।

इस प्रकार हम देखते है कि जीवन के हर अग तथा सामाजिक, आर्थिक, वाणिज्य व उद्योगों से सबधित हर विषय पर आँकड़े इन सर्वेक्षणों द्वारा सग्रह किये जा रहे है। ये आँकड़े सरकार को आयोजन में विशेष सहायता देंगे।

तदर्थ सर्वेक्षण (Ad hoc Surveys)

रा प्र स ने सबधित मत्रालयों के सहयोग से विशिष्ट विषयों से सबधित विशेष सर्वेक्षण किए हैं। रा प्र स के द्वारा किए गए कुछ तदर्थ सर्वेक्षण निम्नलिखित है :—

(१) पुनर्वास मत्रालय की तथ्यसमिति (Fact Finding Committee, Ministry of Rehabilitation) के लिए पश्चिमी बगाल और बम्बई में विस्थापित व्यक्तियों का सर्वेक्षण।

(२) प्रेस आयोग, सूचना और प्रसार मन्त्रालय के लिए समाचार पत्र पढ़ने की आदत का सर्वेक्षण।

(३) कर जाँच आयोग, वित्त मन्त्रालय के लिए व्यय-स्तरों से पारिवारिक उपभोग का सर्वेक्षण।

(४) निर्माण, गृह तथा पूर्ति (works, housing and supply) मन्त्रालय के लिये गृह दशाओं का सर्वेक्षण।

(५) आयोजना आयोग के लिये कलकत्ता में वृत्तिहीनता का सर्वेक्षण।

(६) संयुक्त राष्ट्र और स्वास्थ्य मन्त्रालय के लिये मैसूर-जनसंख्या का अध्ययन।

रा० प्र० स० के कार्य का समालोचनात्मक अध्ययन—प्रारंभ से ही रा० प्र० स० निदेशालय ने प्रशंसनीय काम किया है। इन्होंने हमारे देश के ग्रामीण और नागरिक क्षेत्रों के निवासियों के आर्थिक, सामाजिक और जनांकिकीय लक्षणों से संबंधित अधिकांश महत्वपूर्ण विषयों पर पर्याप्त रूप से विश्वसनीय और प्रामाणिक सामग्री का संग्रह किया है। यदि हम इसमें आने वाली कठिनाइयों पर ध्यान दें तो यह कार्य और भी प्रशंसनीय हो जाता है। साक्षरता के निम्न स्तर, अज्ञान-जनित संदेह, सर्व-साधारण की उदासीनता आदि इनकी मुख्य कठिनाइयाँ थी। इन सब के होने हुए भी रा० प्र० स० ने अच्छा और उपयोगी काम किया है और यह आशा की जाती है कि अनुवर्ती दौरों में और भी अधिक अच्छे और विश्वसनीय एवं प्रामाणिक परिणाम प्राप्त होंगे। इस विषय में आई० एस० आई० व सी० एस० ओ० का सहयोग सराहनीय है।

८. राष्ट्रीय आय
(National Income)

किसी देश की राष्ट्रीय आय 'बिना दुहरी गणना किए किसी अवधि-विशेष में उत्पादित वस्तुओं और सेवाओं का अर्घ है'।

दुहरी गणना होने का कारण सामान्यतः अन्तस्थ (intermediate) वस्तुओं अर्थात् एक उत्पादक से दूसरे के पास जाने वाली वस्तुओं का होना होता है। इसलिए केवल 'अन्तिम' (final) वस्तुओं और सेवाओं की गणना करने की प्रथा है। यह किसी देश के निवासियों को एक वर्ष की अवधि में उपार्जित (accrued) वस्तुओं और सेवाओं के समस्त (aggregate) का मौद्रिक मापन है, जिसमें उनके वैयक्तिक या सामुदायिक धन (wealth) में होने वाली वास्तविक वृद्धि सम्मिलित है और वास्तविक कमी घटा दी गई है।[1] इस प्रकार यह अर्थ व्यवस्था को बनाने वाले

१ बाउर्ले-रॉबर्टसन कमेटी रिपोर्ट।

सब उत्पादक साधनो के स्वामियो द्वारा अर्जित आय का समस्त योग (sum total) है। प्राक्कलनो मे विविध प्रकार की सब वस्तुओ और सेवाओ की गणना की जाती है। इसमें मजदूरो की मजदूरी, पूँजी-उधारो और प्रतिभूतियो पर वास्तविक ब्याज वास्तविक लगान और अधिकार शुल्क, उद्यमो से लाभ सम्मिलित है। ये आयें अशत उपभोग-पदार्थों पर और अशत विनियोग पदार्थों पर खर्च की जा सकती है या बचाई जा सकती है। इसलिए राष्ट्रीय आय के एक प्रत्यय (concept) के अनुसार राष्ट्रीय आय एक वर्ष की अवधि में चालू मूल्यो पर उपभोग के लिये प्राप्य वस्तुओ और सेवाओ का वास्तविक अर्थ, घन पूँजी मे हुई वृद्धि जिसकी गणना वास्तव में दिए गए मूल्यो से होती है, ऋण सपत्ति का अवमूल्यन और विद्यमान पूँजी पदार्थों का अप्रचलन अधिदेय (allowance) है। इसमें चालू मूल्यो पर सगणित भडारो में हुई वास्तविक अभिवृद्धि जोड दी जाती है और उनमे से हुए वास्तविक आहरण (drawings) घटा दिये जाते है। निर्धारण मे राज्य और स्थानीय अधिकारियो द्वारा उत्पादित सेवाओ (जैसे रेलवे, डाक और तार, ट्रामवे आदि) का अर्थ भी सम्मिलित किया जाता है और उसकी सगणना (reckon) चालू प्रभारो (charges) के आधार पर की जाती है।

राष्ट्रीय आय के प्राक्कलन बहुत उपयोगी है। राष्ट्रीय आय के अको का विघटन (break up) किसी देश की अर्थव्यवस्था के विविध भागो (sectors) का और उनके सापेक्षिक महत्व का बोध देता है। विश्व के सब उन्नत देश अब राष्ट्रीय आय के प्राक्कलनो का सकलन करने लगे है। यदि ये प्राक्कलन कई वर्षों के लिय प्राप्य हो तो ये देश की अर्थव्यवस्था के परिवर्तन की दिशा और गति बताते है। य आय अर्जको के विविध वर्गों के आय और व्यय के विवरणो के बारे मे बताते है। य राज्य की कर और राजकोषीय नीति (taxation & fiscal policies) के आधार का काम करते हैं। विविध वर्गों के लोगो पर कर लगाने से पहले यह जानना आवश्यक है कि आय-अर्जको के विविध वर्गों में आय का वितरण किस प्रकार का है और उन पर किस ढग से कर लगाना अधिक अच्छा होगा जिससे आय और धन का अधिक अच्छा वितरण हो। इसके अतिरिक्त राष्ट्रीय आय के प्राक्कलन सरकार को अधिक परिशुद्धता से बजट बनाने में समर्थ बनाते है क्योकि इनसे विविध प्रत्यक्ष और परोक्ष करो द्वारा प्राप्य आगम (revenue) के अधिक अच्छे पूर्वानुमान किये जा सकते है। राष्ट्रीय आय के प्राक्कलन विविध आय-समूहो में जनसख्या के वितरण को बताते है। सरकार यह जान सकती है कि निर्दिष्ट आय प्राप्त करने के लिए लोगो पर कैसे कर लगाया जाना चाहिए। समरूपत राष्ट्रीय आय के प्राक्कलन परोक्ष करो से होने वाली आय का भी पूर्वानुमान कर सकते हैं क्योकि इनसे हम जान सकते है कि

विविध प्रकार की उपभोग-वस्तुओ पर किस प्रकार व्यय किया जाता है और उनपर किस प्रकार कर लगाए जाने चाहिए। अन्त म राष्ट्रीय आय के प्राक्कलनो से वित्त-प्रबन्धक और राजनीतिज्ञ देश की कर नीति का देश के उत्पादन और धन पर पडने वाला प्रभाव जान सकते है। राष्ट्रीय आय के प्राक्कलनो का सकलन और प्रकाशन कई देशो द्वारा होता है जिससे तुलनात्मक अध्ययन किया जा सकता है। इसलिए राष्ट्रीय आय के प्राक्कलनो की अत्यधिक उपयोगिता है।

भारत में राष्ट्रीय आय के पहले अनुमान

भारत की राष्ट्रीय आय के कई प्राक्कलन उपलब्ध है। य अब तुलनीय नही हैं और भारतीय अर्थ व्यवस्था म हुए परिवर्तनो के बारे में नही बता सकते। इसका सकलन अशत उत्पाद-उपगमन (product approach) से और अशत आय-उपगमन (income approach) से किया गया है। ये प्राक्कलन विभिन्न कालो मे, विभिन्न विधियो से विभिन्न मूल्य स्तरो पर राष्ट्रीय आय के विभिन्न प्रत्ययो के आधार पर किए गए है। इसके अतिरिक्त जहाँ तक क्षेत्र की बात है इनकी व्याप्ति भी एक सी नही है।

डा० वी० के० आर० वी० राव के द्वारा दिए गए प्राक्कलन सबसे प्रामाणिक माने जाते हैं। य प्राक्कलन भारत की राष्ट्रीय आय के प्राक्कलनो के क्षेत्र में सर्वाधिक महत्वपूर्ण देन हैं। इनका महत्व केवल परिशुद्धता के कारण ही नही है बल्कि विधि और प्रविधि (methodology & technique) की दृष्टि से भी है। डा० राव न प्राक्कलन किया था कि १९३१ ३२ में राष्ट्रीय आय १ ६८९ करोड रुपयाँ थी। इस प्राक्कलन में त्रुटि का सीमात कम या अधिक ६ प्रतिशत था। इस गणना के अनुसार प्रति व्यक्ति राष्ट्रीय आय ६५ रु० आती है। १९३१ ३२ के अंको के आधार पर डा० राव ने फिर १९४२-४३ की राष्ट्रीय आय का प्राक्कलन किया और यह ३ ४२३ करोड रुपया आया जिसके अनुसार प्रति व्यक्ति राष्ट्रीय आय ११४ रुपया आती है। डा० राव के प्राक्कलनो के बारे में यह बात अवलोक्य है कि यदि हम इन दो अवधियो में हुए मूल्य-स्तर के परिवर्तनो पर विचार करें तो इन दोनो म कोई अन्तर नही है। १९४२-४३ का मूल्य-स्तर १९३१-३२ के मूल्य-स्तर का लगभग दूना था। यहाँ यह भी उल्लेखनीय है कि राष्ट्रीय आय समिति (National Income Committee) के १९४८-४९ के प्रति-व्यक्ति राष्ट्रीय आय के प्राक्कलन (२२५ रु० प्रति व्यक्ति) भी मूल्य स्तरो के परिवर्तनो को ध्यान में रखते हुए लगभग डा० राव के प्राक्कलनो के बराबर हो जाते हैं। इससे हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि १९३१ ३२ से १९४८ ४९ की अवधि में कुल राष्ट्रीय आय में जो वृद्धि हुई वह बढ़ती हुई जनसख्या द्वारा विलीन हो गई।

डा० राव की विधि की उत्कृष्टता इस बात से सिद्ध होती है कि उनके प्राक्कलन कुछ सुधारों के साथ अभी तक लागू किए जा रहे हैं।

यहाँ भारत की राष्ट्रीय आय के विभिन्न अर्थशास्त्रियों द्वारा दिए गए प्राक्कलन देना असंगत न होगा

	लाभ	वर्ष	प्रति व्यक्ति राष्ट्रीय आय
१	दादा भाई नौरोजी	१८६७–६८	२०
२	बरिंग और बारबूर	१८८१	२७
३	डिगबी (Digby)	१८९८–९९	१८
४	लार्ड कर्जन	१८९७–९८	३०
५	वी० एन० शर्मा	१९११	५०
६	वकील और मुरांजन	१९१०–१४	५८ ५
७	वाडिया और जोशी	१९१३–१४	४४ ५
८	शाह और खम्बाता	१९२१	७४
९	फिंडले शिराज	१९२१	१०७
१०	वी० के० आर० वी० राव	१९३१–३२ १९४२–४३	६५ ११४

इन प्राक्कलनों की अवलोक्य विशेषता यह है कि विभिन्न अधिकारी विद्वानों के अंकों में बहुत बड़े विभेद हैं। यह और भी अधिक उल्लेख्य हो जाता है जब हम यह देखते हैं कि एक दूसरे से बहुत भिन्न प्राक्कलन लगभग एक ही अवधि के हैं। डिगबी और कर्जन के प्राक्कलन लगभग एक ही वर्ष के हैं परन्तु फिर भी उनमें बहुत विभेद है। यही आलोचना शाह और खम्बाता और फिंडले शिराज के प्राक्कलनों पर लागू होती है। यह सुस्पष्ट है कि इन अर्थशास्त्रियों की विधियाँ विभिन्न थीं। यह भी हो सकता है कि इन प्राक्कलनों की गणना विभिन्न उद्देश्यों को ध्यान में रख कर की गई हो।

राष्ट्रीय आय प्राक्कलन करने की विधियाँ

सैद्धान्तिक दृष्टिकोण से राष्ट्रीय आय का प्राक्कलन करने की तीन सुप्रसिद्ध विधियाँ हैं

(१) आय-गणना विधि (Census of Income Method)
(२) उत्पाद-गणना विधि (Census of Product Method)
(३) सामाजिक लेखाकन विधि (Social Accounting Method)

(१) आय-गणना विधि—इस विधि मे लोगो की आय का समूहन किया जाता है। आय का समूहन या तो उनमें आय-अर्जक (जैसे वेतन या मजूरी पाने वालो) के रूप मे किया जा सकता है या विविध उत्पादन के साधनो के स्व मियो (जैसे भूमि पति, पूंजीपति) के रूप में किया जा सकता है। राष्ट्रीय आय की गणना करने मे किसी सुनिश्चित अवधि में सब विविध वर्ग के आय-अर्जको की आय को जोड दिया जाता है।

इस विधि में कठिनाई यह है कि 'आय' को ठीक रूप से किस अर्थ में परिभाषित किया जाय। 'कुल आय' का अर्थ पर्याप्त रूप से स्पष्ट है परन्तु 'वास्तविक आय' क्या है इस विषय में बहुत मतभेद है और यह ठीक-ठीक और एक रूप से नही बताया जा सका है कि वास्तविक आय निकालने के लिए कुल आय में से किन व्ययो को घटा दिया जाना चाहिए। इस विधि मे दूसरी कठिनाई यह निश्चित करना है कि व्यक्तियो की आय सबधी सूचना प्रतिदर्श व्यवसाय अनुसधान करके प्राप्त की जाय या विस्तृत गणना अनुसधान द्वारा। ये अक कुछ उन्नत देशो तक में प्राप्य नही हैं। इसके लिए विस्तृत व्यावसायिक सर्वेक्षण करना और लोगो के आयकर सबधी लेखो की परीक्षा करना आवश्यक है।

(२) उत्पाद-गणना विधि—इस विधि में जिसे सूची गणना विधि (Inventory method) भी कहते है, किसी कालावधि विशेप में उत्पादित वस्तुओ और सेवाओ का मूल्याकन किया जाता है। इसमें उत्पादक उद्यमो की विविध शाखाओ—कृषि, उद्योग, खनन, परिवहन आदि—के वास्तविक अर्घों की गणना उत्पादन-स्थान पर की जाती है। इन वास्तविक अर्घों में आयात, गृहोत्पादो (home produced goods), वैयक्तिक सेवाओ, सीमा और उत्पादन-शुल्क मकान के वास्तविक अर्घ, विदेशो से वास्तविक आय इत्यादि जोड दिये जाते है और निर्यात, कच्चे और निर्मित पदार्थों के भडार (stocks), और अचल पूँजी को अविकल (intact) रखने में लगे पदार्थों का अर्घ घटा दिया जाता है। इस प्रकार राष्ट्रीय आय आर्थिक क्रियाओ की सब शाखाओ में किसी दी हुई कालावधि में उत्पादित पदार्थों और सेवाओ या परिवर्धित वास्तविक अर्घो के योग को बताती है।

पदार्थों और सेवाओ के राष्ट्रीय उत्पाद का मूल्याकन या तो बाजार-मूल्य पर किया जा सकता है या विविध साधनो द्वारा प्राप्त किये शोधनो (payments) के बराबर मूल्यो पर। पहली स्थिति में (बाजार मूल्य पर मूल्याकित) राष्ट्रीय आय को बाजार मूल्य पर राष्ट्रीय आय कहते है और दूसरी स्थिति में साधन-लागत (factor cost) पर राष्ट्रीय आय कहते है। जब राष्ट्रीय आय की गणना साधन-लागत पर की जाती है, उत्पादन के वास्तविक अर्घ की गणना की जाती है जिसमें से अप्रत्यक्ष

करो का अपवर्जन (exclusion) कर दिया जाता है परन्तु साहाय्यो (subsidies) का समावेश किया जाता है जिससे मूल्य उत्पादन के विविध साधनों के शोधनों के ठीक बराबर हो जायें। यह उत्पाद केवल देश के श्रम और पूँजी के ही कारण होना चाहिए। इस शर्त के कारण देश-देश में राष्ट्रीय आय की गणना करने में एकरूपता का अभाव है। देश का राष्ट्रिक (national) कौन है और उन स्थितियों में गणना कैसे की जाएगी जब किसी देश का राष्ट्रिक दूसरे देश में काम करता है और किसी तीसरे देश के निवासी का कर्मचारी है।

(३) सामाजिक लेखाकन विधि—इस विधि का विकास प्रो० रिचार्ड स्टोन ने किया है। इस विधि में विविध प्रकार के लेखाओ (account) और लेन देनो का वर्गीकरण किया जाता है। इस प्रकार अर्थव्यवस्था के लेन देनो (transactions) को मुख्य भागो में—जैसे उत्पादक उद्यम, वित्तीय मध्यस्थ, अन्तिम उपभोक्ता आदि में बाँट दिया जाता है। राष्ट्रीय आय के प्राक्कलन इन लेन देनो या लेखाओ का समूहन (aggregate) करके प्राप्त किये जाते हैं। इस विधि के लिये यह आवश्यक है कि लेखे सावधानी पूर्वक रखे जाँय। भारत जैसे देशो में जहाँ अधिकांश व्यक्ति लेखा नही रखते या अपूर्ण लेखा रखते है, इस विधि का क्षेत्र सीमित है।

उपर्युक्त तीन विधियो के अतिरिक्त एक चौथी विधि भी है जिसे *व्यय-गणना विधि* (Expenditure Method) कहते हैं। इस विधि में वास्तविक राष्ट्रीय व्यय की गणना की जाती है। राष्ट्रीय व्यय में अन्तिम-उपयोग-वस्तुओ पर किया गया व्यय, विनियोग और आसचयन सम्मिलित है। चूँकि व्यय विनियोग और आसचयन को सूक्ष्म रूप से परिभाषित नही किया जा सकता, इसलिए इस विधि का व्यावहारिक उपयोग सीमित है।

इन विभिन्न विधियो द्वारा दिये गए परिणाम समरूप होने चाहिएँ। मुख्य कठिनाई यह आती है कि वस्तुओ और सेवाओ के मूल्याकन, विभिन्न स्रोतो से आय, विविध लेखा-इकाइयो का वर्गीकरण और शब्दो के भावो की व्याख्या लोग विभिन्न ढगो से करते है। इसलिए सब उन्नत देशो में सामान्य प्रथा यह है कि राष्ट्रीय आय की गणना जितनी अधिक आज विधियो से हो सके की जाय और राष्ट्रीय आय के प्राक्कलनो को एक दूसरे से समायोजन कर लिये जायँ। यह भी प्रणाली है कि देश की अर्थ-व्यवस्था के विभिन्न भागो की राष्ट्रीय आय की गणना इनमें से उस भाग के लिये जो सबसे उपयुक्त विधि है उससे की जाय और तत्पश्चात् अन्तिम प्राक्कलन निकालने के लिये उनका समूहन कर लिया जाय।

भारत में विशेष समस्याएँ

राष्ट्रीय आय के प्राक्कलना की गणना करने में विशेष समस्याएँ उपस्थित होती है क्योंकि हमें अर्थ व्यवस्था के कई पक्षो पर विचार करना पडता है। भारत में ये समस्याएँ और भी अधिक कठिनाइयाँ उपस्थित करती हे। इनका कारण हमार आँकडा की स्थिति और भारतीय अर्थ व्यवस्था की प्रविशिष्टता है। भारत सरकार द्वारा १९४९ में नियुक्त की गई राष्ट्रीय आय समिति ने इन विशेष समस्याओ की ओर ध्यान आकर्षित किया है और यह दिखाया है कि भारत में राष्ट्रीय आय की गणना विशेष रूप से कठिन है। समिति और अन्य व्यक्तियो द्वारा गिनाई गई कठिनाइयाँ निम्नलिखित हैं

१. समुचित मूल्याकन की समस्या (The problem of proper evaluation)—भारत की राष्ट्रीय आय का प्राक्कलन करने में समिति के सामने मुख्य कठिनाई उत्पाद का समुचित मूल्याकन करने की आई। यह कठिनाई कई कारणो से उत्पन्न होती है। भारत में, विशेषत ग्रामीण क्षेत्रो में, वस्तु विनिमय (barter) प्रणाली अभी तक प्रचलित है। उपज का काफी बडा हिस्सा बाजार में बिकने के लिये नही आता। इसका उपभोग या तो उत्पादक स्वय कर लेते है या यह अन्य वस्तुओ से बदल लिया जाता है। अब तक कोई ऐसी समुचित विधि नही निकल पाई है जिससे ऐसी वस्तुओ का जो द्रव्य-विनिमय के अन्तर्गत नही आती है द्रव्य में मूल्याकन किया जा सके। इसलिए यह आवश्यक हो जाता है कि भारतीय अर्थ व्यवस्था को दो भागो में बाँटा जाय—वस्तु विनिमय या अमुद्रीकृत (non-monetized) अर्थ व्यवस्था और मुद्रीकृत अर्थ व्यवस्था, और इनकी आय का प्राक्कलन अलग-अलग किया जाय।

हमारी अर्थ व्यवस्था के मुद्रीकृत भागो तक में उत्पाद के समुचित अभिलेख नही रखे जाते हैं और उत्पादक को उत्पत्ति की राशि और अर्घ का ठीक बोध नही होता। प्रत्यक्षत आँकडा सग्रह करने के प्रयत्न कई कारणो से सतोषजनक नही हैं। सग्रह करने का मूल्य अत्यधिक होगा। फिर उत्पाद का मूल्याकन करने के लिये कुशलता और प्रविधिक ज्ञान की आवश्यकता पडती है। न तो उत्पादको में और न ही उपभोक्ताओ में समुचित लेखो को रखने का चलन है। इस स्थिति का मुख्य कारण जन साधारण का निरक्षर होना है। इसलिये उपज के कुल और वास्तविक अर्घ को सुनिश्चित करना सभव नही है। फलस्वरूप अर्घ का 'अभ्यारोपण' (imputation) करना पडता है और छोटे उत्पादको और गृह-उद्यमो के, जो भारतीय अर्थ व्यवस्था का काफी बडा भाग बनाते है, उत्पादो को निर्धारित करने में थोडा बहुत अनुमान लगाना आवश्यक हो जाता है।

२. आर्थिक कार्यों में विभिन्नता का अभाव (lack of differentiation in economic functions)—समिति के अनुसार भारत की राष्ट्रीय आय की गणना करने के मार्ग में यह भी एक मुख्य कठिनाई है। हमारी अर्थ व्यवस्था का एक महत्वपूर्ण भाग घरेलू उद्यम है जिनमें विभिन्न प्रकार के काम साथ किये जाते हैं। फलस्वरूप एक व्यक्ति एक ही समय में गाँवों में कृषक, बढ़ई, नाई आदि और जब गाँवों में काम नहीं रहता तब शहरों में नौकर, औद्योगिक मजदूर आदि होता है। इस प्रकार हमारी अर्थ व्यवस्था के बड़े भाग में लोग एक साथ कई उद्यम करते हैं और इनमें विभिन्नता करना सम्भव नहीं है।

३. पर्याप्त और परिशुद्ध सामग्री का अभाव—पहले खंडों में दिये गए विवरणों से यह स्पष्ट हो गया होगा कि भारत में प्राप्य आँकड़े बहुत अपर्याप्त और अपरिशुद्ध हैं। हमारी अर्थ व्यवस्था के बहुत बड़े भाग के लिये किसी प्रकार के भी आँकड़े प्राप्य नहीं हैं। प्राप्य सामग्री परिशुद्ध नहीं है। कृषि और सम्बंधित कार्यों के लिये मूल्यों और व्ययों के आँकड़े अपूर्ण हैं। निर्माणियों के बारे में केवल महत्वपूर्ण केन्द्रों के आँकड़े उपलब्ध हैं। राजकीय कार्यों से सम्बंधित सूचना को आर्थिक वर्गों के रूप में रखना कठिन है। १९४२ के औद्योगिक आँकड़ा अधिनियम और १९५३ के आँकड़ा संग्रह अधिनियम के बनने और सरकार द्वारा आँकड़ा संग्रह किये जाने के प्रयत्नों से पहले उत्पादन और उत्पाद सम्बंधी आँकड़े उपलब्ध नहीं थे। अभी भी आय, पूंजी-विनियोग, उपभोक्ताओं के व्यय, वासचयन, घरेलू और कुटीर उद्योगों आदि से सम्बंधित सामग्री प्राप्य नहीं है। जब तक इस स्थिति में सुधार नहीं होता, तब तक भारत की राष्ट्रीय आय के सतोषजनक प्राक्कलन नहीं मिल सकते। परन्तु, यह अवश्य कहा जा सकता है कि १९४८ के बाद इस दिशा में पर्याप्त प्रगति हुई है। भारत सरकार ने प्रत्येक मंत्रालय में सांख्यिकीय संगठन स्थापित किये हैं और सामग्री-संग्रह विश्लेषण और विधायन सम्बंधी प्रशिक्षा दी जा रही है। उत्तर प्रदेश सरकार राज्य-सांख्यिकीय सेवा आरम्भ करने के बारे में विचार कर रही है। अब उत्पादन और उत्पाद के आँकड़े, जिन पर राष्ट्रीय आय के प्राक्कलनों की गणना आधारित है, पहले से कहीं अच्छे रूप में प्राप्य हैं। परन्तु अभी भी बहुत सीमा तक सुधार किये जा सकते हैं।

४. लोगों की उदासीनता (indifference of the people)—लोग परिशुद्ध आँकड़ों के प्रति अभी सतर्क नहीं हुए हैं। सरकारी परियोजनाओं के प्रति वे न केवल उदासीन हैं बल्कि उनमें विरोध-भाव तक है। आँकड़ों का संग्रह करने में वे सहायता और सहयोग नहीं देते। फलस्वरूप जो भी सामग्री प्राप्य है वह प्रतिकूलतया प्रभावित है। इसका कारण शिक्षा का अभाव है। यह आशा है कि समयानुसार इस स्थिति में सुधार होगा।

इन कठिनाइयों के होने हुये भी राष्ट्रीय आय समिति ने राष्ट्रीय आय की गणना करने का काम लिया है और वे प्रतिवर्ष इन अंकों का प्रकाशन कर रहे हैं। परन्तु इनमें त्रुटि का सीमांत लगभग १०% (प्राक्कलित) है।

राष्ट्रीय आय समिति द्वारा स्वीकृत विधि

भारत सरकार ने अगस्त १९४९ में प्रो० पी० सी० महलनवीस की अध्यक्षता में राष्ट्रीय आय समिति (National Income Committee) नियुक्त की। समिति का काम राष्ट्रीय आय और तत्संबंधी प्राक्कलनों पर प्रतिवेदन तय्यार करना, प्राप्य सामग्री और अतिरिक्त आवश्यक सामग्री के संग्रह में सुधार करने के लिये उपायों को सुझाना और राष्ट्रीय आय में गवेषणा करने को प्रोत्साहित करने के लिए मार्गोपाय (ways and means) बताना था। समिति के प्राक्कलन 'शासकीय प्राक्कलन' (official estimates) कहे जाते हैं। प्रत्ययों (concepts) और सामग्री की दृष्टि से शासकीय प्राक्कलन सबसे अधिक संतोषजनक हैं।

समिति ने २५ वर्ष पहले अभिस्वीकृत डा० राव की विधि की स्थूल रूपरेखा (broad outline) का अनुसरण किया। उसने उत्पाद-गणना और आय-गणना विधि, दोनों, का उपयोग किया। यह देखा गया कि प्राप्य सामग्री ऐसी थी कि दोनों में किसी का भी पूर्णरूपेण उपयोग नहीं किया जा सकता था। राष्ट्रीय आय की गणना की दिशा में समिति का पहला पग १९४८-४९ की कुल श्रम शक्ति (working force) का प्राक्कलन करना और उसका व्यावसायिक वर्गीकरण करना था। व्यावसायिक वर्गीकरण अर्थ व्यवस्था के उद्योगानुसार वर्गीकरण पर आधारित था। उद्योगों में कृषि, सेवाएँ और आय-अर्जन के अन्य साधनों का समावेश था।

उत्पाद-गणना विधि का उपयोग निम्नलिखित स्रोतों से राष्ट्रीय आय की गणना करने तक सीमित रखा गया —

(१) पशुओं और वनस्पति का विदोहन (exploitation of animals and vegetation)—इसमें पशु-पालन मछली पकड़ना वन-उपयोग और शिकार करना सम्मिलित है —

(२) खनिजों का विदोहन (exploitation of minerals) और

(३) उद्योग

आय-गणना विधि का उपयोग व्यापार, परिवहन, व्यावसायिक और सरकारी कलाओं और सेवाओं से राष्ट्रीय आय की गणना करने में किया गया। कुछ स्थानों में, जैसे व्यावसायिक और सरकारी कलाओं में, उपभोक्ताओं के व्यय वाले अंकों का भी उपयोग किया गया।

इस प्रकार संग्रहीत अंकों में विदेशों से अर्जित आय के लिये समायोजन किए गए हैं।

बाउले-रॉबर्टसन समिति और राष्ट्रीय आय समिति की परियोजनाओ की तुलना

भारत की राष्ट्रीय आय नापने की इन दो परियोजनाओ में कोई मूल अन्तर नहीं है। दोनो समितियो ने उत्पाद-गणना विधि और आय गणना विधि दोनो का सहारा लिया। दोनो विधियो को स्वीकार करने की सिफारिश करते हुए दोनो समितियो का मत यह था कि पूरी भारतीय अर्थ व्यवस्था में केवल किसी एक विधि का उपयोग करना सभव नही था। किसी विधि का उपयोग करना सामग्री की प्राप्यता पर निर्भर करता है। उत्पाद-गणना विधि का उपयोग उत्पादक उद्यमो के लिए और आय-गणना विधि का उपयोग सेवाओ का उत्पादन करने वाले उद्यमो के लिए अभिस्वीकृत किया गया। बाउले-रॉबर्टसन समिति ने सिफारिश की थी कि परियोजना मुख्यत उत्पाद-गणना पर आधारित होनी चाहिए, परन्तु एक छोटे भाग के लिये, जो नगरी क्षेत्रो से सबधित है, व्यक्तियो की आय के अको पर भी आश्रित रहा जा सकता है। राष्ट्रीय आय समिति व्यवसाय-गणना विधि पर मुख्यत आश्रित रही।

जहाँ तक विस्तार के अन्तरो की बात है, इनमे मुख्य अन्तर यह है कि राष्ट्रीय आय समिति न पहले अर्थव्यवस्था के उद्योगानुसार वर्गीकरण के आधार पर जनसख्या का व्यावसायिक वर्गीकरण किया। बाउले-रॉबर्टसन समिति ने ऐसे किसी वर्गीकरण की सिफारिश नही की थी। इसके स्थान पर उन्होने ग्रामीण और नगरीय विशेषताओ के आधार पर जनसख्या के वर्गीकरण की सिफारिश की थी। यहाँ यह अवलोक्य है कि इन विशेषज्ञो का यह सुझाव बहुत महत्वपूर्ण है। इससे ग्रामीण और नगरीय जनसख्या की राष्ट्रीय आय के अलग-अलग प्राक्कलन प्राप्य होगे। राष्ट्रीय आय समिति ने पहले प्रत्येक व्यावसायिक वर्ग की वास्तविक आय को पृथक रूप से निर्धारित किया और फिर उनका समूहन करके राष्ट्रीय आय निकाली। बाउले-रॉबर्टसन समिति ने आयो का प्राक्कलन करने के लिये ग्रामीण और नगरीय क्षेत्रो के प्रगाढ सर्वेक्षण करने की सर्वत पूर्ण परियोजना की सिफारिश की थी। उन्होने इस बात की भी सिफारिश की थी कि शक्ति चालित निर्माणियो, खानो और कुछ अन्य उद्योगो की उत्पादन-गणना की जाय। उन्होंने एक अन्तरस्थ नगरीय जनगणना की सिफारिश भी की थी। बदली हुई परिस्थितियो के कारण राष्ट्रीय आय समिति न आय, जन एव उत्पादन-गणना के सर्वेक्षणो की सिफारिश करना आवश्यक नही समझा। भारत में ऐसे सर्वेक्षण पहले ही हो चुके थे और राष्ट्रीय आय समिति उनसे प्राप्य सामग्री पर निभर रही।

निम्नलिखित सारणी में भारतीय अर्थ व्यवस्था को भागो में बाँट कर दिखाया गया है। पहले प्रत्यक भाग के वास्तविक उत्पादन का प्राक्कलन लिया गया और फिर समूहन करके राष्ट्रीय आय निकाली गई है।

औद्योगिक स्रोतों से राष्ट्रीय आय

(वर्तमान मूल्य)

(अरब रु० में)

		१९४८–४९	१९४९–५०	१९५०–५१	१९५१–५२	१९५२–५३	१९५३–५४	१९५४–५५	१९५५–५६	१९५६–५७
	(१)	(२)	(३)	(४)	(५)	(६)	(७)	(८)	(९)	(१०)
	कृषि									
१	कृषि पशुपालन और तत्सबधी कार्य	४१ ६	४३ ८	४७ ८	४९ १	४७ १	५२ ०	४२ ३	४४ १	५५ ५
२	वन उद्योग	० ६	० ७	० ७	० ७	० ६	० ६	० ७	० ७	० ८
३	मछली-उद्योग	० ३	० ४	० ४	० ४	० ४	० ५	० ५	० ५	० ६
४	कृषि का योग	४२ ५	४४ ९	४८ ९	५० २	४८ १	५३·१	४३ ५	४५ ३	५६ ९
	खनन, निर्माण और हस्तशिल्प									
५	खनन	० ६	० ६	० ७	० ९	० ९	१ ०	० ९	१ ०	१ १
६	निर्माणियाँ	५ ५	५ ४	५ ५	६ ४	६ ४	६ ९	७ ५	७ ८	८ ९
७	छोटे उद्यम	८ ७	९ ०	९ १	९ ५	९ ७	९ ८	९ ६	९·०	[illegible] ७
८	खनन, निर्माण और हस्तशिल्प का योग	१४ ८	१५ ०	१५ ३	१६ ८	१७ ०	१७ ७	१८ ०	१८ ५	१९ ७

	वाणिज्य, परिवहन और सचार									
९	सचार (communications)	■ ३	० ३	० ४	० ४	० ४	० ४	० ४	० ५	■ ५
१०	रेलवे	१ ७	१ ८	१ ८	२ १	२ ०	२ ०	२ २	२ ५	२ ८
११	सगठित अधिकोषण और बीमा	० ५	० ६	० ७	० ८	० ७	० ८	० ८	० ९	१ ०
१२	अन्य वाणिज्य और परिवहन	१३ ५	१३ ९	१४ ०	१४ ६	१४ ■	१४ ८	१४ ७	१६ ९	१५ ०
१३	वाणिज्य परिवहन और सचार का योग	१६ ०	१६ ६	१६ ९	१७ ९	१७ ८	१८ ०	१८ १	१८ ८	१९ ३
	अन्य सेवाएँ									
१४	व्यवसाय और सरकारी कलाएँ	४ ३	४ ५	४ ७	५ ०	५ २	५ ३	५ ४	५ ६	५ ८
१५	सरकारी सेवाएँ	४ ०	४ १	४ ३	४ ५	४ ६	४ ९	५ २	५ ७	६ ०
१६	गृह सेवाएँ	१ २	१ २	१ ३	१ ४	१ ३	१ ४	१ ४	१ ४	१ ५
१७	गृह-सपत्ति	३ ९	४ ०	४ १	४ १	४ ३	४ ४	४ ५	४ ६	४ ८
१८	अन्य सेवाओ का योग	१३ ४	१३ ८	१४ ४	१५ ०	१५ ४	१६ ०	१६ ५	१७ ३	१८ १
१९	साधन लागत पर वास्तविक देशीय उत्पादन	८६ ७	९० ३	९५ ५	९९ ९	९८ ३	१०४ ८	९६ १	९९ ९	११४ ०
२०	विदेशो से अर्जित आय	—० २	—० २	—० २	—० २	—० १	—० ०	० ०	० ०	० १
२१	साधन लागत पर वास्तविक राष्ट्रीय उत्पत्ति (राष्ट्रीय आय)	८६ ५	९० १	९५ ३	९९ ७	९८ २	१०६ ८	९६ १	९९ ९	११४ १
२२	प्रति व्यक्ति आय (वर्तमान मूल्य)	२४६ ९	२५३ ९	२६५ २	२७४ ०	२६६ ४	२८० ७	२५४ २	२६० ८	२९६ ३

डा० राव की विधि और राष्ट्रीय आय समिति की विधि में अंतर

यह पहले ही बताया जा चुका है कि राष्ट्रीय आय समिति ने डा० राव की विधि की स्थूल रूपरेखा अभिस्वीकृत की थी। इन दोनो विधियो में राष्ट्रीय आय के प्राक्कलन उत्पाद-गणना विधि और आय-गणना विधि दोनो से किये गए हैं। परन्तु इनमें कुछ छोटे अन्तर भी हैं जो अज्ञात परिस्थितियो के बदल जाने के और अज्ञात मतान्तर के कारण हैं। डा० राव ने उद्योगो से आय का प्राक्कलन आय-गणना विधि से किया था जबकि समिति ने इसका प्राक्कलन उत्पाद-गणना विधि से किया है। इसका यह अर्थ नहीं कि डा० राव की विधि किसी भाँति समिति की विधि से असन्तोषजनक है क्योंकि जब डा० राव ने राष्ट्रीय आय की गणना की थी तब उत्पादन सबधी आँकडे प्राप्य नहीं थे। अब इन आँकडो का संग्रह करने के लिए देश में एक कहीं अच्छा संगठन है। इसलिए राष्ट्रीय आय समिति के लिये उत्पाद-गणना विधि का उपयोग करना संभव हो सका।

इन दो विधियो में एक और अन्तर भी है। कुल श्रम-शक्ति की गणना करने में डा० राव ने स्वतन्त्र श्रमिकों, आश्रित श्रमिकों और उप श्रमिकों (subsidiary workers) को सम्मिलित किया और उन्हें क्रमश १, १/४ और १/३ भार दिये। राष्ट्रीय आय समिति ने केवल स्वतंत्र और आश्रित श्रमिको का समावेश किया है। समिति का मत था कि डा० राव द्वारा दिये गए भार मनमाने है और उनका कोई समुचित आधार नहीं है। परन्तु इस विषय पर राष्ट्रीय आय समिति से सहमत होना भी कठिन है।

इन अन्तरों के अतिरिक्त कुछ साधारण भेद भी है। समिति के वर्गीकरण में 'कृषि' में 'पशुपालन' और 'तत्सबधी कार्य' का भी समावेश उप-समूह में किया गया है। परन्तु डा० राव ने 'कृषि' और 'पशुधन' को अलग वर्गों में रखा था। समिति ने 'खनन, निर्माण और हस्त शिल्प' को एक ही समूह के उपसमूहो में रखा है। डा० राव ने 'खनन' को एक वर्ग में रखा और इसका अर्थ निर्धारण उत्पाद-गणना विधि से किया, जब कि निर्माण और हस्तशिल्प से आय का निर्धारण आय-गणना विधि से किया। उत्पादन और उत्पाद सबधी पर्याप्त सामग्री के अभाव में डा० राव के लिये यह विधि अधिक सुविधाजनक थी। फिर, समिति द्वारा दिया गया वर्गीकरण और उप-वर्गीकरण डा० राव के वर्गीकरण से अधिक व्यापक है। ऐसा होना स्वाभाविक है क्योकि डा० राव का कार्य एक विशेषज्ञ का कार्य है जबकि दूसरा, सरकार द्वारा सहायता प्राप्त विशेषज्ञो की एक समिति का कार्य है।

सुधार के लिये कुछ सुझाव

राष्ट्रीय आय समिति ने राष्ट्रीय आय का अनुमान लगाने के अतिरिक्त उन आकडो में जिनके आधार पर राष्ट्रीय आय का अनुमान लगाया जाता है कुछ

सुधार के सुझाव दिये हैं। आँकड़ों के सुधार के लिये निम्न लिखित मुख्य सुझाव दिये गये हैं —

(१) कृषि के क्षेत्र में एक प्रतिवेदन अभिकर्ता अप्रतिवेदन स्थानों में नियुक्त किया जाना चाहिये और वर्तमान क्षेत्र प्रतिवेदनों का इस प्रकार प्रबन्ध करना चाहिये कि लगभग १/५ गाँव में प्रतिवर्ष प्राथमिक प्रतिवेदन हो सके।

(२) श्रमिक तथा भृति के आँकड़ों के श्रम कार्यालय द्वारा पूर्ण रूप से एकत्रित किये जाने चाहिये और इन आँकड़ों का संकलन कुछ ऐसे विशेष क्षेत्रों में भी होना चाहिये जिनमें यह आँकड़े अभी नहीं एकत्रित किये जाते हैं।

(३) केन्द्रीय सरकार को बिक्री कर से सम्बन्धित आँकड़ों के प्रतिवेदनों में एकरूपता लानी चाहिए।

(४) कृषि, पशुपालन, व्यापार, यातायात, लघु उपक्रम, आदि से सम्बन्धित अध्ययन अनुसंधान संस्थाओं व केन्द्रीय सरकार द्वारा किया जाना चाहिये।

(५) भारत सरकार के राष्ट्रीय आय विभाग को एक वार्षिक पत्र उसी प्रकार निकालना चाहिये जैसा कि राष्ट्रीय आय पर श्वेत पत्र संयुक्त राज्य द्वारा प्रकाशित किया जाता है।

(६) राष्ट्रीय आय पर एक आन्तरिम सलाहकार समिति बनानी चाहिये जो राष्ट्रीय आय पर वर्तमान कार्य की समीक्षा करे तथा सरकार को राष्ट्रीय आय से सम्बन्धित कार्यों पर सलाह दे।

भारत में प्राप्य सांख्यिकीय सामग्री में सुधार करने के बारे में राष्ट्रीय आय। समिति ने कुछ और सुझाव दिए हैं जो निम्नलिखित हैं —

१ क्षेत्रानुसार सामग्री संग्रह के स्थान पर पूर्णतः व्यापक रूप से सामग्री संग्रह करने की सिफारिश की गई है। सामग्री का वार्षिक या पंचवार्षिक संग्रह विस्तृत या आंशिक गणना द्वारा किया जाना चाहिए।

२ प्रतिवेदन अभिकरण (reporting agency) भू-राजस्व प्रशासन से सम्बधित होनी चाहिए और इसे ऐसे क्षेत्रों का सर्वेक्षण करना चाहिए जो सूचना नहीं भेजते। ये क्षेत्र पुराने भारतीय राज्य हैं।

३ फसल की उपज का प्राक्कलन कटाई के प्रयोगों द्वारा और उद्यान-फसल का प्राक्कलन विशेष अध्ययनों द्वारा किया जाना चाहिए।

४ कृषि-मूल्यों का संग्रह सुव्यवस्थित और जल्दी होना चाहिए और इस दृष्टि से ग्रामीण मूल्यों या उत्पादकों के मूल्यों के स्थान पर कुछ प्रकार के बाजारों में व्यापारियों के मूल्यों का संग्रह किया जाना चाहिए।

५ आय और उत्पाद के पूर्ण प्राक्कलन बनाए जाने चाहिए जिससे एक दूसरे से स्वतंत्र दुहरे अंक मिल सकें। आजकल राष्ट्रीय आय के अंक मुख्यत उत्पाद प्राक्कलन हैं जिनमें रिक्त स्थान आय प्राक्कलनो से भरे गए हैं।

६ विविध वर्गों के आय-अजकों के मजूरी और वेतन आंकडे साथ आने चाहिए। इनमें कमचारी क्षतिपूर्ति के सब सघटको (constituents) जैसे भविष्य निधि (provident fund), निवृत्तिवेतन (pension) और सामाजिक सुरक्षा-अशदान का समावेश किया जाना चाहिए। फार्म-मजूरो, घरेलू नौकरो आदि का मिलने वाले प्रतिफलों को निश्चित करने के लिये सर्वेक्षण किए जाने चाहिए। यह सिफारिश व्यवसायो के वतमान असतोषजनक वर्गीकरण में सुधार करने के लिये है क्योकि राष्ट्रीय आय का प्राक्कलन करने में इनपर बहुत निभर रहना पडता है।

७ निजी आय, मकानो के किराए और सपत्ति सबधी सामग्री सुनिश्चित करने के लिए विशेष सर्वेक्षण किए जाने चाहिए।

८ आय कर सबधी सामग्री में सुधार किये जाने चाहिए।

९ राष्ट्रीय आय समिति और राष्ट्रीय प्रतिदर्श सर्वेक्षण में समन्वय (coordination) होना चाहिए। राष्ट्रीय प्रतिदर्श सर्वेक्षण में उपभोक्ता व्यय और ग्रामीण क्षेत्रो में पूँजी निर्माण सबधी सामग्री का सग्रह करना चाहिए। इसे राष्ट्रीय आय समिति द्वारा मागी गई साख्यिकीय सामग्री का विश्लेषण और विधायन भी करना चाहिए। इसके लिए राष्ट्रीय प्रतिदर्श सर्वेक्षण को सुदृढ करना आवश्यक होगा। अतएव एक उच्चाधिकार समिति बनाई जाय जिसमें आयोजना आयोग (Planning Commission) के अनुसधान कार्यक्रम समिति (Research Programme Committee) और भारतीय साख्यिकीय सस्था (Indian Statistical Instutute) तथा विश्वविद्यालयों के प्रतिनिधि हो। इस समिति के प्रतिवेदनों के आधार पर आयोजना आयोग राष्ट्रीय आय इकाई (National Income Unit) कार्यों की दिशाओं में परिवतन निर्धारित करे। इसके फलस्वरूप राष्ट्रीय आय समिति के लिए राष्ट्रीय आय सामग्री की व्याप्ति और प्रकार में सुधार करना सभव हो जायगा। इस सबध में यह भी आवश्यक है कि राष्ट्रीय आय इकाई केन्द्रीय साख्यिकीय सगठन के स्थायी विभाग के रूप में काम करे।

भारत सरकार ने इन सुझावों पर ध्यान दिया है और उनका पालन करने का भी प्रयत्न किया है। इन सुझावों के परिणाम स्वरूप तथा खाद्य व कृषि मत्रालय के प्रयत्नो से कुल प्रतिवेदन क्षेत्र अब ७२०० लाख एकड हो गया है। अधिकाश राज्य सरकारो ने विपणो का वर्गीकरण मूल्य आकडा को सकलित करने वाली समिति के

सुझावों के अनुसार किया है। आकडो के सकलन के लिये विपत्रो को सबधित मत्रालयो में भेज दिया गया है। यह आशा की जाती है कि उपर्युक्त सुझावों व सरकार के प्रय नो के फलस्वरूप प्राप्य राष्ट्रीय आय सामग्री में आवश्यक सुधार होंगे।

भारतीय आँकड़ों की सामान्य आलोचना

पिछले पृष्ठो मे हमने भारत में प्राप्य कुछ सर्वाधिक महत्वपूर्ण आँकडो की व्याप्ति और क्षेत्र का विवेचन किया है। इस विस्तृत अध्ययन के साथ-साथ उनके दोषो और कमियो का भी उल्लेख किया गया है। आगामी पृष्ठो में भारतीय आंकडो की सामान्य समालोचना की जायगी।

(१) भारतीय आँकडो के विरुद्ध मुख्य आरोप यह है कि वे अपर्याप्त (inadequate) है। इस सबध में हम भारतीय आर्थिक जाँच समिति, १९२५ के कथन का उल्लेख कर सकते हैं, जिसमें उन्होंने भारतीय आंकडो की अपर्याप्तता की ओर ध्यान आकर्षित किया है। समिति का कहना है कि

"यह निर्धारित करने के लिये कि प्राप्य सांख्यिकीय सामग्री अर्थशास्त्र के दृष्टिकोण के किन अर्थों में अपूर्ण है, इस विषय का अध्ययन निम्नलिखित तीन मुख्य वर्गो में किया जा सकता है —

(१) सामान्य आँकडे—जिसमे उत्पादन आँकडे सम्मिलित नही हैं—जो वित्त, जनसंख्या, व्यापार, परिवहन और सचार, शिक्षा, प्रशासन और जीवन आंकडो का समावेश है।

(२) उत्पादन-आँकडे—जिसमें कृषि, चरागाह, दुग्ध सबधी, वन, मछली-उद्योग, खनिज, बडे पैमाने के उद्योग, कुटीर और छोटे पैमाने के उद्योग सम्मिलित है।

(३) आय, धन आदि के प्राक्कलन—आय, धन, निर्वाह-व्यय, ऋणिता, मजूरी और मूल्य।

वर्ग (१) के अन्तर्गत आने वाले आँकडे न्यूनाधिक पूर्ण है, वर्ग (२) के अन्तर्गत आने वाले कुछ आंकडे सतोषजनक हैं परन्तु अपूर्ण है और कुछ पूर्णत अप्राप्य है। परन्तु जहाँ तक वर्ग (३) के आँकडो की बात है ब्रिटिश भारत में व्यापक पैमाने पर इनसे सबधित आवश्यक सामग्री सग्रह करने का कोई सतोषजनक प्रयत्न नही किया गया"।

समिति का यह कथन सुस्पष्ट रूप से बताता है कि इस शताब्दी के दूसरे दशक में सतोषजनक सांख्यिकीय सामग्री प्राप्य नही थी। इसका मुख्य कारण ब्रिटिश सरकार

का सामग्री-सग्रहण में कोई दिलचस्पी न होना था । जो भी दिलचस्पी ली जाती थी वह पूर्णत प्रशासकीय दृष्टिकोण से थी। इस सबध में डा० बाउले और श्री रॉबर्टसन का कथन उल्लेखनीय है (यह भारत में एक आर्थिक गणना की योजना (A Scheme for an Economic Census of India) १९३४ में दिया गया है)

'भारत मे आँकडो का उद्भव प्रशासकीय कार्यों जैसे भू-राजस्व-सग्रह, या आपाता (जैसे अकाल) से सबधित सूचना की आवश्यकता के सह-उत्पादन के रूप मे हुआ है। केवल जन-गणना और कुछ मात्रा तक विदेशी व्यापार के क्षेत्रो में ऐसे सगठन है जिनका मुख्य कार्य सूचना सग्रह है। फलस्वरूप आँकडे असमन्वित है और अलग-अलग विभागो द्वारा विविध रूपो में प्रकाशित किए जाते हैं । यद्यपि कुछ भागो में सावधानी पूर्वक काम किया जा रहा है और सूचना के क्षेत्र और परिशुद्धता में सुधार करने के लिये दृढ निश्चय (determined) प्रयत्न किये जा रहे हैं, अन्य में आकडे अनावश्यक रूप से प्रसृत (diffuse), गभीर रूप से असमार्थ, अपूर्ण और भ्रामक है । महत्वपूर्ण क्षेत्रो के बारे में सामान्य सूचना पूर्णत अविद्यमान हैं। एकमात्र समन्वित सामान्य प्रकाशन साख्यिकीय सारांश (Statistical Abstract) है जिसमें कुछ महत्वपूर्ण आँकडे नही दिये रहते और उन्हें अन्य स्थानो में ढूँढना पडता है । स्थिति की पुकार है कि एक विशेषज्ञ साख्यिक के नियत्रण में आवश्यक परिवर्तन किये जायें ।'

ऐसा प्रतीत होता है कि १९२५ और १९३४ के बीच में आँकडो के सग्रहण में कोई प्रगति नही हुई । दूसरे विश्वयुद्ध की कालावधि में भारत सरकार ने इस बात का अनुभव किया कि प्राप्य साख्यिकीय सामग्री बहुत अपर्याप्त है और इसलिए युद्ध सचालन में बाधायें आ रही हैं । इस कठिनाई का सामना करने के लिये उन्होने सामग्री-सग्रह की कई परियोजनाएँ प्रारभ की । उनका मुख्य ध्यान कृषि और उद्योगो की ओर गया । भारत सरकार द्वारा १९४९ में नियुक्त राष्ट्रीय आय समिति ने भी सामग्री के अभाव की शिकायत की । फलस्वरूप, हम पाते है कि इस दिशा में हाल मे बहुत प्रगति हुई है । भारत की राष्ट्रीय सरकार ने इस विषय मे बहुत दिलचस्पी ली। वे जानते थे कि बिना तथ्याको के पूर्ण ज्ञान के आयोजन सफल नहीं हो सकता । भारत सरकार ने १९५३ में आँकडा सग्रह अधिनियम बनाया और विविध मत्रालयो से सबद्ध साख्यिकीय विभाग खोले हैं । भारत सरकार के प्रत्यक्ष पर्यवेक्षण (supervision) में आने वाला केन्द्रीय साख्यिकीय सगठन और अन्य सस्थाएँ प्रशसनीय कार्य कर रहे हैं । राष्ट्रीय प्रतिदर्श सर्वेक्षण भारतीय अर्थ व्यवस्था के विविध क्षेत्रो से सबधित सामग्री लगातार प्रकाशित कर रहा है । आज हम देखते है कि आँकडो के सबध मे हम बहुत उन्नत हो गए है। इधर-उधर कुछ रिक्तियाँ अभी शेष है परन्तु कुछ समय

बाद हमारे पास ऐसी सांख्यिकीय सामग्री हो जाएगी जो अन्य उन्नत देशों की सामग्री के बराबर होगी।

(२) भारत में प्राप्य सांख्यिकीय सामग्री परस्पर विरोधी (inconsistent) है। ऐसा होना आश्चर्यजनक नहीं है। भारत अभी-अभी दूसरे विश्व-युद्ध और विभाजन के धक्कों से सम्भला है। देशी राज्यों का एकीकरण अभी हाल में हुआ है। अभी तक पूर्ण सामान्य दशा नहीं है। भारत सरकार राज्य सरकारों के मार्गदर्शन के लिये एक रूप परिभाषाओं, नियमों और रीतियों आदि को निर्धारित कर रही है। स्थिति में सुधार होने के साथ भारतीय आँकड़ों की परस्पर विरोधिता निश्चय ही दूर हो जाएगी।

(३) भारतीय आँकड़ों की व्याप्ति (coverage) बहुत कम है। स्वाधीनता से पहले केवल अंग्रेजी भारत के बारे में आँकड़े उपलब्ध थे। देशी राज्यों के बारे में कोई जानकारी नहीं मिलती थी। कुछ देशी राज्य आँकड़ा-संग्रह करते थे, परन्तु उनकी संग्रह-व्यवस्था अकुशल एवं प्रबन्ध और विधि अविश्वसनीय थी। विलयन और राज्यों के पुनर्गठन के बाद भारतीय आँकड़ों का यह दोष धीरे-धीरे दूर हो रहा है और उनकी व्याप्ति एवं क्षेत्र बढ़ रहा है।

(४) एक अन्य महत्वपूर्ण दोष यह है कि भारतीय आँकड़े अशुद्ध (inaccurate) हैं। अशुद्धता के कई कारण हैं। पूर्व-वर्णित कई आँकड़ों के बारे में हमने देखा है कि प्राथमिक प्रतिवेदन अभिकरणों को पर्याप्त प्रतिफल नहीं मिलता, वे प्रशिक्षित नहीं हैं और उन्हें कई अन्य प्रकार के काम करने पड़ते हैं। फलस्वरूप सामग्री अशुद्ध होती ही। हाल ही में सरकार द्वारा सामग्री-संग्रह के अलग कर्मचारियों की नियुक्ति किए जाने और उनकी प्रशिक्षा का प्रबन्ध करने के बाद यह आशा की जाने लगी है कि बहुत समय से लगाया जाने वाला यह आरोप अब सही नहीं रहेगा।

(५) भारतीय आँकड़े असमन्वित (uncoordinated) हैं। अभी तक प्रायः देखा जाता है कि एक ही विषय से सम्बन्धित सामग्री का संकलन विविध अभिकरणों द्वारा किया जाता है और उनमें कोई समन्वय नहीं रहता। इसके कारण सामग्री संग्रह दुहरी बार होता है। भारत सरकार ने विविध स्रोतों से उद्भूत सांख्यिकीय सामग्री का समन्वय करने की एक परियोजना बनाई है। यह परियोजना केन्द्रीय मंत्रालयों और राज्य सरकारों के सांख्यिकीय विभागों के साथ बनाई गई है। इस उद्देश्य से केन्द्रीय सांख्यिकीय संगठन की भी स्थापना की गई है।

(६) भारत में प्राप्य सांख्यिकीय सामग्री का समुचित विश्लेषण और विधायन (analysis and processing) नहीं होता। भारतीय आँकड़ों के विरुद्ध एक

गंभीर आरोप यह है कि उनका सकलन प्रशासकीय उद्देश्यो से होता है और इसलिए उनका विश्लेषण इस प्रकार किया जाता है जिससे केवल वे ही निष्कर्ष निकाले जा सकें जो प्रशासकीय दृष्टिकोण को सही सिद्ध करें और उसका प्रचार करें। आर्थिक सिद्धान्तो और विचारो की बहुधा उपेक्षा की जाती है।

(७) भारतीय आँकडे स्वय-व्याख्यात (self-explanatory) नहीं होते। कई स्थानों में उनका क्षेत्र और सार्थकता मालूम नही रहती। कई वर्ष पहले भारत सरकार ने 'वर्तमान सरकारी साख्यकी प्रदर्शक' (A Guide to Current Official Statistics) प्रकाशित किया था। उत्तर प्रदेश सरकार ने भी समरूप प्रदर्शक' (guide) प्रकाशित किए थे। अन्य राज्य सरकारो ने इनका प्रकाशन नहीं किया। भारत सरकार और उत्तर प्रदेश सरकार का यह प्रकाशन अब गत-काल (out of date) हो गया है। अब प्राप्य आँकडे भी पूर्णत बदल गए हैं और इस दिशा में हाल में बहुत प्रगति हुई है। इन 'प्रदर्शको' का दुहराया नही गया है। फलस्वरूप आजकल एक स्थान पर भारतीय आँकडो के क्षेत्र और व्याप्ति पर प्रकाश डालने वाला कोई प्रामाणिक वर्णन नही है। हाल ही में केन्द्रीय साख्यिकीय सस्था ने एक 'वर्तमान सरकारी साख्यिकीय की कुजी' (A Key to Current Official Statistics) प्रकाशित की है। इसमें भारत में प्राप्य साख्यिकीय सामग्री का वर्णन बहुत ही सक्षेप में किया गया है।

(८) सर्वसाधारण को आँकडे प्राप्त करने में बहुधा अत्यधिक विलम्ब (delay) होता है। कभी-कभी इनका प्रकाशन इतनी देर मे होता है कि इनका कोई उपयोग नही रह जाता। आँकडो का महत्व इस बात म है कि वे भविष्य के लिये उपनति का अध्ययन करने में समर्थ बनाते है। कुछ विलब तो समझा जा सकता है क्योकि सग्रह में थोडा बहुत विलम्ब हो सकता है, परन्तु कभी-कभी कल्कात्मक विलम्ब होता है। पहले इस विलम्ब का मुख्य कारण यह था कि आँकडा-सग्रह का कार्य अन्य कामो में व्यस्त कर्मचारियो को सौंपा जाता था। फिर, अखिल भारत सबधी सामग्री का सकलन और प्रकाशन कुछ समय तो लेगा ही। अब सरकार ने केन्द्र व्यवस्था म कुछ विकेन्द्रीकरण किया है और राज्य-सरकार राज्य-सबधी आँकडो का सकलन और प्रकाशन स्वय करती हैं। इसलिए सर्वसाधारण को ठीक समय में सामग्री प्राप्य कराना असभव नहीं होना चाहिए।

यह भारतीय आँकडो की सामान्य कमियों का सक्षिप्त विवरण है। हमारा कथन यह नहीं है कि भारतीय आँकडे मात्रिक और गुणात्मक रूप मे निकृष्ट है। हाल में हुई प्रगति को देखते हुए हमें केन्द्रीय और राज्य सगठनो की प्रशसा करनी ही

पड़ेगी। अभी और सुधार किये जा सकते हैं और यह देखकर संतोष होता है कि भारत सरकार इसके प्रति सजग है।

QUESTIONS

1 Give a short account of procedure followed in taking the decennial population census of India State also the main difficulties which have to be overcome during the census taking
(B Com, *Madras*)

2 What statistical data are available in the census reports of India ? What assistance can a social worker get from such data ?
(M S W, *Lucknow*)

3 What changes were made in the procedure of collecting population statistics at the time of the census of 1941 and 1951 ? What suggestion can you make for future ?
(B Com, *Lucknow* and *I A S*)

4 Write a brief critical note on the 1951 census of population
(B Com, *Allahabad*)

5 Discuss the possible value of Census Reports to producers, manufacturers and businessmen How can the Indian census reports be made more useful to the people ?
(B Com, *Nagpur*)

6 Write a critical account of the statistics of "Economic Characteristics" collected in the 1951 census of population in India
(M Com, *Allahabad*)

7 What is the agency and method of collecting statistics of agricultural output in India ? What improvements would you suggest to make them more reliable and useful ?
(M S W, *Lucknow*)

8 How can the method of "random sampling" be used for estimating correctly the yield of wheat in the U P ?
(M A, *Agra*)

9 How are crop forecasts prepared in India ? Discuss the need for improving the accuracy of these forecasts
(M A, *Agra*)

10 Define a normal yield and describe the official method of determining it What do you consider to be the defects of the method and how would you remove them ?
(M A, *Rajasthan*)

11 How is the decennial population census organised in India ? Enumerate the items usually included in the census

An agricultural census is proposed to be made in 1951 with the object of obtaining information on the following —

(a) Holdings—their number, size, nature of tenure, etc ,

(b) number and characteristics of persons engaged in agriculture,

(c) area under crops, volume of production, and

(d) number of livestock and agricultural implements

To what extent do you consider it feasible and advantageous to integrate the two censuses ? (*I A S*)

12 Describe the methods current in India of collecting agricultural statistics of area and yield and express your opinion about the relative merits of each of the methods employed (*I A S*)

13 Describe the official method of collecing statistics of acreage under crops in (a) temporarily settled, (b) permanently settled, and (c) unsurveyed parts of India To what extent do you consider these statistics to be reliable ? Suggest ways of improving their accuracy (*I A S*)

14 What do you understand by the term "Indian Agricultural Statistics" ? Outline their shortcomings and give concrete suggestions to remedy them (M A , *Rajasthan*)

15 How will you construct an index number of prices that will exhibit with great sensitiveness movement in the general price level ? Examine from this point of view the (Indian) Economic Adviser's Index Number of Wholesale Prices (*I A S*)

16 Examine critically the method adopted by the Economic Adviser to the Government of India for estimating the changes in general level of prices and suggest improvements (M A , *Agra*)

17 Describe any Index Number in use in India at present for measuring changes in the wholesale price level and point out its shortcomings (M A , *Calcutta*)

18 Discuss briefly the statistical material available in India with regard to any two of the following —

(a) Acreage and yield of crops,

(b) Imports,

(c) Inland Trade,

(d) Labour,

(e) Land foreign trade

(B Com Hons , *Travancore*)

19 State the principal sources of statistics relating to the inland trade of India and discuss their reliability

(B Com , *Madras*)

20 Give a short account of some of the official publications relating to import and export statistics of India (M A, *Calcutta*)

21 Explain the main defects of the statistics of wages in India How can these defects be removed ? (M Com, *Agra*)

22 Point out the defects of the statistics of Industrial Production available in India Suggest ways to improve them (M Com *Allahabad*)

23 Write a lucid note on the nature and scope of Industrial statistics in India (B Com *Allahabad*)

24 Write a note on the National Sample Surveys which have been conducted in this country for some time past (M Com, *Allahabad*)

25 What is meant by the National Income of India ? What material is available to estimate the National Income ? What are the main methods of estimating it ? (B Com, *Madras*)

26 Describe the statistical aspects of Social Accounting Illustrate these aspects with reference to the National Income Estimate for 1948-1949 made on behalf of the Government of India Discuss also the use and the limitations of the main results obtained in that estimate (*I A S*)

27 What are the three chief methods of estimating the national income of a country ? Which method is suitable for India and why ? (M A, *Calcutta*)

28 Describe briefly the method followed by the National Income Committee for framing estimates of the National Income for India for 1948-49 ? How far does this method differ from the one recommended by the Bowley Robertson Committee (B Com, *Allahabad*)

29 What are the special problems of National Income estimation in India ? Describe briefly the various methods followed for the calculation of Indian income ? (M Com, *Allahabad*)

30 "Statistics in India are neither complete nor reliable" Assess the correctness of this statement (M Com, *Agra*)

परिशिष्ट

METHOD OF CONSULTING

There are a few simple rules which should be borne in mind while consulting these tables The use of the tables affords quick and easy calculations, but it requires ample practice before one is able to derive adequate advantage from them

Logarithms: The logarithm of a number is the *power* to which the base 10 should be raised to equal that number Thus, the log of 10 is 1 ($10^1=10$), of 100 is 2 ($10^2=100$), of 1,000 is 3 ($10^3=1,000$) and so on

The numbers which we have taken in the above examples, *viz* 10, 100 and 1,000 are convenient numbers and without the aid of tables we can give the log or the power to which the base 10 should be raised to equal those numbers But all numbers are not so convenient and their logs cannot be determined so easily For example, we cannot give the logs of 15 or 63 or 1234, etc In other words, we cannot give off hand the power to which 10 should be raised to equal these numbers We have to take the help of log tables to determine the logs of such numbers

The log of a number consists of two parts—the characteristic and the mantissa For the characteristic part we need not consult these tables, but a mere observation of the given quantity and the application of a simple rule will give the characteristic of the log of a given number For the mantissa part of the log of any given number we are required to consult the tables The characteristic part of the log is separated from the mantissa part by a decimal point

Characteristic The characteristic of the log of a number *more* than '1' is found by the formula '*n*-1', where '*n*' stands for the number of digits before the decimal point Thus, the characteristic of the log of 5 is 0 (1—1=0), of 12 is 1 (2—1=1), of 457 82 is 2(3—1=2), and so on

The characteristic of a number *less* than '1' is found by the formula 'N+1', where 'N' stands for the number of 0s after the decimal point but before any significant digit It should, further, be remembered that the characteristic of the log of a number less than 1 is always a negative quantity, and the *minus* sign is placed not at the customary place at the left of the figure, but at the top of it The reason is that the characteristic of the log of a number can be a positive or a negative quantity according to as the given number is more than '1' or less than '1' but the mantissa is always

a positive quantity Therefore, if the minus sign is placed at the left of the log of the number the whole of the quantity will become negative Thus, the characteristics of the logs of 0 63, 0 06, 0 0062, and 0 0601 are respectively 1 (called minus 1 or bar 1), 2, 3, and 2

Mantissa As has been observed earlier, we consult these tables for the mantissa part of the log of a number Two important things about the Mantissa must be noted here Firstly, the mantissa of the log of a number is the same irrespective of the place of decimal in that number That is, we completely ignore the decimal in the given number while finding the mantissa from the tables *Thus the mantissa of 0 07, 0 7, 7 0, 70, 700, etc is the same in each case* The second thing to be noted about the mantissa is that it is always a positive quantity We shall see later the significance of this point

The procedure for finding the mantissa of a given number is that *the figure is reduced to 4 digits according to rules of approximation* discussed earlier in Chapter II The first two digits are seen in the left-hand vertical column and we read off the figure given before it in the column heading of the third digit To the figure thus obtained we add the quantity appearing under the 'mean differences' under column heading of the fourth digit

According to this rule the mantissa of 6352 is 8029 (i e 63 in column 5 is 8028 and in the 2nd column of mean differences we find the figure 1 which is added to 8028 and thus the final figure of 8029 emerges) Similarly, the mantissa of 52347 is 7189 (i e 52 in column 3 gives 7185, and to which we add figure appearing in column 5 *of the mean differences viz 4 and thus we finally get 7189* We have seen in the mean differences column under column 5 and not 4 because the following figure is 7 which is more than 5 and according to the rules of approximation the last digit is to be increased by 1 If the columns of mean differences are not given in any table the given figure is reduced to three digits only and not to four digits In such a case *the logs in the two examples given above* will be 8028 and 7185

The logs of certain numbers according to the above rules for finding the characteristics and the mantissa are given below —

Number	Logarithms	Number	Logarithms
5	0 6990	0 3452	$\bar{1}$ 5381
47	1 6721	0 0435	$\bar{2}$ 6385
135	2 1303	0 0028	$\bar{3}$ 4472
6326	3 8011	0 0603	$\bar{2}$ 7803
88257	4 9458	0 0003	$\bar{4}$ 4771

Antilogarithms : We can find the anti log of a given log or of a given number A log, as we have seen earlier, consists of the characteristic and the mantissa When we find the log of a number we consult the tables for the mantissa part only and not for the characteristic part Hence when we have to find the anti log of a given number we shall see the mantissa part of it (i e the digits after the decimal point) only The procedure for consulting the tables of anti log is the same as outlined above for log The place of decimal is determined by the characteristic of the given number, i e the number of digits before the decimal point The anti logs of certain numbers are given below

Number	Anti log	Number	Anti log
0 6325	4 290	3 5621	3649 0
1 5789	37 92	4 3451	22140 0
2 3452	221 4	1 4271	0 2674

Reciprocals : The reciprocal of a given number is 'unity' divided by that number Thus, the reciprocal of $1=\frac{1}{1}=1$, of $2=\frac{1}{2}=0\ 5$, of $3=\frac{1}{3}=0\ 33$, etc.

The tables of reciprocals give reciprocals of all numbers given in the left-hand vertical column The third digit of the given figure is to be seen in the top horizontal column while the fourth digit in the column of mean differences The figure appearing in the mean differences column is not to be added but deducted Then, it should be remembered that if the decimal point moves by *one* digit to the right in the given number it moves by *one* digit to the left in the reciprocal The reciprocals of certain numbers are given below —

Number	Reciprocal	Number	Reciprocal
5	0 2	0 6394	15 66
12	0 0833	0 0322	31 06
315	0 003175	0 0045	222 2

Uses of Logarithmic Tables

Logarithmic tables are extensively used in calculation work, particularly in multiplication, division and in finding powers and roots of given numbers The use of log tables in such cases makes the work of calculations very easy and quick but the results are only approximately correct

Multiplication—When two or more numbers are to be multiplied to each other the anti log of the sum of the logs of these numbers gives the approximate value of the product Use of logs comes very handy when several large quantities are to be multiplied

Powers—Logs are frequently used in finding the values of numbers raised to certain powers. Tables of squares do not often give satisfactory results if numbers are raised to the power '2'. It is, therefore, customary to calculate the power, squares and cubes, etc with the help of log tables. Numbers raised to certain powers mean that they are multiplied so many times. The method of finding the values with the help of log tables is that the log of the number is multiplied by its power and the anti log of the product gives the desired value

Illustration 1

To find the product, squares and cubes of the following numbers —

3625, 412, 27, 5, 0 7, and 0.04

Number	Logs	Log ×2	Log ×3	Squares	Cubes
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
3625	3 5593	7 1186	10 6779	13140000 0	47630000000 0
412	2 6149	5 2298	7 6447	169700 0	44130000 0
27	1 4314	2 8628	4 2942	729 1	19690 0
5	0 6990	1 3980	2 0970	25 0	125 0
0 7	$\bar{1}$ 8451	$\bar{1}$ 6902	$\bar{1}$ 5353	0 49	0 3430
0 04	$\bar{2}$ 6021	$\bar{3}$ 2042	$\bar{5}$ 8063	0 0016	0 000064
	[illegible] 7518				

The following points in connection with the above calculations should be carefully understood —

(i) In adding the logs in column 2 all the mantissa parts have been added although the last two logs are negative quantities. The reason has already been explained earlier that the mantissa of a log is always a positive quantity. The negative nature of the characteristic of the last two logs has, however, been taken into account

(ii) In multiplying the negative characteristics of the last two logs it should be remembered that since the mantissa is a positive quantity, the carry over is also a positive quantity, which is to be deducted from the quantity arrived after multiplying the negative characteristic by the given number

Division—When a quantity is to be divided by another quantity the procedure is to find the logs of both the numbers and from

the log of quantity to be divided deduct the log of the diviser and find the anti log This will give the quotient

Illustration 2—Find the value of 635—12

Log 635=2 8028 Anti log 1 7236=**52.91**
Log 12=1 0792

1 7236

Illustration 3 Find the value of 12—635.

Log 12=1 0792 Anti log of 2 2764=**0 0189.**
Log 635=2 8028

2 2764

Roots—If it is required to find the roots of numbers with the help of log tables ,the procedure is to find the log of the given number and divide it by the root required to be found The anti-log of the quotient will give the root

Illustration 4 To find the square roots and cube roots of the squares and cubes given in illustration 1 above

Number	Log	Log—2	Anti log (square root)
13140000	7 1186	3 5593	3625
169700	5 2297	2 6149	412
729 1	2 8628	1 4314	27
25 0	1 3980	0 6990	5
0 49	1 6902	1 8451	0 7
0 0016	3 2042	2 6021	0 04
47630000000	10 6779	3 5593	3625
44130000	7 6447	2 6149	412
19690	4 2942	1 4314	27
125	2 0970	0 6990	5
0 3430	1 5353	1 8451	0 7
0 000064	5 8063	2 6021	ſ.04

The procedure of dividing the logs having the negative characteristics has to be carefully understood The negative characteristic is broken into two parts in such a way that the first part is a positive part and the second part is a negative part, the first part is a multiple of the diviser and the second part is less than the diviser After thus breaking it the quantity is divided in the above example The steps are shown below —

$\bar{1}\ 6902 \div 2 = -2 + 1\ 6902 \div 2 = \bar{1}\ 8451$

$\bar{3}\ 2042 \div 2 = -4 + 1\ 2042 \div 2 = \bar{2}\ 6021$

$\bar{2}\ 5353 \div 3 = -3 + 2\ 5353 \div 3 = \bar{1}\ 8451$

$\bar{5}\ 8063 \div 3 = -6 + 1\ 8063 \div 3 = \bar{2}\ 6021$

LOGARITHMS

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	3	6	8	11	14	17	20	22	25
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	3	5	8	11	13	16	18	21	24
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	2	5	7	10	12	15	17	20	22
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	2	5	7	9	12	14	16	19	21
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	2	4	7	9	11	13	16	18	20
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	2	4	6	8	11	13	15	17	19
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	2	4	6	8	10	12	14	16	18
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	2	4	6	8	10	12	14	15	17
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	2	4	6	7	9	11	13	15	17
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	2	4	5	7	9	11	12	14	16
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	2	3	5	7	9	10	12	14	15
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	2	3	5	7	8	10	11	13	15
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	2	3	5	6	8	9	11	13	14
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	2	3	5	6	8	9	11	12	14
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	1	3	4	6	7	9	10	12	13
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	1	3	4	6	7	9	10	11	13
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	1	3	4	6	7	8	10	11	12
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	1	3	4	5	7	8	9	11	12
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	1	3	4	5	6	8	9	10	12
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	1	3	4	5	6	8	9	10	11
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	1	2	4	5	6	7	9	10	11
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	1	2	4	5	6	7	8	10	11
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	1	2	3	5	6	7	8	9	10
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	1	2	3	5	6	7	8	9	10
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	1	2	3	4	5	7	8	9	10
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	1	2	3	4	5	6	8	9	10
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	1	2	3	4	5	6	7	8	9
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	1	2	3	4	5	6	7	8	9
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	1	2	3	4	5	6	7	8	9
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	1	2	3	4	5	6	7	8	9
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	1	2	3	4	5	6	7	8	9
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	1	2	3	4	5	6	7	7	8
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	1	2	3	4	5	5	6	7	8
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	1	2	3	4	4	5	6	7	8
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	1	2	3	4	4	5	6	7	8
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	1	2	3	3	4	5	6	7	8
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	1	2	3	3	4	5	6	7	8

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1 2 3	4 5 6	7 8 9
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	1 2 2	3 4 5	6 7 7
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	1 2 2	3 4 5	6 6 7
54	7324	332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	1 2 2	3 4 5	6 6 7
55	7404	412	7419	7427	7435	7443	451	459	7466	7474	1 2 2	3 4 5	5 6 7
56	7482	7490	497	7505	7513	520	528	7536	7543	7551	1 2 2	3 4 5	5 6 7
57	559	7566	7574	7582	589	7597	604	7612	7619	627	1 2 2	3 4 5	5 6 7
58	634	7642	7649	657	664	7672	679	686	7694	7701	1 1 2	3 4 4	5 6 7
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774	1 1 2	3 4 4	5 6
60	7782	7789	7796	803	810	818	825	832	839	7846	1 1 2	3 4 4	5 6 6
61	7853	7860	7868	875	7882	889	7896	7903	910	7917	1 1 2	3 4 4	5 6 6
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	980	7987	1 1 2	3 3 4	5 6 6
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	1 1 2	3 3 4	5 5 6
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122	1 1 2	3 3 4	5 5 6
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	1 1 2	3 3 4	5 5 6
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254	1 1 2	3 3 4	5 5 6
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319	1 1 2	3 3 4	5 5 6
68	8325	8331	8338	8344	8351	835	8363	8370	8376	8382	1 1 2	3 3 4	4 5 6
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445	1 1 2	2 3 4	4 5 6
70	8451	8457	8463	8470	84 6	8482	8488	8494	8500	8506	1 1 2	2 3 4	4 5 6
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567	1 1 2	2 3 4	4 5 5
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627	1 1 2	2 3 4	4 5 5
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686	1 1 2	2 3 4	4 5 5
4	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745	1 1 2	2 3 4	4 5 5
5	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802	1 1 2	2 3 3	4 5 5
6	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	1 1 2	2 3 3	4 5 5
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915	1 1 2	2 3 3	4 4 5
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971	1 1 2	2 3 3	4 4 5
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025	1 1 2	2 3 3	4 4 5
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	[illegible] 9	1 1 2	2 3 3	4 4 5
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133	1 1 2	2 3 3	4 4 5
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	91 0	91 5	9180	9186	1 1 2	2 3 3	4 4 5
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238	1 1 2	2 3 3	4 4 5
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289	1 1 2	2 3 3	4 4 5
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340	1 1 2	2 3 3	4 4 5
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390	1 1 1	2 3 3	4 4 5
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440	0 1 1	2 2 3	3 4 4
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	94 4	9479	9484	9489	0 1 1	2 2 3	3 4 4
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538	0 1 1	2 2 3	3 4 4
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	95 6	9581	9586	0 1 1	2 2 3	3 4 4
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633	0 1 1	2 2 3	3 4 4
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680	0 1 1	2 2 3	3 4 4
93	9685	9689	9694	9699	9703	9 08	9713	9717	9722	9727	0 1 1	2 2 3	3 4 4
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9 68	9773	0 1 1	2 2 3	3 4 4
95	9777	9 82	9 86	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	0 1 1	2 2 3	3 4 4
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	0 1 1	2 2 3	3 4 4
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908	0 1 1	2 2 3	3 4 4
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952	0 1 1	2 2 3	3 4 4
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996	0 1 1	2 2 3	3 3 4

ANTI LOGARITHMS

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1 2 3	4 5 6	7 8 9
00	1000	1002	1005	1007	1009	1012	1014	1016	1019	1021	0 0 1	1 1 1	2 2 2
01	1023	1026	1028	1030	1033	1035	1038	1040	1042	1045	0 0 1	1 1 1	2 2 2
02	1047	1050	1052	1054	1057	1059	1062	1064	1067	1069	0 0 1	1 1 1	2 2 2
03	1072	1074	1076	1079	1081	1084	1086	1089	1091	1094	0 0 1	1 1 1	2 2 2
04	1096	1099	1102	1104	1107	1109	1112	1114	1117	1119	0 1 1	1 1 2	2 2 2
05	1122	1125	1127	1130	1132	1135	1138	1140	1143	1146	0 1 1	1 1 2	2 2 2
06	1148	1151	1153	1156	1159	1161	1164	1167	1169	1172	0 1 1	1 1 2	2 2 2
[illegible]	1175	1178	1180	1183	1186	1189	1191	1194	1197	1199	0 1 1	1 1 2	2 2 2
[illegible]	1202	1205	1208	1211	1213	1216	1219	1222	1225	1227	0 1 1	1 1 2	2 2 3
09	1230	1233	1236	1239	1242	1245	1247	1250	1253	1256	0 1 1	1 1 2	2 2 3
[illegible]	1259	1262	1265	1268	1271	1274	1276	1279	1282	1285	0 1 1	1 1 2	2 2 3
11	1288	1291	1294	1297	1300	1303	1306	1309	1312	1315	0 1 1	1 2 2	2 2 3
[illegible]	1318	1321	1324	1327	1330	1334	1337	1340	1343	1346	0 1 1	1 2 2	2 2 3
[illegible]	1349	1352	1355	1358	1361	1365	1368	1371	1374	1377	0 1 1	1 2 2	2 3 3
14	1380	1384	1387	1390	1393	1396	1400	1403	1406	1409	0 1 1	1 2 2	2 3 3
15	1413	1416	1419	1422	1426	1429	1432	1435	1439	1442	0 1 1	1 2 2	2 3 3
16	1445	1449	1452	1455	1459	1462	1466	1469	1472	1476	0 1 1	1 2 2	2 3 3
17	*1479*	*1483*	*1486*	*1489*	*1493*	*1496*	*1500*	*1503*	*1507*	*1510*	*0 1 1*	*1 2 2*	*2 3 3*
18	1514	1517	1521	1524	1528	1531	1535	1538	1542	1545	0 1 1	1 2 2	2 3 3
19	1549	1552	1556	1560	1563	1567	1570	1574	1578	1581	0 1 1	1 2 2	3 3 3
20	1585	1589	1592	1596	1600	1603	1607	1611	1614	1618	0 1 1	1 2 2	3 3 3
21	1622	1626	1629	1633	1637	1641	1644	1648	1652	1656	0 1 1	2 2 2	3 3 3
22	1660	1663	1667	1671	1675	1679	1683	1687	1690	1694	0 1 1	2 2 2	3 3 3
23	1698	1702	1706	1710	1714	1718	1722	1726	1730	1734	0 1 1	2 2 2	3 3 4
24	1738	1742	1746	1750	1754	1758	1762	1766	1770	1774	0 1 1	2 2 2	3 3 4
25	1778	1782	1786	1791	1795	1799	1803	1807	1811	1816	0 1 1	2 2 2	3 3 4
26	1820	1824	1828	1832	1837	1841	1845	1849	1854	1858	0 1 1	2 2 3	3 3 4
27	1862	1866	1871	1875	1879	1884	1888	1892	1897	1901	0 1 1	2 2 3	3 3 4
28	1905	1910	1914	1919	1923	1928	1932	1936	1941	1945	0 1 1	2 2 3	3 4 4
29	1950	1954	1959	1963	1968	1972	1977	1982	1986	1991	0 1 1	2 2 3	3 4 4
30	1995	2000	2004	2009	2014	2018	2023	2028	2032	2037	0 1 1	2 2 3	3 4 4
31	2042	2046	2051	2056	2061	2065	2070	2075	2080	2084	0 1 1	2 2 3	3 4 4
32	2089	2094	2099	2104	2109	2113	2118	2123	2128	2133	0 1 1	2 2 3	3 4 4
33	2138	2143	2148	2153	2158	2163	2168	2173	2178	2183	0 1 1	2 2 3	3 4 4
34	2188	2193	2198	2203	2208	2213	2218	2223	2228	2234	1 1 2	2 3 3	4 4 5
35	2239	2244	2249	2254	2259	2265	2270	2275	2280	2286	1 1 2	2 3 3	4 4 5
36	2291	2296	2301	2307	2312	2317	2323	2328	2333	2339	1 1 2	2 3 3	4 4 5
37	2344	2350	2355	2360	2366	2371	2377	2382	2388	2393	1 1 2	2 3 3	4 4 5
38	2399	2404	2410	2415	2421	2427	2432	2438	2443	2449	1 1 2	2 3 3	4 4 5
39	2455	2460	2466	2472	2477	2483	2489	2495	2500	2506	1 1 2	2 3 3	4 5 5
40	2512	2518	2523	2529	2535	2541	2547	2553	2559	2564	1 1 2	2 3 4	4 5 5
41	2570	2576	2582	2588	2594	2600	2606	2612	2618	2624	1 1 2	2 3 4	4 5 5
42	2630	2636	2642	2649	2655	2661	2667	2673	2679	2685	1 1 2	2 3 4	4 5 6
43	2692	2698	2704	2710	2716	2723	2729	2735	2742	2748	1 1 2	3 3 4	4 5 6
44	2754	2761	2767	2773	2780	2786	2793	2799	2805	2812	1 1 2	3 3 4	4 5 6
45	2818	2825	2831	2838	2844	2851	2858	2864	2871	2877	1 1 2	3 3 4	5 5 6
46	2884	2891	2897	2904	2911	2917	2924	2931	2938	2944	1 1 2	3 3 4	5 5 6
47	2951	2958	2965	2972	2979	2985	2992	2999	3006	3013	1 1 2	3 3 4	5 5 6
·48	3020	3027	3034	3041	3048	3055	3062	3069	3076	3083	1 1 2	3 4 4	5 6 6
·49	3090	3097	3105	3112	3119	3126	3133	3141	3148	3155	1 1 2	3 4 4	5 6 6

ANTI LOGARITHMS

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	3162	3170	3177	3184	3192	3199	3206	3214	3221	3228	1	1	2	3	4	4	5	6	7
51	3236	3243	3251	3258	3266	3273	3281	3289	3296	3304	1	2	2	3	4	5	5	6	7
52	3311	3319	3327	3334	3342	3350	3357	3365	3373	3381	1	2	2	3	4	5	5	6	7
53	3388	3396	3404	3412	3420	3428	3436	3443	3451	3459	1	2	2	3	4	5	6	6	7
54	3467	3475	3483	3491	3499	3508	3516	3524	3532	3540	1	2	2	3	4	5	6	6	7
55	3548	3556	3565	3573	3581	3589	3597	3606	3614	3622	1	2	2	3	4	5	6	7	7
56	3631	3639	3648	3656	3664	3673	3681	3690	3698	3707	1	2	3	3	4	5	6	7	8
57	3715	3724	3733	3741	3750	3758	3767	3776	3784	3793	1	2	3	3	4	5	6	7	8
58	3802	3811	3819	3828	3837	3846	3855	3864	3873	3882	1	2	3	4	4	5	6	7	8
59	3890	3899	3908	3917	3926	3936	3945	3954	3963	3972	1	2	3	4	5	5	6	7	8
60	3981	3990	3999	4009	4018	4027	4036	4046	4055	4064	1	2	3	4	5	6	6	7	8
61	4074	4083	4093	4102	4111	4121	4130	4140	4150	4159	1	2	3	4	5	6	7	8	9
62	4169	4178	4188	4198	4207	4217	4227	4236	4246	4256	1	2	3	4	5	6	7	8	9
63	4266	4276	4285	4295	4305	4315	4325	4335	4345	4355	1	2	3	4	5	6	7	8	9
64	4365	4375	4385	4395	4406	4416	4426	4436	4446	4457	1	2	3	4	5	6	7	8	9
65	4467	4477	4487	4498	4508	4519	4529	4539	4550	4560	1	2	3	4	5	6	7	8	9
66	4571	4581	4592	4603	4613	4624	4634	4645	4656	4667	1	2	3	4	5	6	7	9	10
67	4677	4688	4699	4710	4721	4732	4742	4753	4764	4775	1	2	3	4	5	7	8	9	10
68	4786	4797	4808	4819	4831	4842	4853	4864	4875	4887	1	2	3	4	6	7	8	9	10
69	4898	4909	4920	4932	4943	4955	4966	4977	4989	5000	1	2	3	5	6	7	8	9	10
70	5012	5023	5035	5047	5058	5070	5082	5093	5105	5117	1	2	4	5	6	7	8	9	11
71	5129	5140	5152	5164	5176	5188	5200	5212	5224	5236	1	2	4	5	6	7	8	10	11
72	5248	5260	5272	5284	5297	5309	5321	5333	5346	5358	1	2	4	5	6	7	9	10	11
73	5370	5383	5395	5408	5420	5433	5445	5458	5470	5483	1	3	4	5	6	8	9	10	11
74	5495	5508	5521	5534	5546	5559	5572	5585	5598	5610	1	3	4	5	6	8	9	10	12
75	5623	5636	5649	5662	5675	5689	5702	5715	5728	5741	1	3	4	5	7	8	9	10	12
76	5754	5768	5781	5794	5808	5821	5834	5848	5861	5875	1	3	4	5	7	8	9	11	12
77	5888	5902	5916	5929	5943	5957	5970	5984	5998	6012	1	3	4	5	7	8	10	11	12
78	6026	6039	6053	6067	6081	6095	6109	6124	6138	6152	1	3	4	6	7	8	10	11	13
79	6166	6180	6194	6209	6223	6237	6252	6266	6281	6295	1	3	4	6	7	9	10	11	13
80	6310	6324	6339	6353	6368	6383	6397	6412	6427	6442	1	3	4	6	7	9	10	12	13
81	6457	6471	6486	6501	6516	6531	6546	6561	6577	6592	2	3	5	6	8	9	11	12	14
82	6607	6622	6637	6653	6668	6683	6699	6714	6730	6745	2	3	5	6	8	9	11	12	14
83	6761	6776	6792	6808	6823	6839	6855	6871	6887	6902	2	3	5	6	8	9	11	13	14
84	6918	6934	6950	6966	6982	6998	7015	7031	7047	7063	2	3	5	6	8	10	11	13	15
85	7079	7096	7112	7129	7145	7161	7178	7194	7211	7228	2	3	5	7	8	10	[illegible]	13	15
86	7244	7261	7278	7295	7311	7328	7345	7362	7379	7396	2	3	5	7	8	10	12	13	15
87	7413	7430	7447	7464	7482	7499	7516	7534	7551	7568	2	3	5	7	9	10	[illegible]	14	16
88	7586	7603	7621	7638	7656	7674	7691	7709	7727	7745	2	4	5	7	9	11	[illegible]	14	16
89	7762	7780	7798	7816	7834	7852	7870	7889	7907	7925	2	4	5	7	9	11	13	14	16
90	7943	7962	7980	7998	8017	8035	8054	8072	8091	8110	2	4	6	7	9	11	[illegible]	15	17
91	8128	8147	8166	8185	8204	8222	8241	8260	8279	8299	2	4	6	8	9	11	[illegible]	[illegible]	17
92	8318	8337	8356	8375	8395	8414	8433	8453	8472	8492	2	4	6	8	10	12	14	15	17
93	8511	8531	8551	[illegible]	8590	8610	8630	8650	8670	8690	2	4	6	8	10	12	14	16	[illegible]
94	8710	8730	8750	8770	8790	8810	8831	8851	8872	8892	2	4	6	8	10	12	14	16	18
95	8913	8933	8954	8974	8995	9016	9036	9057	9078	9099	2	4	6	8	10	12	15	17	19
96	9120	9141	9162	9183	9204	9226	9247	9268	9290	9311	2	4	6	8	11	13	15	[illegible]	19
97	9333	9354	9376	9397	9419	9441	9462	9484	9506	9528	2	4	7	9	11	13	15	17	20
98	9550	9572	9594	9616	9638	9661	9683	9705	9727	9750	2	4	7	9	11	13	16	18	20
99	9772	9795	9817	9840	9863	9886	9908	9931	9954	9977	2	5	7	9	11	14	[illegible]	18	[illegible]

RECIPROCALS OF FOUR FIGURE NUMBERS

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Mean Differences (Subtract)								
											1	2	3	4	5	6	7	8	9
1·0	1·000	9901	9804	9709	9615	9524	9434	9346	9259	9174	9	18	28	37	[illegible]	55	[illegible]	74	83
1·1	9091	9009	8929	8850	8772	8696	8621	8547	8475	8403	8	15	23	31	38	46	53	61	69
1·2	8333	8264	8197	8130	8065	8000	7937	7874	7813	7752	7	13	20	26	33	39	46	52	59
1·3	7692	7634	7576	7519	7463	7407	7353	7299	7246	7194	6	11	17	22	28	33	39	44	[illegible]
1·4	7143	7092	7042	6993	6944	6897	6849	6803	6757	6711	5	10	14	19	24	29	33	38	[illegible]
1·5	·6667	6623	6579	6536	6494	6452	6410	6369	6329	6289	4	8	13	17	[illegible]	25	29	33	38
1·6	·6250	6211	6173	6135	6098	6061	6024	5988	5952	5917	4	7	11	15	18	22	26	29	33
1·7	5882	5848	5814	5780	5747	5714	5682	5650	5618	5587	3	7	10	13	16	20	23	26	29
1·8	5556	5525	5495	5464	5435	5405	5376	5348	5319	5291	3	6	9	12	15	17	20	23	26
1·9	5263	5236	5208	5181	[illegible]	5128	5102	5076	5051	5025	3	5	8	11	13	16	18	[illegible]	24
2·0	·5000	4975	4950	4926	4902	4878	4854	4831	4808	4785	2	5	7	10	[illegible]	14	17	[illegible]	21
2·1	·4762	4739	4717	4695	4673	4651	4630	4608	4587	4566	2	4	7	9	11	13	15	17	19
2·2	·4545	4525	4505	4484	4464	4444	4425	4405	4386	4367	2	4	6	8	10	12	14	16	18
2·3	·4348	4329	4310	4292	4274	4255	4237	4219	4202	4184	2	4	5	7	9	11	13	14	16
2·4	·4167	4149		4115	4098	4082	4065	4049	4032	4016	2	3	5	7	8	10	12	13	15
2·5	·4000	3984	3968	3953	3937	3922	3906	3891	3876	3861	2	3	5	6	8	9	11	12	14
2·6	·3846	3831	3817	3802	3788	3774	3759	3745	3731	3717	1	3	4	6	7	8	10	11	13
2·7	·3704	3690	3676	3663	3650	3636	3623	3610	3597	3584	1	3	4	5	7	8	9	11	12
2·8	·3571	3559	3546	3534	3521	3509	3497	3484	3472	3460	1	2	4	5	6	7	9	10	11
2·9	·3448	3436	3425	3413	3401	3390	3378	3367	3356	3344	1	2	3	5	6	7	8	9	10
3·0	·3333	3322	3311	3300	3289	3279	3268	3257	3247	3236	1	2	3	4	5	6	8	9	10
3·1	3226	3215	3205	3195	3185	3175	3165	3155	3145	3135	1	2	3	4		6	7	8	9
3·2	·3125	3115	3106	3096	3086	3077	3067	3058	3049	3040	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3·3	3030	3021	3012	3003	2994	2985	2976	2967	2959	2950	1	2	3	4	4		6	7	8
3·4	·2941	2933	2924	2915	2907	2899	2890	2882	2874	2865	1	2	3	3	4	5	6	7	8
3·5	·2857	2849	2841	2833	2825	2817	2809	2801	2793	2786	1	2	2	3	4	5	6	6	7
3·6	·2778	2770	2762	2755	2747	2740	2732	2725	2717	2710	1	2	2	3	4	5	5	6	7
3·7	·2703	2695	2688	2681	2674	2667	2660	2653	2646	2639	1	1	2	3	4	4	5	6	6
3·8	·2632	2625	2618	2611	2604	2597	2591	2584	2577	2571	1	1	2	3	3	4	5	5	6
3·9	·2564	2558	2551	2545	2538	2532	2525	2519	2513	2506	1	1	2	3	3	4	4	5	6
4·0	2500	2494	2488	2481	2475	2469	2463	2457	2451	2445	1	1	2	2		4	4	5	5
4·1	2439	2433	2427	2421	2415	2410	2404	2398	2392	2387	1	1	2	2	3	3	4	5	5
4·2	·2381	2375	2370	2364	2358	2353	2347	2342	2336	2331	1	1	2	2	3	3	4	4	5
4·3	2326	2320	2315	2309	2304	2299	2294	2288	2283	2278	1	1	2	2	3	3	4	4	5
4·4	·2273	2268	2262	2257	2252	2247	2242	2237	2232	2227	1	1	2	2	3	3	4	4	5
4·5	2222	2217	2212	2208	2203	2198	2193	2188	2183	2179	0	1	1	2	2	3	3	4	4
4·6	·2174	2169	2165	2160	2155	2151	2146	2141	2137	2132	0	1	1	2	2	3	3	4	4
4·7	2128	2123	2119	2114	2110	2105	2101	2096	2092	2088	0	1	1	2	2	3	3	4	4
4·8	2083	2079	2075	2070	2066	2062	2058	2053	2049	2045	0	1	1	2	2	3	3	3	4
4·9	·2041	2037	2033	2028	2024	2020	2016	2012	2008	2004	0	1	1	2	2	[illegible]	3	3	4
5·0	2000	1996	1992	1988	1984	1980	1976	1972	1969	1965	0	1	1	2	[illegible]	2	3	3	4
5·1	1961	1957	1953	1949	1946	1942	1938	1934	1931	1927	0	1	1	2	2	2	3	3	3
5·2	1923	1919	1916	1912	1908	1905	1901	1898	1894	1890	0		1	1	2	2	3	3	3
5·3	1887	1883	1880	1876	1873	1869	1866	1862	1859	1855	0	1	1	1	2	2	2	3	3
5·4	1852	1848	1845	1842	1838	1835	1832	1828	1825	1821	0	1	1	1	2	2	2	3	3

E.g. $\frac{1}{2\cdot7} = \cdot2703$ $\frac{1}{3\cdot74} = \cdot2674$ $\frac{1}{3\cdot748} = \cdot2668$, $\frac{1}{374\cdot8} = \cdot002668$ $\frac{1}{\cdot0003748} = 2668.$

RECIPROCALS OF FOUR FIGURE NUMBERS

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Mean Differences (Subtract)								
											1	2	3	4	5	6	7	8	9
5·5	1818	1815	181[illegible]	1808	1805	180[illegible]	1799	1 [illegible]3	1 [illegible]	1 9	0	1	1	1	2	[illegible]	[illegible]	3	3
5·6	1 [illegible]8	[illegible]3	17 9	17 6	17 3	17 0	1 67	1 64	1761	1 57	0	1	1	1	2	2	2	3	3
5·7	1 54	1751	1 48	1745	74	1739	1736	1733	[illegible]	[illegible]	0	1	1	1	1	2	[illegible]	[illegible]	3
5·8	1 4	1 21	1718	1715	171	1 09	1 06	1 04	1 01	1698	0	1	1	1	1	2		[illegible]	3
5·9	1[illegible]9	168[illegible]	1689	16 6	16 4	1681	16 8	[illegible]	16	1669	0	1	1	1	1	2	2	2	3
6·0	1667	1664	1661	16[illegible]8	16 6	[illegible]	1 5[illegible]	164	[illegible]5	1[illegible]4	0	1	1	1	2	[illegible]	2	[illegible]	2
6·1	1639	1637	1634	1631	16 9	162[illegible]	1623	16[illegible]	6 3	1616	0	1	1	1	1	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2
6·2	1613	1610	1608	1605	1603	1600	1	1 95	1 9	1590	0	1	1	1	1		[illegible]	[illegible]	2
6·3	1587	1585	158	1580	15 7	1 75	157	1 [illegible]	15[illegible]	1565	0	0	1	1	1	1	[illegible]	2	[illegible]
6·4	156[illegible]	1560	1555	1555	1553	1550	1548	1 [illegible]	15 3	15 [illegible]	0	0	1	1	1	1	[illegible]	[illegible]	[illegible]
6·5	1538	1536	1534	1 31	15 9	1	15 4		15 0	1517	0	[illegible]	1	1	1	1		[illegible]	[illegible]
6·6	1515	1513	1511	1508	150[illegible]	150[illegible]	150[illegible]	1499	1497	149	0	[illegible]	1	1	1	1		[illegible]	[illegible]
6·7	1493	1490	1488	1486	1484	1481	14 9	14 7	14 5	1473	0	[illegible]	1	1	1	1		[illegible]	[illegible]
6·8	14 1	1468	1466	1464	146	1460	14 [illegible]	14 [illegible]	14[illegible]3	14 1	0		1	1	1	1	2	[illegible]	2
6·9	1449	1447	144[illegible]	1443	1441	1439	1437	143[illegible]	1433	1[illegible]3	0	[illegible]	1	1	1	1		[illegible]	2
7·0	14 9	14 7	14 [illegible]	14[illegible]	1 20	1418	14	1414	141	1410	0	[illegible]	1	1	1	1	1	[illegible]	[illegible]
7·1	1408	1406	1404	140[illegible]	1401	1399	139	1395	1393	1391	0		1	1	1	1	1	[illegible]	[illegible]
7·2	1389	[illegible]	1 [illegible]	1[illegible]3	1381	13 9	1377	13 6	13 4	13	0	[illegible]	1	1	1	1	1	[illegible]	[illegible]
7·3	13 0	13 8	366	1364	136	1361	13 9	13	1355	135	0	0		1	1	1	1	2	2
7·4	[illegible] 1	13[illegible]0	1 [illegible]	1348	1 [illegible]	134[illegible]	131	1 9	1337	1335	[illegible]	0		1	1	1	1	1	[illegible]
7·5	13[illegible]	133	13 0	1328	13 [illegible]	13[illegible]	13 [illegible]3	13 1	1319	131[illegible]	0	[illegible]		1	1	1	1	1	[illegible]
7·6	1316	1314	13	13[illegible]	[illegible]	307	13[illegible]	1304	130	1300	[illegible]	[illegible]		1	1	1	1	1	[illegible]
7·7	1 99	1297	1295	1 9[illegible]	0	1 [illegible]0	1[illegible]87	1 7	1 [illegible]	1[illegible]1	[illegible]	0	0	1	1	1	1	1	1
7·8	1[illegible]3	1[illegible]80	1 [illegible]	1 7	1 [illegible]	1 [illegible]	1[illegible]	1 1	1 09	1[illegible]7	0	0	0	1	1	1	1	1	1
7·9	1[illegible]66	1 [illegible]	[illegible]63	1 61	[illegible]59	1 58	1 6	1[illegible]5	1[illegible]53	1[illegible]5	0	0	0	1	1	1	1	1	1
8·0	1[illegible]0	1 48	1 47	1 4	1 44	1 [illegible]	1 41	39	1[illegible]38	1236	0	0	0	1	1	1	1	1	1
8·1	1235	1[illegible]33	123	1 30	1[illegible]	1 7	1[illegible]6	[illegible]	22[illegible]	1 1	0	[illegible]	0	1	1	1	1	1	1
8·2	1[illegible]20	1 18	1 17	1215	[illegible]	1 1	1 11	1[illegible]09	1[illegible]08	1[illegible]06	0		0	1	1	1	1	1	1
8·3	1[illegible]	1[illegible]03	1[illegible]0	1200	1 99	1198	1196	119	1[illegible]93	119	0	0	0	1	1	1	1	1	1
8·4	1190	1189	1188	11[illegible]6	11[illegible]	1183	11[illegible]	1181	1179	11 [illegible]	0	0	0		1	1	1	1	1
8·5	11 [illegible]	11 [illegible]	1174	1172	1 [illegible]	1170	1169	1167	1166	1164	0	0	0	1	1	1	1	1	1
8·6	1163	1161	1160	1159	11 [illegible]	1156	1155	1153	115	1151	0	0	0	1	1	1	1	1	1
8·7	1 49	1148	1147	11 5	1 46	1143	114	1140	1 [illegible]9	1138	0	[illegible]	0	1	1	1	1	1	[illegible]
8·8	1 6	1135	34	1133	1132	1130	11[illegible]	1127	11 [illegible]	1125	[illegible]	0	0	1	1	1	1	1	1
8·9	11[illegible]4	1122	1	1120	11 9	1117	1116	1115	11 [illegible]	111	0	[illegible]	0	1	1	1	1	1	1
9·0	1111	11 [illegible]	1109	1107	110[illegible]	1105	1104	11 3	1101	1100	0	0	0	1	1	1	1	1	1
9·1	1099	10 [illegible]	10[illegible]	10[illegible]5	[illegible]	1093	109	10[illegible]0	1089	1088	0	0	0				1	1	1
9·2	1087	1[illegible]	10[illegible]	1083	[illegible]	10[illegible]1	1080	10 9	1078	10 [illegible]	0	[illegible]	0	[illegible]	1	1	1	1	1
9·3	10 [illegible]	10 [illegible]	10 [illegible]	10	[illegible]	10 [illegible]	10[illegible]	1067	106	[illegible]065	0	0	0	0	1	1	1	1	1
9·4	1064	10[illegible]	[illegible]	1060	1059	1058	105	10 3	1055	1054	0	[illegible]	0	0	1	1	1	1	1
9·5	10[illegible]	105	1 [illegible]	[illegible]49	1048	1047	[illegible]46	1045	1044	1043	0	0	0	0	1	1	1	1	1
9·6	104	1041	1039	10[illegible]8	1037	1036	1035	1034	1033	103	0	0	0	0	1	1	1	1	1
9·7	1031	10[illegible]0	10[illegible]9	1028	10[illegible]7	10[illegible]6	10 5	10 4	102[illegible]	10[illegible]1	0	[illegible]	0	0	1	1	1	1	1
9·8	10[illegible]	1019	101[illegible]	10 7	1016	10 5	1014	1013	101	1011	0	[illegible]	0	0	1	1	1	1	1
9·9	101	1009	1[illegible]08	100	1006	100[illegible]	1004	1003	1002	1001	0	0	0	0	0	1	1	1	1

अध्याय ६. वर्णात्मक मापन—केन्द्रीय प्रवृत्ति का मापन

(14) \$ 8 06 **(15)** Kanpur, 26 5 years, Jaipur, 27 1 years **(16)** India, 23 597 years, Japan 26 57 years **(17)** Rs 27 85 **(18)** District A Rs 5 08, District B, Rs 6 28 **(19)** (a) 25 54 Marks, (b) 24 43 Marks **(20)** 19 21 **(21)** U K, 29.62 years, India, 25 33 years **(22)** 18 annas **(23)** (i) Unweighted mean, Rs 18 98, (ii) Weighted mean, Rs 22 55 **(24)** (b) 20 785 years **(27)** (b) 35 17 per thousand. **(28)** Arithmetic Average, 37 06 years, Median, 35 92 years **(29)** Arithmetic mean, 72 534, Geometric Mean, 28 56, Harmonic Mean 13 08, Median, 31 75 **(30)** Arithmetic Average, Rs 12 94, Median, Rs 11 34 **(31)** (a) 22 Marks, (b) 22 14 Marks **(32)** Median age, 28 78, Lower Quartile age, 21 097, Upper Quartile age, 38 60 **(33)** Median 9 18 p c recovery, Lower Quartile, 8 79 p c recovery, Upper Quartile, 9 55 p c recovery **(34)** Mean weight, 138 14, Median weight, 138 8 **(35)** Mean age of males, 24 149 and of females, 24 274, Median age of males, 20 22 and of females, 20 55, Lower Quartile age of males, 8 62 and of females, 8 52, Upper Quartile age of males 35 87 and of females, 35 49 **(36)** Lower Quartile income, Rs 34 9 Upper Quartile income, Rs 51 5, Median Income, Rs 43 2 **(37)** (b) Arithmetic Average Income, Rs 4 275 466, Median Income, Rs 3,252 305 **(38)** Median, 47 18 marks, Lower Quartile, 35 18 marks, Upper Quartile marks, 58 91, Mean marks, 47 16 **(39)** Median, 32 76 **(40)** Median, 226 00 thousands, Lower Quartile, 170 75 thousands, Upper Quartile, 403 00 thousands **(41)** Median age, Matriculation, 18 37, Intermediate, 20 14, Modal age, Matriculation, 18 01, Intermediate, 20 15 **(42)** Arithmetic mean age, 28 9, Median age, 28 49, Lower Quartile age, 25 164, Upper Quartile age, 32 86 **(43)** Mean, 48 41 Marks, Median, 48 75 marks, Mode, 48 00 Marks **(44)** Mean 51 75 Marks, Median 52 67 Marks, Mode, 55 00 Marks **(45)** Modal age, 38 64, Median age, 39 875, Lower Quartile age, 33 888, Upper Quartile age, 46 802 **(46)** Calculated values of (a) Mode, Rs 25 33, (b) Median, Rs 24 78, (c) Lower Quartile, Rs 23 08, (d) Upper Quartile, Rs 26 6 **(47)** Median size, 33 837 ft, Modal size, 33 06 ft. **(48)** Simple average of p c results University A, 70, University B, 72, University C, 71 Weighted Average of p c results University A, 59 9, University B, 74 75, University C, 71 66 Both, the simple and the weighted averages show that the University B is the best The weights are purely arbitrary This conclusion may, however, be changed if the weights assigned to the various examinations are changed **(49)** Mode, 33 00 Marks, Median, 39 00 Marks, Lower Quartile,

31 50 Marks, Upper Quartile, 48 25, Marks (50) Modal Wage, Sh 25 1 (51) Mode, 13 33 (53) Weighted Geometric Mean price, 109 14, Unweighted Geometric Mean price, 111 3 (54) 35 97 miles per hour (55) 4 564 p m (56) Geometric Mean, Rs 98 37 Harmonic Mean, Rs 26 07 (57) Weighted Average, Rs 97 42, Geometric Average, Rs 73 87, Harmonic Mean, Rs 6 558 (58) Geometric Mean, 1 8, Harmonic Mean, 0 007576

अध्याय ७ वार्तात्मक मापन—विचरण और सममिति के माप

(5) Standard Deviation of Total Revenues 89 27 and of Working Expenses, 387 3 (omitting 000, and 00 respectively) (6) Coefficient of Standard Deviation of A 0 198 and of B 0 141 (7) Standard Deviation of Customs, 3 521 and of Income Tax 0 6325 (8) Mean Deviation, 0 72, and its coefficient 0 27 (9) Standard Deviation of Male Population in Kanpur 14 455 and in Jaipur 15 265 (10) Standard Deviation of Weekly Wages in Factory A 7 868 and in Factory B, 7 477 (11) (a) A pays 30 765 and B pays 30 780 (b) *Standard Deviation of A 10 and of B, 11* (c) (i) Average monthly wage of A and B together, 49 9, (ii) Variability of wages in A and B together, 10 8 (12) Coefficient of Standard Deviation of Security A, 0 12, and of B 0 23 (13) Standard Deviation of Population of Allahabad 33 02, and of Banaras, 19 77 (14) Coefficient of Standard Deviation of index *number of prices of cotton shares, 0 1227 and of coal shares,* 0 0442

(16)

	Marks	
	Class A	Class B
Arithmetic Average	19 6	20 9
Median	18 5	19 7
Mode	17 3	18 1
Standard Deviation	6 403	8 786

(17) Mean Deviation of rents of 18 houses Rs 1 014 (18) Coefficient of Mean Deviation of Receipts, 0 215, and of Passengers, 0 189 (19) Mean Deviation of Difference in Years, 5 3 years (approximately), Karl Pearson's Coefficient of Skewness, 0 04 (20) Mean 5 5 Median, 5 0, Coefficient of variation 56 7 (21) Arithmetic Mean, 18 32 mds, Median, 18 00 mds Standard Deviation 6 671 mds (22) Coefficient of variation of Marks, 23 24 (23) Coefficient of variation of A, 123 84 and of B, 108 91 (24) Standard Deviation, 27 71 (25) Standard Deviation of A, 51 6 and of B, 14 96 (26) Arithmetic Average, 7 0921, Mean Deviation, 0 913, Standard Deviation, 1 149, Karl Pearson's Coefficient of skewness, 0 18

(27)

	Factory	
	A	B
Mean values of weekly earnings	8 34	8 36
Standard Deviation	2 236	2 29

(28) Standard Deviation, 1 76 **(29)** Mean value, 22 38, Standard Deviation, 2 2 **(30)** Standard Deviation, 1 [illegible] **(31)** Coefficient of variation, 0 03 **(32)** Mean, 3 561, Median, 3 072, Coefficient of variation, 44 94 **(33)** Coefficient of variation, 165 45 **(34)** Coefficient of variation of area, 17 1, and of exports, 63 **(35)** Arithmetic Mean, 34 598, Median, 34 439, Quartile Deviation, 10 3095 **(36)** (a) Standard Deviation, 414 7, (b) Semi-Inter Quartile Range, 627 76

अध्याय ८. सरल सहसबंध

(1) + 25 **(2)** + 7086 **(3)** − 806 **(4)** + 79 **(5)** + 8056 **(6)** + 99 **(8)** + 97 **(9)** + 93 **(10)** + 802 **(11)** + 95 **(12)** + 99 **(13)** Value of r between rates and passengers [illegible] − 95 and between rate and net profit is − 903 **(14)** + 94 **(15)** + 84 **(16)** + 23 **(17)** r = − 86 ± 05 **(18)** + 69 ± 11 **(19)** + 41 ± 02 **(20)** + 67 **(21)** + 89 ± 05 **(22)** + 06 ± 000021584 **(23)** + 95 **(24)** + 78 ± 0067 **(25)** + 8 **(26)** − 75 **(27)** − 67 **(28)** + 746 **(29)** + 68 **(30)** + 908 **(31)** − 97 **(32)** + 9572 **(33)** + 8056 **(34)** + 78 ± 0835 **(35)** + 62 ± 12 **(36)** + 28 **(37)** + 968 **(38)** + 441 **(39)** − 99 **(40)** − 66 **(41)** + 94 **(42)** + 904 **(43)** (a) + 96 **(44)** + 95 **(45)** + 09 **(46)** − 696 **(47)** + 47 **(48)** − 7761 **(49)** − 58 **(50)** + 5 **(51)** + 8056 **(52)** + [illegible] **(53)** + 802 **(54)** + [illegible]

अध्याय ९. काल श्रेणी का विश्लेषण

(5) The trend values are —, —, 691 0, 717 0, 722 6 766 4, 789 2, 811 0 —, — **(6)** Trend values are —, 30 7, 30 2 31 3, 31 7, 30 5, 30 1, 29 3, 28 2, 27 3, 26 3, 25 6, 24 0, 25 0, 23 8 24 6, 23 6, 22 9, 22 5 — **(9)** The trend values are 311 2, 410 1, 509 0, 607 9, 706 8 **(10)** The trend values are —, —, —, —, —, 196 80, 200 50 204 60, 213 70, 227 60, 244 95, 262 55, 278 75 290 00 295 65, 303 40, 310 90, 313 70, 309 45, —, —, —, —, — **(12)** It is required to show the method of finding the trend and the short time oscillations in the series If we assume a five yearly trade cycle the following will be the trend values and short time oscillations — Trend —, —, 223, 230, 233, 239, 246, 248, 254, 260, 264, 270, 277, 278, 284, 291, 293, 299, 306, 308 313, 320, 323, 329, 334, 338, 344, 351, —, —, Short Time Oscillations —, —, +2, −8, +6, +3, −8, +4, +3, −10, +9, 0, −9, +10, 0, −9, +7, +4, −8, +5 +4, −11, +6, +4, −7, +7, 0, −8, —, — **(13)** (a) The slope of the straight line trend is 2 (b) The trend values are 84, 86, 88, 90, 92, 94, 96, which will be plotted on the graph (c) Rising trend **(14)** Average duration of the business cycles in U S A is 4 years and in U K 6 years **(15)** The seasonal fluctuations will be

determined by the method shown on pp 227-29, and they will be —

Summer	Monsoon	Autumn	Winter
−75	+25	−19	+68

अध्याय १०. सूचकांक

(7) TABLE OF INDEX NUMBER WITH DIFFERENT BASES

Index Numbers

Years	(i) 1909-14=100	(ii) 1913-19=100	(iii) 1919 24=100
1924-25	169 0	166 8	97 1
1925-26	155 1	153 1	89 1
1926-27	158 5	156 4	91 1
1927-28	158 5	156 4	91 1
1928-29	173 6	171 4	99 7
1929-30	165 0	162 9	94 8
1930-31	112 9	111 5	64 9
1931-32	86 7	85 5	49 8
1932-33	90 9	89 7	52 2
1933-34	79 1	78 1	45 4

(8) TABLE OF INDEX NUMBER OF PRICES OF SOME COMMODITIES FOR 1918-1920

BASE WEIGHTED MEAN OF PRICES OF ALL COMMODITIES

Year	Rice	Ragi	Cholam	Cumbu
1918	71 12	123 7	102 1	108 2
1919	48 45	71 12	67 01	60 03
1920	47 42	69 07	68 03	63 98

(9) Index Number of Income=100 0, 116 7, 139 0, 152 9, 166 8, 177 8, 190 0, 200 0, 208 4, For the first three years, (i e. 1939, 1940, and 1941) incomes advance by more than the advance in prices but in subsequent years (i e, from 1942 to 1947) the incomes fall short of prices as the latter rise very rapidy (10) Index for 1952 on base 1951 is 124 4 (11) Index on base 1928 for 1929 is 96 56 and for 1930 is 73 43 (12) Index for 1951 on base 1950 is 137 3

(13) Years	1939	1940	1941	1942
Weighted Index	100	120	160	189

(14) Years	1939	1940	1941	1942	1943
Chain Index	100	133	138	125	120

(17) Cost of Living Index is 276 4 (18) Cost of Living Index for 1950 on base 1949 is 137 66 (19) Fisher's Ideal Index for 1935 on

base 1931 is 102 6 (21) Fisher's Ideal Index for 1954 on base 1939 is 147 8 (23) Percentage increase in price during 1951-52 is 26 (29) Fisher s Ideal Index for 1945 on base 1935 is 250 0 (30) Geometric Average must be used in such a case because the increae of price of the first two commodities is 150 p c, and the decrease in price in the last three commodities is also 150 p c, and geometric mean will give equal importance to equ l ratio of changes

अध्याय ११. अन्तर्गणन

(2) £ 6 346 (3) 53 workers (4) graphic values must approximate calculated values which are At age 34=725 and at age 56=918 (5) 52 (6) 1930—18 339, 1944—58,905 (7) 49,712 (8) 1,975 (9) By extrapolation it comes to 42,47 lakhs (10) 329 317 millions (11) 2,941 (12) Rs 3,04,21 thousands (13) 153
(14) Number living at age 25 is 48,

,, ,, ,, 35 ,, 40,

,, ,, , 47 ,, 28

(15) 48 students (16) 14 898 (17) 85 (18) 9 (19) 139 (20) 27 85 years (21) 01625 (22) 147 (23) Median value is 34 5 marks (24) 3109

(25) Gross Profit for 1942-43 is Rs 19 663 lakhs

,, ,, 1944-45 ,, Rs 26 64 ,,

अध्याय १२. गुण-साहचर्य

(2) (A)=1,573, (a)=1,482, (B)=1,432, (b)=1,623, N=3 055;

(3) (Ab)=75, (aB)=135, (B)=1,210, (b)=1,060, N=2,270

(4) (ab)=16,750, (aC)=286, (aB)=1,496, (bC)=302, (bc)=17,526, (ac)=17,960, (ABc)=562, (AbC)=172, (aBC)=156, (Abc)=906, (aBc)=1340, (abC)=130, (abc =16,880

(5) (b) Coefficient of Association between Literacy and Unemployment in Urban Areas + 47, and in Rural Areas, + 36

(6) P C of inoculated effected=31 6, and P C of not inoculated effected = 72 7, therefore inoculation is effective in controlling susceptibility to tuberculosis

(7) P C of not light eye-colour in sons in not light eye colour fathers=48 1, P C of not light eye-colour in sons in light eye colour fathers=24 3

Therefore, the colour of son's eye is associated with that of the father

(8) (A)=348, (a)=252, (B)=455, (b)=145
(C)=465, (c)=135
(AB)=330, (AC)= 310, (BC)=353, (Ab)=18

(Ac)=38, (Bc)=102, (aB)=125, (aC)=155
(bC)=112, (ab)=127, (ac)=97, (bc)=33
(ABC)=300, (AbC)=10, (aBC)=53, (abC)=102
(ABc)=30, (aBc)=72, (Abc)=8, (abc)=25
N=600

(9) P C Quinine treatment cases attacked with fever—2 5,
P C of no " , " , " " =9 0
Therefore, quinine is useful in checking malaria .

(10) P C of illiterate criminals = 6, P C of literate criminals = 0 7

Therefore illiteracy and criminality are positively associated This is also borne out by the coefficient of Association between Illiteracy and criminality which is + 49

(11) Coefficient of Association between criminality and illiteracy *in Kanpur = + 45 Allahabad = + 55 and Agra = + 34*

(12) (a) *Coefficient of Association* between blindness and insanity in age group 15—25 —— 07, Coefficient of Association between blindness and insanity in age-group over 75 yrs = – 16

(b) There is disassociation between blindness and insanity and the disassociation is more in the age-group over 75 years

(13) The Coefficient of Association between literacy and criminality is – 02 Therefore literacy and criminality are negatively associated, but the degree of association is *very small*

(14) P C of vaccinated not attacked =90, P C of not vaccinated not attacked = 71

Therefore vaccination can be regarded as a preventive measure against small pox

(15) Coefficient of Association between insanity and deaf-mutism —among males =+ 6 among females =+ 9

(16) Coefficient of Association between extravagance in fathers and sons =— 68

(17) Coefficient of Association between temperament of first and second sister =+ 72

(18) Coefficient of Association between the type of College training and success in teaching =— 18

(19) At least 117 dull boys do not exhibit developmental defects The data is incomplete for finding the ultimate class-frequencies

(20) Coefficient of Association between graduation and employment in —

First Investigation =+ 38

Second Investigation=— 11

(21) Coefficient of Association between race and type of relief = — 53

(22) The coeffient of Association between the eye colour of fathers and sons is + 66, therefore the colour of sons' eyes is associated with that of fathers'

(23) Coefficient of Association between majority (age 18 years and above) and playing habit =— 7362

(24) Yes

(26) At least 58 dull boys do not exhibit developmental defects

(27) The percentage of wage earning population of 50 years or over must lie between 25 and 45

(28) Yes

(30) Number of those suffering from at least two defects is 76

(31) No, because in (i) Ab will be—2 and in (i) aB will be O and the test of consistence is that no ultimate class frequency should be either a negative quantity or 'O

(32) The information is incorrect (B) should be more than (AB) Thus it is possible that the figure '2' might have been dropped before the quantity given as (B)

(33) The given entry against item No 7 is 97, it should not be less than 98, hence the entries are inconsistent

(34) (b) Lowest p c of vaccinated that must have been attacked– 55

(35) The coefficient of Association between literacy and employment is + 49 therefore the two attributes are positively associated

(36) (b) Coefficient of Association between intelligence in father and son=+ 9031